



Universidad
Politécnica
de Cartagena



industriales
etsii UPCT

Análisis por elementos finitos de nudos en T de estructuras tubulares con perfiles RHS y SHS

Titulación: Ingeniería Industrial

Alumno: D. Pablo Pajarón Santos

Directores: Dr. Pascual Martí Montrull

Dr. Jesús Martínez Frutos

Cartagena, 03 de junio de 2014

Dedicatoria

A Joaquín y Nunci, por dármele todo en la vida.

Agradecimientos

Quiero agradecer al Departamento de Estructuras y Construcción y a sus miembros los medios prestados para la realización del proyecto. En especial, al Dr. Pascual Martí Montrull por su confianza a la hora de proponerme este proyecto, por toda la ayuda, atención y tiempo dedicado, y por animarme siempre a buscar soluciones y a elaborar un buen trabajo. Al Dr. Jesús Martínez Frutos, por enseñarme el bello arte de modelizar en ANSYS y por su apoyo, paciencia e implicación a la hora de dar solución a todos los problemas acontecidos. También a D. Miguel Martínez Medina, por prestarme su ayuda y consejo siempre que lo he necesitado.

A mi familia, por todo el cariño e interés mostrado en estos años. Por respaldarme en cada decisión y apoyarme en cada paso. Por confiar siempre en mí y no ponerme condiciones. Por motivarme en los momentos difíciles y enseñarme a alcanzar cualquier objetivo.

A todos los amigos que han sido parte fundamental en esto. A los que me han ayudado a seguir, aprender y crecer. A los que me dan un motivo para ser, viven y han vivido conmigo.

A Carmen Lucía, por estos años, por darme siempre lo mejor y ayudarme a sacar lo mejor de mí, gracias.

Resumen

Pajarón Santos, Pablo. *Análisis por elementos finitos de nudos en T de estructuras tubulares con perfiles RHS y SHS*. Proyecto Fin de Carrera de Ingeniero Industrial, ETSII, Universidad Politécnica de Cartagena, Cartagena, junio de 2014.

El uso de estructuras con perfiles tubulares ha aumentado significativamente en los últimos años, debido principalmente, a las ventajas asociadas al comportamiento estructural de estos perfiles y al gran acabado estético que presentan en las estructuras. La mejora en los procesos de fabricación y el desarrollo de estructuras tubulares en países de Europa, Sudeste Asiático, América del Norte, Australia o Canadá, motivó la creación de normativas que regulen el comportamiento y dimensionamiento de uniones con este tipo de perfiles. Por otro lado, el desarrollo de software de elementos finitos se ha convertido en una potente herramienta para simular el comportamiento de cualquier estructura. De esta manera, pueden proporcionar infinidad de resultados simulando uniones de perfiles tubulares de una forma rápida y económica. Con la validación de un modelo numérico en base a un único ensayo experimental, se puede simular una inmensa cantidad de ensayos reales variando las dimensiones y materiales de la unión.

En el presente proyecto, se realiza una revisión bibliográfica para obtener ensayos experimentales sobre uniones en T de perfiles tubulares. Se desarrollan modelos numéricos de uniones con perfiles tubulares de acero inoxidable soldados en T en el programa ANSYS v.14.5, validándose con las respuestas en ensayos experimentales, y mediante el estudio de diversos factores (como la soldadura o levantamiento de la chapa inferior del cordón al comprimir la unión), de manera que se obtenga una correcta simulación de la realidad. Se obtienen los modos de fallo al aplicar una fuerza de compresión en la unión en T y se determinan las fuerzas máximas permitidas antes de que ocurra el fallo con un Criterio de Deformación Límite. Se cotejan los resultados obtenidos en los modelos con los acontecidos en los ensayos experimentales y los que proponen las formulaciones de las normativas del Eurocódigo 3 y CIDECT. Finalmente, se analiza si las formulaciones propuestas en estas normativas permiten el empleo de espesores de chapa menores a 2,5 mm y la utilización de acero inoxidable en los miembros de la unión. Suponiendo esto, un ahorro económico significativo en el desarrollo de pequeñas estructuras tubulares.

Palabras clave: Estructuras metálicas; Uniones tubulares; Métodos numéricos; Análisis de estructuras por elementos finitos; Análisis no lineal.

Abstract

Pajarón Santos, Pablo. *Finite element analysis of T joints of tubular structures with RHS and SHS shapes*. Industrial Engineer's Final Career Project, ETSII, Universidad Politécnica de Cartagena, Cartagena, june 2014.

The use of structures with tubular profiles has increased significantly in recent years, mainly due to the benefits associated with the structural behavior of these profiles and the great aesthetic finish presenting in these structures. Improved manufacturing processes and the development of tubular structures in European countries, Southeast Asia, North America, Australia and Canada, motivated the creation of standards that regulate the behavior and design of joints with these profiles. Furthermore, the development of finite element software has become a powerful tool for simulating the behavior of any structure. Thus it can provide an infinite number of results simulating tubular profiles joints quickly and inexpensively. With the validation of a numerical model based on a single experimental test, you can simulate an immense amount of real tests varying the dimensions and materials of the joint.

In this project a literature review is performed to obtain experimental tests on tubular T-joints. Numerical models of stainless steel hollow sections T-joints are developed in ANSYS v.14.5 program. The models are validated with the experimental test responses and by using sundry factors (such as welding or the bottom plate lifting when the joint is compressed) to obtain a correct simulation of the reality. Failure modes are obtained by applying a compressive force onto the T-joint and the maximum allowable forces (before a failure occurs) are determined by a Deformation Limit Criteria. The results of the models are compared with those that occurred in the experimental tests and the results proposed by CIDECT and Eurocode 3 formulations. Finally it is analyzed whether the proposed formulations in these European standards allow the use of tube thicknesses less than 2.5 mm and the use of stainless steel in the T-joint's members. Assuming this, there are significant cost savings in the development of small tubular structures.

Keywords: Metal structures; Tubular joints; Numerical methods; Structural analysis by finite element method; Non-linear analysis

Lista de figuras

1.1	Ejemplos de estructuras con perfiles tubulares [72].....	2
1.2	Unión con espaciamiento [5]	5
1.3	Superficie pintada en secciones de perfiles tubulares y perfiles abiertos [3]	7
1.4	Puente Firth of Forth, Escocia (1890) [68].....	8
1.5	Procesos de laminación continua [3, 69]	9
1.6	Procesos de soldadura para la confección de perfiles tubulares [3, 69]	10
1.7	Proceso de fabricación de perfiles RHS [3, 5].....	10
1.8	Técnicas para la unión de perfiles tubulares [3].....	11
2.1	Curvas fuerza-deformación para $\beta \leq 0,8$	19
2.2	Curvas fuerza-deformación para $0,8 < \beta \leq 1$	20
2.3	Factor de reducción α_c vs. la influencia de la esbeltez $(h_0-2R_0)/t_0$ [34].....	21
3.1	Notación para uniones de perfiles tubulares huecos. Esfuerzos axiales y Momentos flectores.....	23
3.2	Notación para perfiles tubulares, espaciamiento g y excentricidad e [1]	26
3.3	Rotura de la cara del cordón [1]	27
3.4	Rotura de la cara lateral del cordón [1]	27
3.5	Rotura del cordón por esfuerzo cortante [1]	27
3.6	Rotura por punzonamiento [1].....	28
3.7	Rotura debida a la anchura eficaz [1]	28
3.8	Rotura por pandeo local [1].....	28
3.9	Notación para uniones de perfiles tubulares huecos [1]	30
3.10	Representación del momento en nudos en T con perfiles SHS: A) En el plano; B) Fuera del plano.....	35

4.1	Elemento de un medio continuo bajo tensión o deformación plana.....	40
4.2	Definición geométrica de una placa y convenio de signos para desplazamientos y giros.....	48
4.3	Deformación del plano medio de una placa delgada y giro de la normal.....	49
4.4	Convenio de signos para tensiones y momentos en una placa.....	52
4.5	Elemento de placa rectangular de 4 nodos no conforme MZC [52].....	56
4.6	Concepto de giro normal y tangencial a un lado [52].....	56
4.7	Elemento rectangular de placa de 4 nodos BFS [53].....	57
4.8	Elemento de placa triangular de 4 nodos y 10 grados de libertad [56].....	59
4.9	Funciones de forma para el elemento de placa triangular de 3 nodos [58].....	60
4.10	Elemento de placa triangular de curvatura constante de Morley [60].....	61
4.11	Elemento de placa triangular de 12 variables [61].....	62
4.12	Elementos de placa triangulares conformes HCT obtenidos a partir de 3 subelementos [55].....	63
4.13	Elemento de placa triangular conforme de 18 grados de libertad de Irons [62].....	64
4.14	Elementos de placa triangulares conformes de 18 y 21 grados de libertad [65].....	64
4.15	Elementos de placa cuadriláteros conformes. a) Fraeijs de Veubeke; b) Clough y Felippa [63, 64].....	65
4.16	Comparación de diversos elementos de placa de Kirchhoff rectangulares y triangulares en el análisis de una placa cuadrada simplemente apoyada bajo carga puntual en el centro.....	67
4.17	Escalones de carga, subescalones y tiempo (ANSYS 2005c).....	71
4.18	Curvas carga-desplazamiento. (a) Newton-Raphson; (b) Longitud de Arco (ANSYS 2005c).....	72
4.19	Aproximación con el método de Longitud de Arco.....	74
4.20	Iteraciones en el proceso de solución de Newton – Raphson.....	82
4.21	Método de Newton-Raphson vs método de Longitud de Arco.....	83
5.1	Curva tensión – deformación material perfectamente elastoplástico [1].....	86
5.2	Curva tensión deformación con endurecimiento nominal [1].....	87
5.3	Curva tensión – deformación de material elastoplástico con endurecimiento isotrópico [1].....	87
5.4	Curva-tensión deformación con ley de endurecimiento según curva real [1].....	88

5.5	Vista 3D de la unión en T de acero [9].....	89
5.6	Disposición de parámetros de la unión en T de acero. (A) vista lateral; (B) vista frontal [9].....	90
5.7	Puesta en el banco de pruebas para el ensayo TH-C150 x 6-B150 x 6 [9].....	92
5.8	Esquema banco de pruebas para uniones tubulares en T. (A) vista lateral; (B) vista frontal [9]	93
5.9	Deformación de los miembros de perfiles tubulares en uniones en T [9]	93
5.10	Configuración y dimensiones de la unión en T: (a) vista frontal; (b) vista superior [31].....	94
5.11	Banco de pruebas y mecanismo de carga: (a) vista frontal; (b) vista lateral [31]	95
5.12	Localización de galgas de deformación: (a) vista global del ensayo; (b) disposición 3D [31].....	95
5.13	Modelo 1. Sketch de la sección transversal del cordón.....	98
5.14	Modelo 1. Sketch de la sección transversal del montante	98
5.15	Modelo 1. Vista 3D de la unión en T completa.....	99
5.16	Modelo 2. Sección transversal del cordón.....	100
5.17	Modelo 2. Sección transversal del montante	100
5.18	Modelo 2. Vista 3D de la unión en T completa.....	101
5.19	Modelo 2. Regiones A y B de simetría.....	102
5.20	Modelo 2. Plato de elementos sólidos en la base	102
5.21	Modelo 2. Vista 3D de la unión en T descrita por simetría, regiones A y B.....	103
5.22	Modelo 3. Sección transversal del cordón.....	104
5.23	Modelo 3. Sección transversal del montante	104
5.24	Modelo 3. Vista 3D de la unión en T sin soldadura	105
5.25	Modelo 3. Regiones A y B de simetría.....	106
5.26	Modelo 3. Plato de elementos sólidos en la base	106
5.27	Modelo 3. Vista 3D de la unión en T descrita por simetría, regiones A y B.....	107
5.28	Esquema del elemento SHELL 181 [25]	108
5.29	Esquema del elemento SOLID 186 [25].....	109
5.30	Modelo 1. Curva desplazamiento máxima del eje X- tamaño de elementos.....	110
5.31	Modelo 1. Mallado de la unión en T de perfiles tubulares	110
5.32	Modelo 1. Refinado de la malla de la unión en T de perfiles tubulares	111

5.33	Modelo 2. Métodos de mallado de la unión en T de perfiles tubulares. Zonas A y B	112
5.34	Modelo 2. Curva desplazamiento u del eje Y- tamaño de elementos (sin plato)	112
5.35	Modelo 2. Curva desplazamiento u del eje Y- tamaño de elementos (con plato)	113
5.36	Modelo 2. Detalles de las capas de elementos sólidos en las chapas de los tubos y soldaduras.....	114
5.37	Modelo 2. Mallado de la unión en T de perfiles tubulares	115
5.38	Modelo 3. Detalles de las capas de elementos sólidos en las chapas de los tubos y soldaduras.....	116
5.39	Modelo 3. Mallado de la unión en T de perfiles tubulares	117
5.40	Principales defectos de soldaduras [3].....	119
5.41	Curvas tensión-deformación de diferentes aceros [27].....	120
5.42	Curvas Ramberg-Osgood y estándar del acero inoxidable Dúplex.....	124
5.43	Curvas Gardner y estándar del acero inoxidable Dúplex	125
5.44	Curvas comparativas de modelos y estándar para el acero inoxidable Dúplex.....	126
5.45	Curvas tensión-deformación para el grado 1.4318 [27]	128
5.46	Modelo 2. <i>Sketch</i> de la soldadura	131
5.47	Modelo 2. Vista 3D de las soldaduras	132
5.48	Modelo 2. Soldadura ensayo experimental (izquierda) / nuevo modelo de soldadura (derecha).....	132
5.49	Modelo 3. Soldadura exterior e interior de la unión en T.....	133
5.50	Modelo 3. Soldadura ensayo experimental (izquierda) / nuevo modelo de soldadura (derecha).....	134
5.51	Modelado de la carga de compresión sobre la unión en T	135
5.52	Condiciones de contorno. Superficie fija del plato de elementos sólidos	136
5.53	Contacto <i>frictionless</i> entre la superficie inferior del cordón y la superior del plato	136
5.54	Modelo 2. Contactos: Montante sobre cordón.....	137
5.55	Modelo 2. Contactos: Soldadura sobre cordón.....	138
5.56	Modelo 3. Contactos: Montante sobre cordón y soldadura exterior.....	138
5.57	Modelo 3. Contactos: Soldadura de la cara interior de la unión en T sobre montante y cordón	139

5.58	Modelo 3. Contactos: cuerpo del montante sobre cuerpos adyacentes	139
5.59	Curvas Fuerza-Desplazamiento TD-C160x3-B40x2. Ensayo y Abaqus.....	140
5.60	Curvas Fuerza-Desplazamiento TD-C40x2-B40x2. Ensayo y ABAQUS	141
5.61	Curva del material para montante B40x2 en función del parámetro n de Ramberg-Osgood.	143
5.62	Curva del material para cordón C160x3 en función del parámetro n de Ramberg-Osgood.	144
5.63	Modelo 1. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=15$	145
5.64	Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=15$ y $n=50$	146
5.65	Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=50$, $n=75$ y ABAQUS	146
5.66	Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=50$ (ajuste gráfico).....	147
5.67	Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento para materiales blandos del plato; $n=15$	148
5.68	Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento para material duro del plato; $n=15$	149
5.69	Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento para material duro del plato; $n=15$	150
5.70	Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento con diferentes soldaduras.....	151
5.71	Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento con diferentes soldaduras.....	152
5.72	Geometría y disposición de la galga de medición	153
5.73	Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento; influencia de la posición de la galga de desplazamiento	153
5.74	Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento; desplazamiento horizontal v	154
5.75	Modelo 2. Curva fuerza-desplazamiento	155
5.76	Modelo 2. Curva fuerza-desplazamiento; Criterio de Deformación Límite	156
5.77	Modelo 2. Convergencia en el análisis no lineal	157
5.78	Modelo 2. Estado de carga N_f . Desplazamiento total	158
5.79	Modelo 2. Estado de carga N_f . Desplazamiento direccional en el eje X	158
5.80	Modelo 2. Estado de carga N_f . Desplazamiento direccional en el eje Y	159
5.81	Modelo 2. Estado de carga N_f . Deformación elástica.....	159
5.82	Modelo 2. Estado de carga N_f . Detalle deformación elástica	160
5.83	Modelo 2. Estado de carga N_f . Deformación plástica.....	160
5.84	Modelo 2. Estado de carga N_f . Detalle deformación plástica	161
5.85	Modelo 2. Estado de carga N_f . Tensión equivalente de Von-Mises	161
5.86	Modelo 2. Estado de carga N_f . Detalle tensión equivalente de Von-Mises.....	162

5.87	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Desplazamiento total.....	163
5.88	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje X.....	163
5.89	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje Y.....	164
5.90	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Detalle desplazamiento en el eje Y.....	164
5.91	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Deformación elástica	165
5.92	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Deformación plástica	165
5.93	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Detalle deformación plástica.....	166
5.94	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Tensión equivalente de Von-Mises.....	166
5.95	Modelo 2. Fallo en la unión en T. Detalle tensión equivalente de Von-Mises.....	167
5.96	Modelo 3. Curva fuerza-desplazamiento.....	168
5.97	Modelo 3. Curva fuerza-desplazamiento; Criterio de Deformación Límite	169
5.98	Modelo 3. Convergencia en el análisis no lineal	170
5.99	Modelo 3. Estado de carga N_f . Desplazamiento total	171
5.100	Modelo 3. Estado de carga N_f . Desplazamiento en el eje X.....	171
5.101	Modelo 3. Estado de carga N_f . Desplazamiento en el eje Y.....	172
5.102	Modelo 3. Estado de carga N_f . Deformación elástica.....	172
5.103	Modelo 3. Estado de carga N_f . Detalle deformación elástica	173
5.104	Modelo 3. Estado de carga N_f . Deformación plástica.....	173
5.105	Modelo 3. Estado de carga N_f . Detalle deformación plástica.....	174
5.106	Modelo 3. Estado de carga N_f . Tensión equivalente de Von-Mises (1)	174
5.107	Modelo 3. Estado de carga N_f . Tensión equivalente de Von-Mises (2)	175
5.108	Modelo 3. Estado de carga N_f . Detalle desplazamiento en el eje Y	175
5.109	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Desplazamiento total.....	176
5.110	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje X.....	176
5.111	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje Y.....	177
5.112	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Deformación elástica	177
5.113	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Deformación plástica	178
5.114	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Detalle deformación plástica.....	178
5.115	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Tensiones equivalentes de Von-Mises.....	179
5.116	Modelo 3. Fallo en la unión en T. Detalle tensiones equivalentes de Von-Mises.....	179

Lista de tablas

3.1	Coeficiente de imperfección para las curvas de pandeo en perfiles huecos	33
5.1	Dimensiones de cordón y montante para las uniones en T de acero [9].....	91
5.2	Propiedades del material para perfiles tubulares de acero inoxidable [9]	121
5.3	Propiedades mecánicas para aceros inoxidables usuales [49]	127
5.4	Dimensiones de soldaduras para las uniones soldadas en T de perfiles tubulares de acero [9].....	129
5.5	Dimensiones de r_0 , R_0 , G y electrodos para las uniones soldadas en T de perfiles tubulares de acero [9].....	130

Lista de abreviaturas y siglas

Abreviaturas de organismos

AIJ	Architectural Institute of Japon
AISC	American Institute of Steel Construction
AWS	American Welding Society
CEN	Comité Européen de Normalisation
CIDECT	Comité International pour le Développement et l'Etude de la Construction Tubulaire
CSA (ACNOR)	Canadian Standars Association
EC3	Eurocódigo 3
IIW	International Institute of Welding
ISO	International Organization for Standardization

Otras abreviaturas

CHS	Circular Hollow Section
FE	Finite Element
FEM	Finite Element Method
MEF	Método de Elementos Finitos
RHS	Rectangular or Square Hollow Section
SCF	Stress Concentration Factor
SHS	Square Hollow Section
ELU	Estado Límite Último
ELS	Estado Límite de Servicio

Lista de símbolos

Letras Mayúsculas

A_0	área transversal del miembro cordón
A_1	área transversal del miembro montante
A_i	área transversal del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
E_0	módulo de Young inicial
$E_{0,2}$	módulo tangente correspondiente a una tensión estática del 0,2%
E_1	módulo de Young correspondiente al material del montante
E_s	módulo secante
E_t	módulo tangente
G	hueco nominal
L_0	longitud del miembro cordón
L_1	longitud del miembro montante
L_i	longitud del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
$M_{0,Ed}$	momento flector interno de cálculo del miembro cordón
$M_{ip,Ed}$	valor de cálculo del momento flector interno actuante en el plano
$M_{ip,Rd}, M_{ip}^*$	valor de cálculo del momento resistente a flexión en el plano

$M_{op,Ed}$	valor de cálculo del momento flector interno actuante fuera en el plano
$M_{op,Rd}, M_{op}^*$	valor de cálculo del momento resistente a flexión fuera del plano
N	fuerza axil nominal (tracción o compresión)
$N_{0,Ed}$	valor de cálculo del esfuerzo axil interno del miembro cordón
$N_{1\%b0}$	carga para el 1% b_0 de deformación
$N_{3\%b0}$	carga para el 3% b_0 de deformación
N_f	fuerza de fallo en la unión
$N_{f, ABAQUS}$	fuerza de fallo dada por el software ABAQUS
$N_{f, ANSYS}$	fuerza de fallo dada por el software ANSYS
$N_{i,Ed}$	esfuerzo axil interno de cálculo
$N_{i,Rd}, N_1^*$	resistencia axil de cálculo del nudo soldado
$N_{máx}$	fuerza máxima obtenida en el ensayo experimental
N_s	fuerza basada en los estudios realizados a columnas de perfiles tubulares
R_0	radio de acuerdo exterior del miembro cordón
R_1	radio de acuerdo exterior del miembro montante
R_i	radio de acuerdo exterior del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
ν	coeficiente de Poisson
$W_{el,0}$	módulo resistente elástico de la sección del miembro cordón
$W_{pl,0}, Z_0$	módulo resistente plástico de la sección del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
$W_{pl,1}, Z_1$	módulo resistente plástico de la sección del miembro montante
$W_{pl,i}, Z_i$	módulo resistente plástico de la sección del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)

Letras Minúsculas

b_0	anchura del miembro cordón
b_1	anchura del miembro montante
$b_e, b_{e,p}, b_{eff}$	anchura eficaz del montante
b_i	anchura del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
c_0	anchura interna de la pared del miembro cordón
c_1	anchura interna de la pared del montante
$c_{b,i}$	anchura interna de la pared de tubo en sentido b_i del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
$c_{h,i}$	anchura interna de la pared de tubo en sentido h_i del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
c_i	anchura interna de la pared del tubo i ($i=0, 1$ ó 2)
e	excentricidad entre los montantes de la unión
$f(n), k_n$	parámetros que tienen en cuenta la influencia del esfuerzo longitudinal de compresión en el cordón
f_b, f_k	tensión de pandeo en función de la esbeltez
f_{y0}	límite elástico del material del miembro cordón
f_{y1}	límite elástico del material del miembro montante
f_{yi}	límite elástico del material del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
g	espaciamiento entre el extremo inferior del montante y la cara del cordón
h_0	canto total de la sección del miembro cordón
h_1	canto total de la sección del miembro montante
h_i	canto total de la sección del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
i	<i>subíndice para designar un elemento de una unión, $i=0$ denota un cordón e $i=1$ ó 2 las diagonales o montantes</i>

i y j	subíndices que se utilizan en uniones solapadas, i para designar la diagonal que recubre y j para designar la diagonal recubierta
n	parámetro de no-linealidad de Ramberg-Osgood
nu	variable para cordones RHS
r_0	radio de acuerdo interior del miembro cordón
r_1	radio de acuerdo interior del miembro cordón
r_i	radio de acuerdo interior del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
t_0	espesor de la pared del miembro montante
t_1	espesor de la pared del miembro montante
t_i	espesor de la pared del elemento i ($i=0, 1$ ó 2)
u	desplazamiento de la cara del cordón
v	desplazamiento de la cara lateral del cordón
w	lado de la soldadura
w'	lado de soldadura para una unión con $\beta=1$

Letras Griegas

ε_{ln}^{pl}	deformación plástica logarítmica
$\bar{\lambda}$	esbeltez adimensional
φ_p	parámetro para determinar tensión de pandeo
2γ	cociente entre la anchura del cordón b_0 y el espesor de pared t_0
α_c	factor de reducción que representa la relación entre el ratio β y la esbeltez del cordón
α_p	coeficiente de imperfección
β	cociente entre la anchura media de las diagonales b_1 y la anchura del cordón b_0

Δ	deformación
Δ_{\max}	deformación máxima correspondiente a la tensión máxima del ensayo
η	cociente entre el canto del montante h_1 y la anchura del cordón b_0
θ_i	ángulo entre las diagonales que recubren y el cordón ($i=1$ ó 2)
θ_j	ángulo entre las diagonales recubiertas y el cordón ($i=1$ ó 2)
σ	tensión en un punto
$\sigma_{0,01}$	tensión estática de fluencia que se tomó al 0,01% de la tensión de prueba
$\sigma_{0,1}$	tensión estática de fluencia que se tomó al 0,1% de la tensión de prueba
$\sigma_{0,2}$	tensión estática de fluencia que se tomó al 0,2% de la tensión de prueba
$\sigma_{0,5}$	tensión estática de fluencia que se tomó al 0,5% de la tensión de prueba
$\sigma_{0,Ed}$	máxima tensión de compresión en el cordón de una unión
$\sigma_{1,0}$	tensión estática de fluencia que se tomó al 1,0% de la tensión de prueba
σ_p	tensión límite proporcional
$\sigma_{\text{true}}, \sigma_{\text{real}}$	tensión real procedente de la tensión estática
σ_u	tensión última
τ	cociente entre el espesor del montante t_1 y el espesor del cordón t_0
ε	deformación en un punto
ε^*	deformación de Mirambell y Real
$\varepsilon_{0,1}$	deformación correspondiente al 0,1% de la tensión de prueba
$\varepsilon_{0,2}$	deformación correspondiente al 0,2% de la tensión de prueba
$\varepsilon_{0,5}$	deformación correspondiente al 0,5% de la tensión de prueba
$\varepsilon_{1,0}$	deformación correspondiente al 1,0% de la tensión de prueba

ε_f	deformación tras la rotura
ε_p	deformación correspondiente a la tensión límite proporcional
$\varepsilon_{\text{real}}$	deformación plástica logarítmica dada por el Eurocódigo
ε_u	deformación correspondiente a la tensión última
γ_{M5}	coeficiente parcial de seguridad de la unión
χ	coeficiente de reducción utilizado en el cálculo a pandeo por flexión

Índice general

1	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1	Estructuras tubulares. Generalidades.....	1
1.2	Perfiles tubulares.....	6
1.2.1	Introducción.....	6
1.2.2	Proceso de fabricación	8
1.3	Motivación	11
1.4	Objetivo del proyecto.....	12
1.5	Estructura del proyecto.....	12
2	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	Introducción	14
2.2	Estudios realizados.....	14
2.3	Criterio de Deformación Límite	18
2.3.1	Introducción.....	18
2.3.2	Proceso de cálculo	18
2.3.2.1	Caso 1: $\beta \leq 0,8$	18
2.3.2.2	Caso 2: $0,8 < \beta \leq 1,0$	19
2.3.2.3	Nueva formulación.....	20
3	DISEÑO DE UNIONES DE PERFILES TUBULARES SHS Y RHS	22
3.1	Introducción	22
3.2	Criterios de dimensionamiento.....	23
3.2.1	Modos de fallo de nudos tubulares	26
3.2.1.1	Modo A	27
3.2.1.2	Modo B	27
3.2.1.3	Modo C	27
3.2.1.4	Modo D	28

3.2.1.5	Modo E.....	28
3.2.1.6	Modo F.....	28
3.2.2	Dimensionado de nudos tipo T.....	29
3.2.2.1	Rango de validez.....	29
3.2.2.1.1	EC3	29
3.2.2.1.2	CIDECT	30
3.2.2.2	Resistencia de cálculo	31
3.2.2.1.1	Modo A ($\beta \leq 0,85$)	31
3.2.2.1.2	Modo B ($\beta = 1,0$)	32
3.2.2.1.4	Modo D ($0,85 \leq \beta \leq 1-1/\gamma$)	33
3.2.2.1.3	Modo E ($\beta \geq 0,85$).....	34
3.2.2.3	Momentos flectores.....	34
3.2.2.1.1	Modo A ($\beta \leq 0,85$)	35
3.2.2.1.2	Modo B ($0,85 < \beta \leq 1$)	36
3.2.2.1.3	Modo E ($0,85 < \beta \leq 1$).....	36
4	MODELOS NUMÉRICOS DE ELEMENTOS FINITOS	38
4.1	Introducción al MEF	38
4.2	Aspectos generales del MEF.....	38
4.3	Formulación general del MEF	39
4.3.1	Introducción.....	39
4.3.2	Características de los elementos.....	39
4.3.2.1	Función de desplazamientos	39
4.3.2.2	Deformación (total).....	41
4.3.2.3	Deformación inicial.....	42
4.3.2.4	Matriz de elasticidad	42
4.3.2.5	Matriz de rigidez	43
4.3.2.6	Fuerzas nodales debidas a deformaciones iniciales	44
4.3.2.7	Fuerzas nodales debidas a tensiones iniciales.....	44
4.3.2.8	Fuerzas nodales debidas a fuerzas másicas distribuidas	44
4.3.2.9	Fuerzas nodales debidas a cargas superficiales.....	45
4.3.2.10	Cálculo de las tensiones	47
4.4	Elementos lámina para análisis lineal, estabilidad y análisis no lineal	47
4.4.1	Introducción.....	47

4.4.2	Teoría de Placas de Kirchhoff	48
4.4.2.1	Estado de placa	48
4.4.2.2	Hipótesis fundamentales	48
4.4.2.3	Campo de desplazamientos	49
4.4.2.4	Campo de deformaciones, tensiones y esfuerzos	50
4.4.2.5	Principio de los trabajos virtuales	53
4.4.3	Formulación de elementos finitos	54
4.4.4	Elementos de placa rectangulares	54
4.4.4.1	Elementos rectangulares no conformes. Elemento MZC	54
4.4.4.2	Elementos rectangulares conformes. Elemento BFS	57
4.4.5	Elementos de placa triangulares	58
4.4.6	Elementos de placa triangulares no conformes	58
4.4.7	Elementos de placa triangulares conformes	61
4.4.8	Elementos de placa cuadriláteros conformes obtenidos a partir de elementos triangulares	65
4.4.9	Comparación de los elementos de placa de Kirchhoff	66
4.5	Estabilidad de estructuras	67
4.6	Análisis no lineal de estructuras	68
4.6.1	Introducción al análisis no lineal	68
4.6.1.1	Causas de la no linealidad	68
4.6.1.2	Tipos de análisis	69
4.6.2	El método de Newton – Raphson	70
4.6.3	El método de Longitud de Arco	71
4.7	El Método de los Elementos Finitos en ANSYS	74
4.7.1	Introducción	74
4.7.2	Fundamentos del programa	75
4.7.3	Organización del programa	75
4.7.4	Análisis con ANSYS	76
4.7.4.1	Preproceso	76
4.7.4.2	Ensamblaje y solución	80
4.7.4.3	Postproceso	81
4.7.5	El método de Newton-Raphson en ANSYS	81
4.7.6	El método de la longitud del arco en ANSYS	82
4.7.6.1	Evaluación de los resultados del método de Longitud de Arco	84

5	MODELOS NUMÉRICOS	85
5.1	Introducción	85
5.2	Los modelos de elementos finitos en los eurocódigos estructurales	85
5.3	Descripción de ensayos experimentales de uniones en T	88
5.3.1	Introducción	88
5.3.2	Ensayos de R. Feng y B. Young	88
5.3.2.1	Introducción	88
5.3.2.2	Descripción de la unión y proceso de soldadura	90
5.3.2.3	Etiquetado de los ensayos	91
5.3.2.4	Banco de pruebas	92
5.3.3	Ensayos de R. Moazed <i>et al.</i>	94
5.3.3.1	Introducción	94
5.3.3.2	Banco de pruebas	95
5.3.4	Conclusión	96
5.4	Modelo numérico de nudos en T	96
5.4.1	Introducción	96
5.4.2	Modelado con el programa ANSYS	96
5.4.2.1	Introducción	96
5.4.2.2	Croquis (Modelo1)	97
5.4.2.3	Croquis (Modelo2)	99
5.4.2.4	Croquis (Modelo3)	103
5.4.3	Elección del tipo de elemento	107
5.4.3.1	Elementos lámina (Shell)	107
5.4.3.2	Elementos sólidos (Solid)	108
5.4.4	Definición de malla. Estudios de convergencia	109
5.4.4.1	Introducción	109
5.4.4.2	Modelo 1	109
5.4.4.3	Modelo 2	111
5.4.4.4	Modelo 3	115
5.4.5	Modelado de imperfecciones geométricas	117
5.4.5.1	Introducción	117
5.4.5.2	Normativa y modelado	118
5.4.6	Modelado de tensiones residuales	118

5.4.6.1	Introducción	118
5.4.6.2	Normativa y modelado.....	119
5.4.7	Modelado del material	120
5.4.7.1	Introducción	120
5.4.7.2	Curvas tensión-deformación	120
5.4.7.3	Estudio de modelos para el material	121
5.4.7.4	Curva real.....	128
5.4.8	Modelado de las soldaduras	129
5.4.8.1	Introducción	129
5.4.8.2	Modelo 2	131
5.4.8.3	Modelo 3	133
5.4.9	Modelado de cargas	134
5.4.10	Modelado de contactos y las condiciones de contorno	135
5.4.10.1	Introducción	135
5.4.10.2	Contactos en el Modelo 2.....	137
5.4.10.3	Contactos en el Modelo 3.....	138
5.5	Verificación de los modelos de elementos finitos	140
5.5.1	Introducción	140
5.5.2	Pasos y procedimientos de análisis	141
5.5.2.1	Introducción	141
5.5.2.2	Pasos del análisis.....	141
5.5.2.3	Parámetros de control.....	142
5.5.3	Resultados del análisis	142
5.5.3.1	Introducción	142
5.5.3.2	Endurecimiento del material	143
3.2.2.1.1	Modelo 1	144
3.2.2.1.1	Modelo 2	145
5.5.3.3	Plato de elementos sólidos	148
3.2.2.1.1	Material elástico.....	148
3.2.2.1.1	Material rígido.....	149
5.5.3.4	Simulación con nuevas soldaduras	151
5.5.3.4.1	Modelo 2	151
5.5.3.4.2	Modelo 3	152

5.5.3.5	Influencia de los medidores	152
5.5.4	Verificación de los modelos de elementos finitos	155
5.5.4.1	Introducción	155
5.5.4.2	Modelo 2	155
5.5.4.2.1	Modo de fallo	155
5.5.4.2.2	Resultados gráficos	157
5.5.4.3	Modelo 3	168
5.5.4.3.1	Modo de fallo	168
5.5.4.3.2	Resultados gráficos	170
6	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	181
6.1	Introducción	181
6.2	Trabajos realizados	181
6.3	Conclusiones	182
6.4	Trabajos futuros	183
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	184

1 Introducción

1.1 ESTRUCTURAS TUBULARES. GENERALIDADES

En los últimos años se ha producido un aumento significativo en el uso y aplicación de perfiles tubulares, ya que ofrecen ventajas estructurales como resistencia a la corrosión, ductilidad, facilidad de montaje y mantenimiento, haciendo de estos perfiles una clara alternativa para el diseño de distintos tipos de estructuras. Las secciones tubulares han demostrado ser la forma más adecuada para los elementos sometidos a la fuerza del viento, el agua o las olas. Esto ha supuesto que no sólo se empleen tubos para la transmisión de fluidos, sino también para la construcción de estructuras. En la naturaleza existen numerosos ejemplos que demuestran las excelentes propiedades de los perfiles tubulares como elementos estructurales resistentes a la compresión, la tracción, la flexión y la torsión. Estas ventajas ya eran percibidas en la antigüedad cuando el empleo de bambú era común para el desarrollo de pequeñas estructuras y cabañas, además de los usos cotidianos de transporte de agua.

La necesidad de obtener soluciones a diversos problemas de ingeniería estructural asociados al gran crecimiento de la construcción con perfiles metálicos, hizo surgir alrededor de los años 60, el empleo y desarrollo de los perfiles tubulares al ser considerados uno de los últimos grupos de perfiles de acero estructural. Su aparición y difusión motivaron la fundación de CIDECT (Comitee International pour le Développement et l'Étude de la Construction tubulaire) en 1962, que es la mayor organización internacional de fabricantes de perfiles tubulares. Los estudios realizados por CIDECT tenían la intención de mejorar los resultados, tanto en la fabricación como en la ejecución de las obras de perfiles tubulares. Estos estudios sirvieron también de base para la gran mayoría de las normas internacionales que rigen la construcción de acero en el mundo, tales como: DIN (Deutsch Industrie Normen), NF (Norme Française), BS (British Standard), ACNOR / CSA (Canadian Standards Association), AIC (Architectural Institute of Japan), IIW (International Institute of Welding), Eurocódigo 3, etc.

Las estructuras fabricadas con perfiles tubulares presentan una superficie menor que las estructuras equivalentes con perfiles abiertos. Este hecho, combinado con la ausencia de esquinas pronunciadas, hace que la protección frente a la corrosión sea mejor, así como la aplicación de pinturas y protecciones frente al fuego. Los perfiles tubulares combinan estas características con un atractivo aspecto desde el punto de vista arquitectónico (Fig.1.1). Estas excelentes propiedades permiten la creación de diseños

ligeros y con un menor número de uniones simples en las que, a menudo, se pueden eliminar las cartelas o placas rigidizadoras.

Dado que la resistencia de la unión depende de las propiedades geométricas de los elementos, el diseñador sólo podrá obtener un diseño óptimo si comprende el comportamiento del nudo y lo tiene en cuenta a la hora de realizar el diseño conceptual. El coste unitario material de los perfiles tubulares es superior al de los perfiles abiertos. Sin embargo esta diferencia puede compensarse por el menor peso de la construcción, la menor superficie exterior a proteger contra la corrosión y la reducción del coste de fabricación gracias a la aplicación de uniones simples sin elementos rigidizadores. Por ello los costes de manipulación y montaje se ven claramente reducidos.

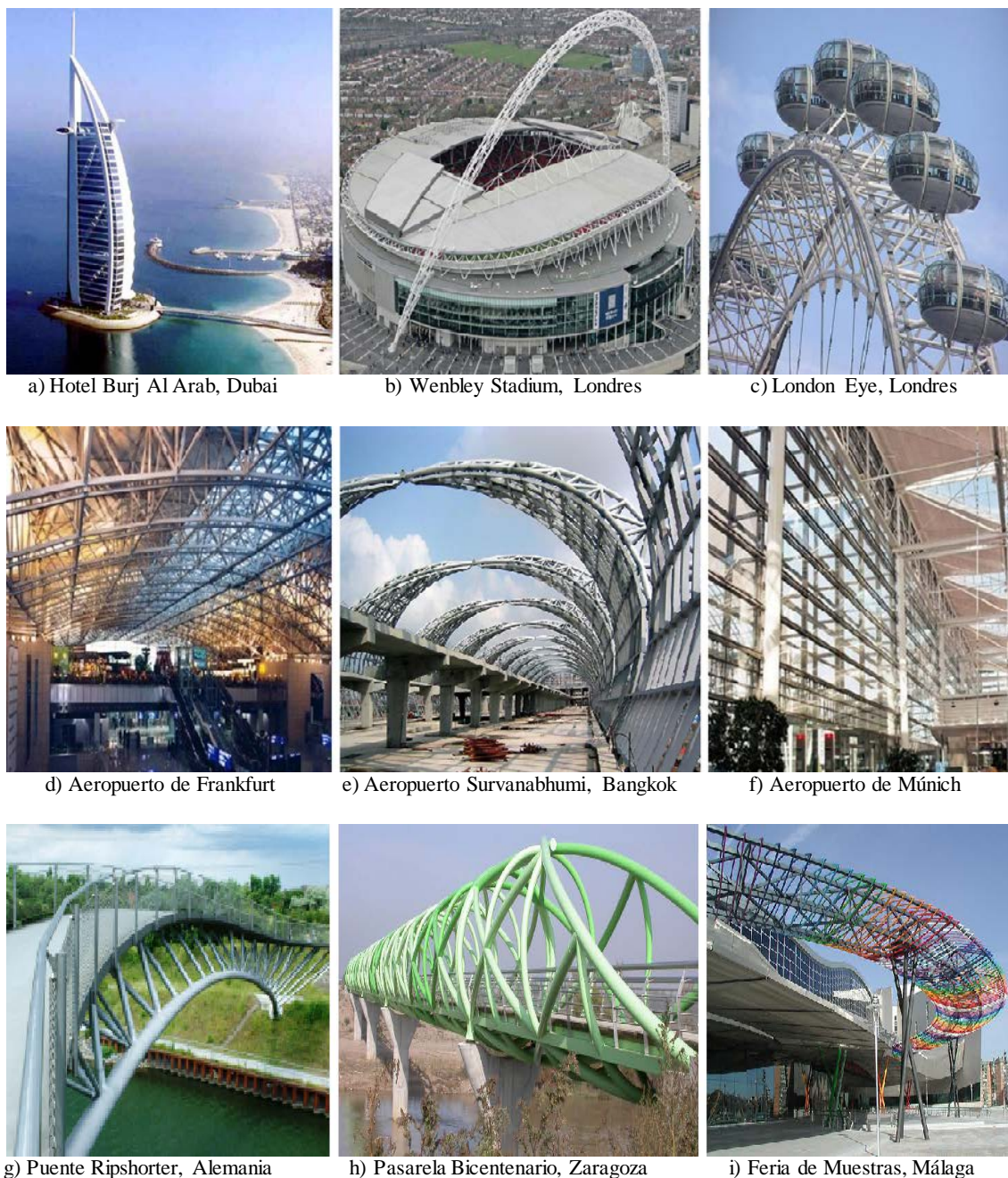


Fig. 1.1. Ejemplos de estructuras con perfiles tubulares [71]

Los costes de fabricación de toda estructura metálica dependen principalmente de las horas de mano de obra necesarias para producir los componentes estructurales. El número de horas no tiene porqué ser mayor en el diseño con perfiles tubulares (RHS o CHS) que con perfiles abiertos, y puede ser incluso menor dependiendo de las configuraciones de la unión. A este respecto es imprescindible que el proyectista tenga en cuenta que, por ejemplo, la selección de componentes de celosía de perfil estructural tubular, determina la complejidad de las uniones en los nudos. No es de esperar que las barras seleccionadas por peso mínimo puedan unirse en un tiempo mínimo de trabajo. Esto rara vez sucederá porque la eficiencia de las uniones de perfiles tubulares es una función de una serie de parámetros que se definen por las dimensiones relativas de los elementos que se conectan.

Los costes de manipulación y montaje pueden ser menores para las celosías de perfiles tubulares que para otras celosías alternativas. Su mayor rigidez y resistencia transversal las hace más fáciles de levantar y más estables durante su montaje. Además, las celosías compuestas por perfiles tubulares son habitualmente más ligeras que otras similares fabricadas con perfiles no tubulares, ya que las barras de la celosía están principalmente cargadas axialmente. Como consecuencia los perfiles estructurales tubulares presentan un aprovechamiento más eficiente de la sección transversal de acero en compresión.

Los costes de protección son significativamente más bajos para celosías de perfil tubular que para otras celosías. Un perfil tubular cuadrado tiene aproximadamente 2/3 de superficie exterior que un perfil en “I” del mismo tamaño, y las celosías de perfil tubular pueden tener barras más pequeñas, como resultado de su mayor eficiencia estructural. La ausencia de ángulos entrantes hace más fácil la aplicación de pintura o protección contra el fuego y su duración puede ser más larga. Los perfiles tubulares rectangulares (que incluyen a los cuadrados), si están cerrados en los extremos, sólo tienen cuatro superficies que pintar, mientras que para un perfil en “I”, habría que pintar ocho superficies planas. Todas estas características suponen para las estructuras de sección tubular menos material y menos mano de obra.

La galvanización por inmersión en caliente de perfiles tubulares o subconjuntos soldados de estructuras tubulares proporciona una liberación parcial de las tensiones del elemento o del conjunto fabricado. Además de la potencial deformación del elemento, que debe considerarse y compensarse antes de llevar a cabo el proceso de galvanización, el acero seleccionado debe ser adecuado para someterse a dicho proceso (no deben emplearse aceros calmados al silicio (Si); sólo deben emplearse aceros con un contenido de Si limitado).

Las piezas de unión, tales como cartelas, añaden costes de material y mano de obra. Los rigidizadores y otros tipos de refuerzo, que incrementan de igual manera los costes, deberían mantenerse siempre al mínimo y ser utilizados únicamente cuando realmente sean necesarios, por ejemplo, para reparaciones.

Independientemente de la forma utilizada en el diseño de una estructura reticular, es por lo general un ahorro equivocado el intentar minimizar el peso mediante la selección de multitud de tamaños diferentes para perfiles que actúen como montantes o barras de relleno. El incremento en el coste que supone el conseguir y manejar por separado los diferentes perfiles no compensan el supuesto ahorro en materiales. Por lo tanto, es mejor utilizar el mismo tamaño de perfil para un grupo de barras de relleno.

Las uniones de perfiles tubulares circulares son más caras de realizar que las uniones de perfiles tubulares rectangulares. Los nudos CHS (Circular Hollow Section) precisan de un corte espacial de los extremos de las barras cuando van a ser unidos directamente, a no ser que las barras de relleno sean mucho menores que los cordones. Además, en aquellas estructuras en las que los paneles o cubierta se colocan directamente sobre el cordón superior de las celosías, los perfiles RHS (Rectangular Hollow Section) ofrecen superficies mayores que los CHS para conectar y soportar la cubierta. Otros aspectos a tener en consideración al elegir entre perfiles tubulares circulares y rectangulares son la relativa facilidad de colocar en los RHS chapas dorsales para la soldadura, y para manejar y apilar RHS.

Las configuraciones de los nudos son cada vez más económicas siguiendo este orden: recubrimiento parcial, recubrimiento total y espaciamiento. Los nudos con espaciamiento tienen la ventaja de un único corte de bisel si el cordón es un RHS. En los buenos diseños, debe existir una separación mínima de $g \geq t_1 + t_2$ que permita que las soldaduras no se solapen entre sí (Fig. 1.2). Los nudos con recubrimiento parcial tienen cortes dobles con mínima flexibilidad de ajuste. En aquellas uniones cuyas diagonales estén superpuestas, si tienen diferentes espesores o límites elásticos, el elemento con menor valor $t_i f_i$ deberá recubrir al otro elemento; si tienen diferentes anchuras, el elemento más estrecho deberá recubrir al más ancho.

En estructuras en celosía comunes (por ejemplo, cerchas), cerca del 50% del peso del material se usa para los cordones comprimidos, aproximadamente un 30% para el cordón traccionado y cerca de un 20% para las barras de relleno. Esto significa que, con respecto al peso del material, los cordones comprimidos serían los elementos a optimizar, obteniendo perfiles con paredes finas. Sin embargo, en cuanto a la protección contra la corrosión (pintura), debería minimizarse la superficie exterior.

Para los perfiles huecos acabados en caliente y para los perfiles huecos conformados en frío, el límite elástico nominal del producto final no debería superar los 460 N/mm². Para productos finales con un límite elástico nominal superior a 355 N/mm², las resistencias de cálculo estático deberían reducirse mediante un coeficiente de 0,9.

El espesor nominal de los perfiles huecos no debería ser inferior a 2,5 mm. Cuando constituyan el cordón de una celosía, el espesor nominal de los perfiles huecos no deberá ser superior a 25 mm. A menos que se hayan adoptado medidas especiales para asegurar la resistencia transversal del material.

La resistencia de los nudos aumenta al disminuir la relación entre la anchura y altura del cordón y el espesor, y al aumentar la relación entre el espesor del cordón y el espesor de la barra de relleno t_0/t_i para ($i=1$ ó 2). Sin embargo, desde un punto de vista de resistencia al pandeo, como elemento estructural aislado, un perfil de dimensiones exteriores grandes y espesor pequeño es más eficaz frente a esfuerzos de compresión. Como resultado, la relación final entre la anchura-altura y el espesor para el cordón comprimido será un compromiso entre la resistencia del nudo y la resistencia del elemento al pandeo, lo que normalmente llevará a la elección de perfiles relativamente robustos. Además, las barras de relleno deben tener espesores de pared pequeños, considerando también, que con paredes finas requerirán soldaduras en ángulo más pequeñas que en el caso de arriostramientos de gran espesor.

En cuanto al cordón traccionado, la relación entre la anchura y altura y el espesor, deben elegirse de forma que sea lo más pequeña posible. En el diseño de estructuras tubulares, el diseñador debe tener en cuenta que los costes de la estructura dependen, en gran medida, de los costes de fabricación. Esto significa que deben minimizarse los costes asociados al corte, preparación de extremos y soldadura.

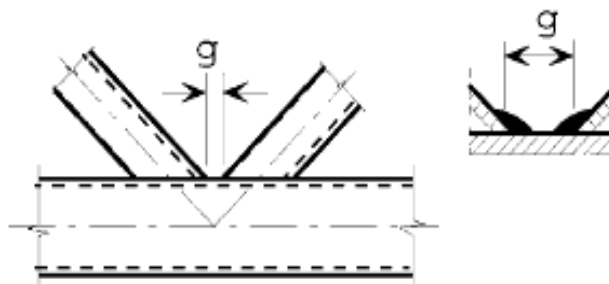


Fig. 1.2. Unión con espaciamiento [5]

Los costes de soldadura se ven afectados por la geometría de las uniones, el tipo de soldadura y el tamaño de la misma. Las soldaduras en ángulo, normalmente no requieren la preparación de superficies de bisel que es inherente a casi todas las soldaduras a tope o de penetración total o parcial. Una soldadura en ángulo de 12 mm tiene el doble de resistencia que una de 6 mm, sin embargo tiene cuatro veces su volumen. Por lo tanto, el coste por unidad de resistencia es claramente favorable con menores espesores de los elementos y con soldaduras de menor tamaño.

Las uniones soldadas habituales, para este tipo de perfiles, pueden clasificarse en tres grupos:

- Soldaduras a tope.
- Soldaduras en ángulo.
- Soldaduras en bordes curvos.

En todos estos tipos de soldadura, el material de aportación tendrá un límite elástico y una resistencia última a tracción para el material depositado, al menos igual a la del acero a soldar y por lo tanto, se empleará como tensión de referencia la correspondiente a la tensión de trabajo del acero del material a soldar. Así, siempre se estará del lado de la seguridad. Además de su resistencia a la tracción, todo material depositado debe garantizar un alargamiento en rotura superior al 22% y una resiliencia en concordancia con la calidad del acero y el tipo de estructura no menor que 5 kg·m/cm². Las soldaduras que unen las diagonales a los cordones deben tener suficiente resistencia como para poder tener en cuenta distribuciones no uniformes de tensiones y suficiente capacidad de deformación para tener en cuenta redistribuciones de momentos flectores.

En las soldaduras a tope, debe comprobarse la ausencia de discontinuidades y defectos que debiliten la sección resistente, no debiendo aceptarse sobreespesores en el lado de la cara y raíz superior al 10% del espesor del tubo más delgado a unir. Al soldar diferentes espesores o anchos de chapas, deben ajustarse mediante suaves transiciones inclinadas con pendientes no mayores del 25%.

Resulta más económico usar soldaduras en ángulo que soldaduras a tope. Sin embargo, el límite superior para el tamaño de la garganta o del cateto de las soldaduras en ángulo dependerá del fabricante de la estructura. Un ángulo inferior a 30° entre el montante y el miembro cordón crea serias dificultades de soldadura en el talón de la conexión, por lo que se recomienda que los ángulos entre barras sean superiores a este valor. Sin embargo, ángulos inferiores a 30° son posibles si el cálculo se realiza tomando un valor de 30° y el fabricante demuestra que se puede realizar una soldadura satisfactoria.

1.2 PERFILES TUBULARES

1.2.1 Introducción

Existen claras diferencias entre el diseño y las aplicaciones de los perfiles tubulares de sección circular (CHS), cuadrada (SHS) o rectangular (RHS). Los perfiles circulares proporcionan una mejor distribución de las tensiones sobre el tubo, debido lógicamente a su geometría, en la que todos los puntos de la sección transversal son equidistantes. Este hecho los distingue de los perfiles tubulares cuadrados o rectangulares donde puede ocurrir concentración de esfuerzos en un determinado punto (generalmente en los bordes) causando el fallo de los mismos. Sin embargo, los perfiles tubulares rectangulares y cuadrados adquieren una gran ventaja en el montaje y la puesta en obra, ya que, se aumenta la facilidad de realizar las uniones debido a que se preparan las superficies para este propósito, disminuyendo el tiempo de montaje, mano de obra, y abaratando costes.

Las estructuras construidas con perfiles tubulares presentan numerosas ventajas:

- Pueden ser contruidos con aceros de alta resistencia, y atender por lo tanto, a una amplia variedad de proyectos.
- Proporcionan soluciones económicas. Debido su elevada resistencia y bajo peso propio proporcionan una reducción significativa de los costes. Además existe la posibilidad de implementar un lugar de trabajo menos obstruido, más limpio y ergonómico.
- El desarrollo y fabricación de los perfiles tubulares se ha visto incrementado y son un gran atractivo para el diseño de construcciones, dando un aspecto de audacia y de modernidad.
- El aumento de la resistencia al pandeo de las barras de la estructura permite el uso de luces mayores, lo que supone una reducción significativa en el número de columnas y diagonales con espaciamientos más grandes.
- Dado que la construcción se rige y regula por un sistema en el que el montaje industrial ha de realizarse con alta precisión, el uso de perfiles tubulares puede suprimir considerablemente las imprecisiones derivadas de improvisaciones, correcciones y ajustes, que son comunes en los métodos de construcción convencionales. Esto permite estimaciones más precisas, lo que se traduce en un ahorro significativo de los plazos de ejecución de la obra y los costes de gestión.

- Los perfiles tubulares se pueden emplear en estructuras de materiales compuestos (tubos rellenos de hormigón), de manera que, se gane resistencia adicional en los esfuerzos de compresión.
- Estos perfiles tienen menos área superficial en comparación con secciones abiertas, lo que lleva a reducir los costes de pintura y protección contra incendios, facilitando los costes de mantenimiento y minimización los costes (Fig. 1.3).

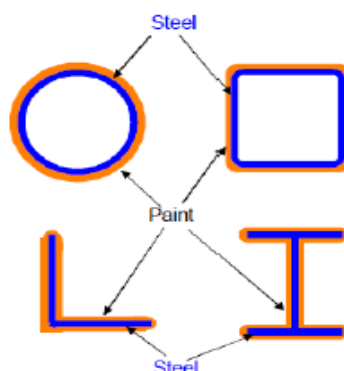


Fig. 1.3. Superficie pintada en secciones de perfiles tubulares y perfiles abiertos [3]

El uso de perfiles tubulares se ha ido extendiendo a lo largo de los años por Europa, Sudeste de Asia, América del Norte y Australia. Países como Canadá, Inglaterra, Alemania y Holanda desarrollan anualmente numerosas estructuras con perfiles tubulares, por lo que cuenta con una producción de estos perfiles muy abundante, industrializada y con un alto nivel de desarrollo tecnológico.

Existen registros del uso de perfiles tubulares y de sus excelentes propiedades desde hace años, prueba de ello, es el puente Firth of Forth en Escocia (1890), con una luz de 521 m. Este puente se construyó con perfiles tubulares hechos de placas laminadas y remachadas juntas (Fig. 1.4), ya que en ese momento no se conocía otra técnica de fabricación. Sólo con el desarrollo de procesos de fabricación y la mejora en los procesos de unión de estos perfiles, el uso de estos perfiles ha ido evolucionando y extendiéndose rápidamente, dando soluciones viables y competitivas en el desarrollo de estructuras.



Fig. 1.4. Puente Firth of Forth, Escocia (1890) [68]

1.2.2 Proceso de fabricación

Los perfiles tubulares de acero se pueden clasificar de acuerdo a su proceso de fabricación. Los perfiles tubulares soldados se producen a partir de chapa de acero doblada y se sueldan en sus extremos. Los perfiles sin cordón de soldadura (costura) se fabrican mediante un proceso de laminación en caliente a partir de un bloque sólido cilíndrico de acero, que se perfora por un mandril rotatorio, y se lamina mediante rodillos obteniendo sus dimensiones finales. La distribución de la tensión residual será diferente en cada tubo dependiendo del proceso de fabricación. En los tubos sin costura, la distribución de tensiones residuales es más uniforme, lo que mejora el rendimiento de estos perfiles en su comportamiento estructural.

En 1886, los hermanos Mannesmann desarrollaron una técnica de fabricación de perfiles tubulares de pared gruesa sin costura (*Schrägwalzverfahren*) (Fig. 1.5a). Esta técnica, consiste en calentar un lingote de acero hasta la temperatura de laminado en un horno de solera giratoria, posteriormente la pieza es transferida a un laminador perforador para ser moldeada con forma tubular mediante dos rodillos externos que giran en la misma dirección, pero posicionados de forma inclinada respecto del eje longitudinal de la pieza, mientras un mandril perforador se introduce en el centro de la pieza a lo largo de su eje longitudinal.

Este proceso de fabricación junto con el proceso desarrollado por Pilger años más tarde (*Pilgerschrittverfahren*), ha hecho posible la obtención de perfiles tubulares de paredes delgadas (Fig. 1.5b). En el proceso de Pilger, al perfil laminado y perforado se le inserta una barra cilíndrica en el interior y se lamina mediante una serie de rodillos que van reduciendo su diámetro hasta alcanzar el espesor y diámetro deseados, finalmente se vuelve a calentar la pieza hasta la temperatura de laminado y se extrae la barra cilíndrica para realizar un laminado final con otros dos rodillos hasta alcanzar las dimensiones requeridas.

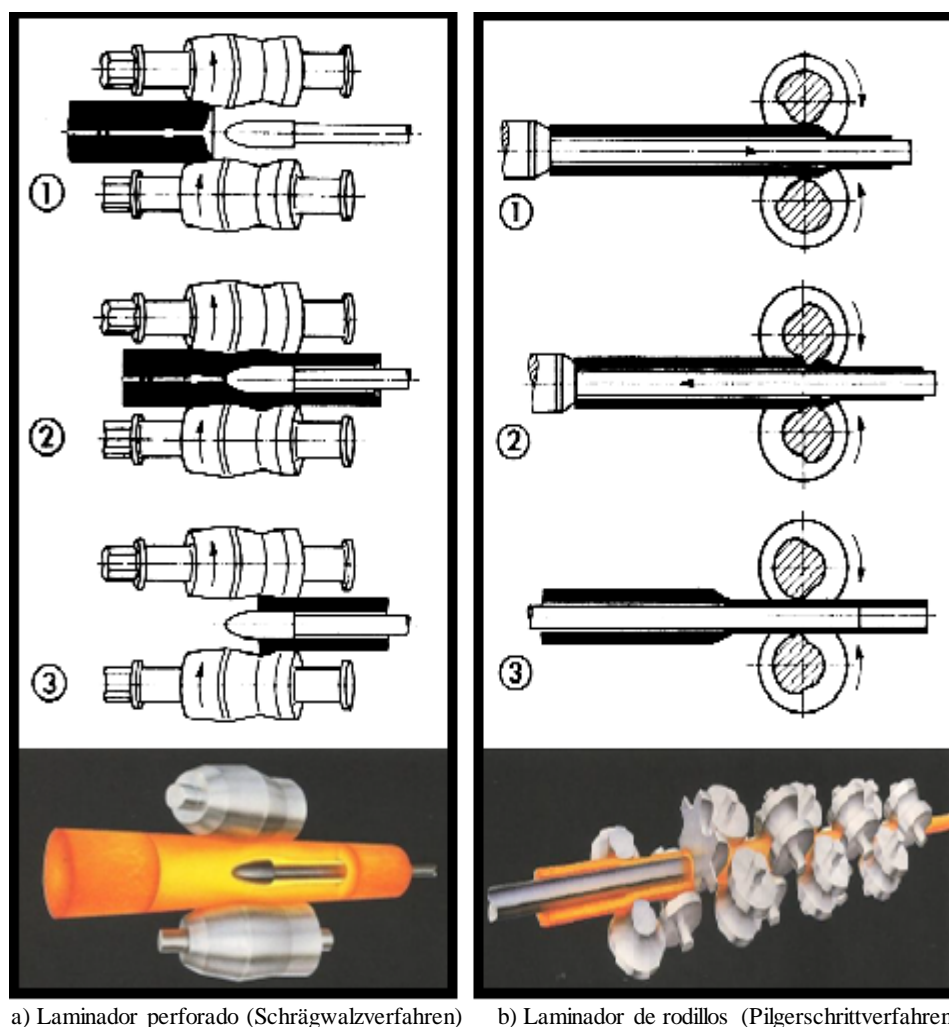
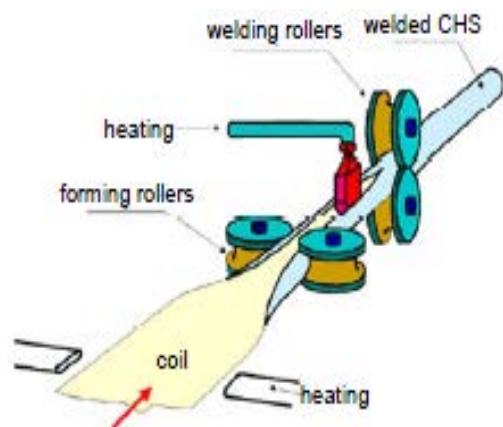


Fig. 1.5. Procesos de laminación continua [3, 69]

En la primera mitad del siglo pasado, el inglés Whitehouse desarrolló un proceso de fabricación de soldadura por calor para secciones tubulares. Sin embargo, la producción de este tipo de perfil sólo adquirió importancia tras el desarrollo del proceso de soldadura continua, desarrollado en 1930 por el americano Fretz Moon (Fig. 1.6 a). Después de la Segunda Guerra Mundial, el proceso de soldadura fue perfeccionado, haciendo más sencilla la unión entre tubos.

En la fabricación de perfiles tubulares con costura, el procedimiento más empleado se conoce como soldadura por inducción de alta frecuencia. En este método, se emplean piezas de acero laminadas y dobladas en forma de tubo. Cada pieza se abraza con un material inductor y se hace pasar por un laminador de rodillos mientras se sueldan longitudinalmente los extremos. Esta soldadura consiste en calentar los bordes de la chapa (proceso de inducción o mediante resistencia eléctrica) y se realiza la soldadura por presión al ir atravesando los rodillos, de manera que el tubo queda cerrado (Fig. 1.6 b). El exceso o las imperfecciones de la soldadura se eliminan con laminadores especiales. La eliminación del exceso de soldadura interna es innecesaria para la mayoría de aplicaciones, pero se puede realizar si es necesario. Las dimensiones del tubo se pueden variar calentando el material hasta la temperatura de laminación y haciéndolo pasar por una serie de rodillos hasta alcanzar las dimensiones finales.



a) Proceso de soldadura de Fretz Moon



b) Proceso de soldadura por inducción a alta frecuencia

Fig. 1.6. Procesos de soldadura para la confección de perfiles tubulares [3, 69]

En 1952, se diseñaron los primeros perfiles tubulares de sección rectangular por Stewarts y Lloyds. Estos perfiles se realizan mediante la deformación de perfiles tubulares de sección circular con rodillos de conformado (Fig. 1.7). Este proceso se puede realizar en caliente o en frío, para tubos con costura o sin ella, y para perfiles de pared delgada o gruesa. En ocasiones los perfiles de sección cuadrada o rectangular pueden realizarse a partir de una lámina de acero doblada con la forma deseada, que se cierra mediante un cordón de soldadura, preferiblemente en el medio de una cara.

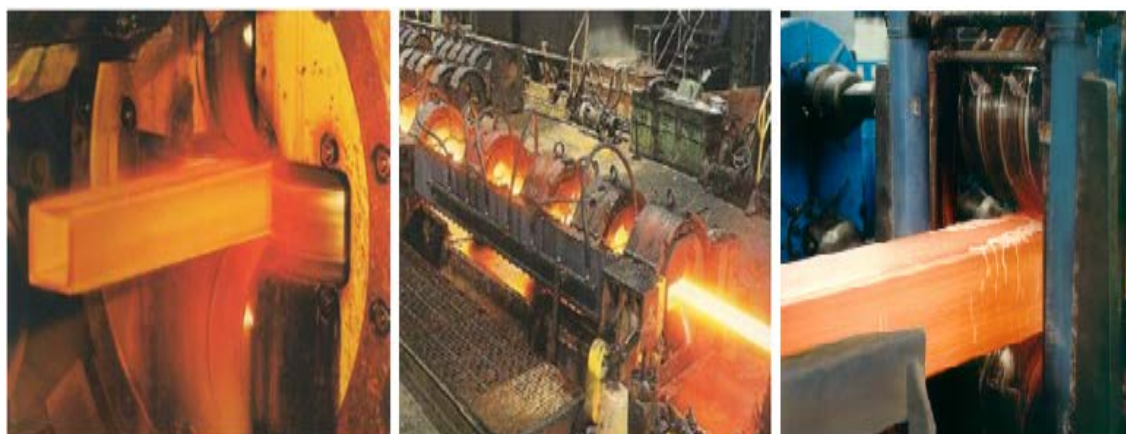


Fig. 1.7. Proceso de fabricación de perfiles RHS [3, 5]

Con la mejora de los procesos de fabricación, el empleo de estos perfiles para la confección de estructuras, dependía de las técnicas para realizar la unión. Con el objetivo de evitar problemas en la unión y mejorar la puesta en obra, Müller desarrolló una máquina para realizar el corte en el extremo final de los miembros y facilitar el montaje de estos (Fig. 1.8 a). Para evitar problemas de conexión, a menudo se emplean conexiones prefabricadas. Una de las más usadas es el sistema Mero, desarrollado por Mengerinhausen en 1937. Esta conexión está formada por octógonos, inscriptos en una esfera, en cada uno de los cuales puede roscarse una barra previamente preparada (Fig. 1.8 b). Este sistema ha permitido la fabricación de grandes estructuras de un modo industrializado.

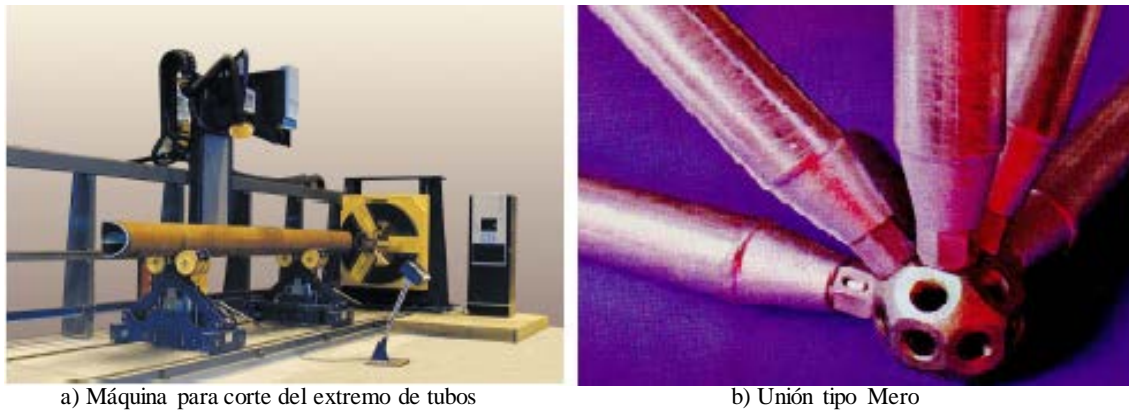


Fig. 1.8. Técnicas para la unión de perfiles tubulares [3]

El perfeccionamiento de los procesos de corte y ajuste de los extremos, así como el desarrollo de métodos de soldadura, permitieron la optimización de las técnicas de unión para las estructuras de perfiles tubulares. Antes de la llegada de estas técnicas, las uniones entre los elementos tubulares eran prácticamente imposibles. En los años 50, estos problemas se solucionaron completamente, por lo que, a partir de ese momento la única barrera para el correcto uso de perfiles tubulares se debía al poco conocimiento que se tenía sobre su comportamiento estructural y la resistencia de las uniones. La creación de CIDECT en 1962, favoreció notablemente el desarrollo y el empleo de tubos. La idea principal era reunir todos los recursos disponibles en la industria, las universidades y otros organismos nacionales e internacionales para la investigación y difusión de informes técnicos, desarrollo de proyectos, métodos matemáticos y la divulgación de resultados experimentales en revistas y publicaciones. Desde el inicio de sus actividades, su objetivo principal se centró en los aspectos relacionados con el diseño de las secciones tubulares, incluyendo el comportamiento estructural, resistencia estática y fatiga de las uniones, propiedades aerodinámicas, resistencia a la corrosión, la fabricación y el mantenimiento de estas estructuras.

1.3 MOTIVACIÓN

Debido al creciente aumento del uso de los perfiles tubulares en los últimos años para diversos fines estructurales, sería conveniente una ampliación y profundización de los trabajos de investigación, de manera que se pueda llegar a comprender mejor su comportamiento estructural. La creación de normativas como CIDECT y el Eurocódigo 3 dan una orientación de los criterios de dimensionamiento para el cálculo de nudos con este tipo de perfil, pero la formulación dada se diseñó en base a ensayos experimentales de perfiles tubulares confeccionados con acero al carbono, además las normativas limitan los espesores de chapa a 2,5 mm.

Motivado por desarrollo y mejora de los software de elementos finitos, es de aplicación estudiar el comportamiento de estas uniones con diversos materiales como acero inoxidable y analizar la influencia del empleo de espesores de chapa más pequeños. Validando y parametrizando esta unión, se puede saber la respuesta de múltiples ensayos, y supondría un ahorro económico significativo en caso de reducción del espesor de chapa además de la posibilidad del desarrollo de nuevas ecuaciones que permitan dimensionar este tipo de uniones.

1.4 OBJETIVO DEL PROYECTO

El objetivo principal del presente proyecto consiste en el modelado y análisis del comportamiento no lineal de una unión en T de perfiles tubulares cuadrados (SHS) y rectangulares (RHS) de acero inoxidable, utilizando el Método de Elementos Finitos mediante el software ANSYS.

Los objetivos parciales son:

- Realizar una revisión bibliográfica sobre los principales estudios sobre uniones de perfiles tubulares.
- Obtener de la bibliografía, un ensayo experimental fiable y completo sobre uniones en T de perfiles tubulares.
- El aprendizaje y profundización del programa de elementos finitos ANSYS.
- La elaboración de un modelo numérico de la unión en T. Se considerarán las dimensiones y geometría de las piezas, la no-linealidad del material, modelado de soldaduras, condiciones de carga y de contorno.
- El ajuste numérico del modelo de elementos finitos (tipo de elementos, densidad de la malla, estudios de convergencia, etc.) y validación del mismo con los resultados de los ensayos experimentales disponibles en la bibliografía.
- La obtención de conclusiones sobre el comportamiento de las uniones en T de perfiles tubulares de acero

1.5 ESTRUCTURA DEL PROYECTO

En este Capítulo 1, se describen las generalidades de las estructuras tubulares y las principales propiedades de los perfiles tubulares, haciendo una reseña histórica en cuanto a las normativas que las contemplan, ejemplos en la construcción y formas de fabricación de perfiles. Posteriormente se analizan los objetivos del proyecto, las fases para su elaboración y una breve descripción de la estructura del proyecto.

En el Capítulo 2, Revisión bibliográfica, se hace un resumen de los principales estudios realizados por diversos autores en las últimas décadas, referentes a perfiles tubulares y uniones entre estos. Además se expone y analiza la importancia del Criterio de Deformación Límite para el cálculo de la fuerza de fallo en perfiles tubulares cuando se trabaja con acero inoxidable.

En el Capítulo 3, Diseño de uniones de perfiles tubulares SHS y RHS, se analizan los principales modos de fallo que ocurren en una unión en T de perfiles tubulares dados por el Eurocódigo 3 parte 1-8 y se expone la formulación necesaria para el correcto dimensionamiento de estas uniones, obteniendo las cargas y momentos máximos de fallo. Todo ello en base a las normativas europeas del EC3 y CIDECT.

En el Capítulo 4, Modelos numéricos de elementos finitos, se describen aspectos generales del Método de los elementos finitos, discretización y formulación para superficies y elementos placa triangulares y cuadriláteros, junto con una breve introducción a la estabilidad e inestabilidad estructurales, y al análisis no lineal, centrándose en las causas de no linealidad existentes en el presente proyecto. Además se desarrollan algunos aspectos del método en el programa ANSYS, incluyendo los métodos numéricos que éste utiliza para el análisis.

En el Capítulo 5, Modelos numéricos, se desarrolla paso a paso la construcción de modelos de elementos finitos de una unión en T de perfiles tubulares SHS y RHS de acero mediante el software ANSYS, haciendo una descripción del ensayo experimental a emplear, y un estudio sobre el empleo del acero inoxidable en estas uniones. Posteriormente se lleva a cabo la validación y verificación de estos modelos y se cotejan los resultados obtenidos con las normativas europeas, Eurocódigo y CIDECT.

En el Capítulo 6, Conclusiones y Trabajos futuros, se recogen las conclusiones obtenidas a lo largo del proyecto. También incluye trabajos futuros propuestos para continuar con las investigaciones del presente proyecto.

2 Revisión bibliográfica

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan los principales estudios e investigaciones realizadas por diversos autores en los últimos años, referentes al comportamiento y tipología de unión entre perfiles tubulares de acero de sección hueca. La aparición de los programas de elementos finitos motivó que varios de estos investigadores realizasen estudios y validaciones de modelos numéricos, impulsados por el desarrollo de esta potente herramienta. Se describe también el criterio de deformación límite, para obtener de una manera precisa, las cargas máximas en la unión de perfiles tubulares antes de que se produzca el fallo.

2.2 ESTUDIOS REALIZADOS

En 1982, Packer [13] desarrolló un estudio paramétrico para identificar los principales factores que afectan al comportamiento y la resistencia última de uniones de perfiles tubulares RHS soldados, en el empleo de celosías. La investigación numérica se validó mediante la comparación con numerosos ensayos experimentales. Los principales factores estudiados fueron el límite elástico, los esfuerzos en el cordón, las dimensiones relativas entre barras de relleno y cordón, la separación y orientación de estas barras y el ratio entre barras de relleno y cordón. En 1984, Packer *et al.* [14] describieron un modelo de elementos finitos para uniones de perfiles tubulares RHS soldados en K, para celosías tipo Warren. Estudiaron así, los parámetros que influyen en la flexibilidad de la unión y el estado límite de servicio, incluyendo en el modelo un comportamiento bilineal elastoplástico del material y de grandes deformaciones en las caras del cordón.

En 1991, Van der Vegte *et al.* [18] realizaron un estudio sobre la importancia de la modelización de la soldadura en uniones de perfiles tubulares. La soldadura se implementaba mediante un "anillo" de elementos lámina a lo largo de la intersección de los miembros. Sin embargo, se generaba un hueco lleno de aire un tanto irreal [19]. En 2007, Van der Vegte *et al.* [20] realizaron una gran investigación numérica en base al efecto del esfuerzo sobre el miembro cordón de perfiles CHS en uniones en K, T y X. El estudio presentó los resultados de análisis de elementos finitos y combinación de esfuerzos axiales y momentos. Surgió así, una nueva formulación para el cálculo de las fuerzas en uniones en X sometidas a cargas axiales del montante. En 2010, Van der Vegte *et al.* [21] realizaron una revisión de los aspectos más importantes a la hora de modelizar las uniones soldadas de perfiles tubulares, incorporando técnicas para dar una

solución adecuada a la soldadura. También se discutieron otros aspectos como el uso de los métodos implícitos frente a métodos explícitos, la elección del tipo de elemento, el refinado de la malla en función del tiempo computacional, la no-linealidad del material, y las limitaciones en la predicción de los modos de fallo de la unión.

En el año 2000, Zhao [34] desarrolló la formulación y consideraciones a tener en cuenta para determinar el criterio de deformación límite y la fuerza máxima de fallo de las uniones de perfiles RHS de acero soldadas en T y conformadas en frío. Basó la investigación en diferentes valores del ratio β (distintos modos de fallo) y en porcentajes de carga para la relación entre los estados límite y de servicio. Proporcionó una nueva formulación para obtener la fuerza última en función de los modos de fallo, y comparó los resultados con los que proporcionaba CIDECT.

En 2003, Y. S. Choo *et al.* [7]. Propusieron un nuevo enfoque para determinar la tensión de las uniones de perfiles tubulares de pared gruesa soldados en X y sujetos a la carga axial (compresión y tracción) del montante. Este nuevo enfoque consistía en la teoría de carga plástica propuesta por Gerdeen [15], extraída de análisis realizados en recipientes a presión, para posteriormente correlacionarlos con el comportamiento en perfiles CHS. Este concepto depende del rendimiento del material bajo solicitaciones de carga y del módulo de elasticidad. Se usaron modelos de elementos finitos creados en MSC/PATRAN [27], y se implementaron análisis no-lineales, para tener en cuenta la no-linealidad geométrica y del material, mediante el empleo del software ABAQUS [26]. Finalmente se compararon los resultados obtenidos con la normativa ISO [6] y CIDECT [4].

En 2007, Christitsas *et al.* [38] realizaron un estudio para diferentes uniones en X de perfiles SHS, sujetos a momento flector principalmente, y en función de la orientación del cordón (unión tradicional y unión en pico de pájaro). Para ello se compararon diversos ensayos experimentales con un estudio paramétrico de modelos de elementos finitos desarrollados en ABAQUS, donde se detallaba el comportamiento no lineal del material, las especificaciones de geometría en función de los diferentes valores de β , espesor de soldadura y la disposición de la malla. De la comparativa se dedujo el modelo FEM se aproximaba bastante a la realidad, sobre todo para la región elástica. Se concluyó que la orientación del cordón, 45° sobre la longitud axial (pico de pájaro), era relevante para valores de $\beta < 0,85$, y podía incluso incrementar la resistencia de la unión al doble. El estudio también reveló que las normativas dadas por el EC3 [1] y CIDECT [3] daban valores de resistencia de la unión un 50-70% por debajo de la que se podía alcanzar en realidad.

En 2007, J. J. del Coz Días *et al.* [39] realizaron un estudio sobre el comportamiento de la unión tipo 'heart' entre perfiles CHS como base de las estructuras espaciales, para proporcionar un mejor diseño. Para ello se realizó un análisis teórico, con elementos finitos en ANSYS, que validaron con ensayos experimentales y un análisis numérico a escala local (estudiando los elementos de la unión por separado) y global (estudiando el comportamiento la unión 'heart' en una estructura tridimensional). El objetivo era validar el modelo en base a los ensayos experimentales para poder determinar la resistencia de la unión al disminuir el espesor de los tubos y poder optimizarla. Se obtuvieron conclusiones detalladas sobre cada componente en la unión, tipo de rotura, plastificación, desplazamientos y cargas que producen el fallo por flexión de los diferentes miembros y se cotejaron los resultados con la normativa de CIDECT.

En 2008, Gho y Yang [24] realizaron una investigación experimental y numérica de uniones en Y y T realizadas con perfiles tubulares CHS. El modelo numérico de elementos finitos fue desarrollado con elementos lámina de doble curvatura en MARC [28]. Las soldaduras se realizaron con un "anillo" de elementos lámina. Se modelizó la mitad de la unión y se aplicaron condiciones de contorno y simetría, así como, estudios de convergencia para obtener la correcta densidad de malla. Tras validar el modelo con los resultados experimentales se presentaron algunas ecuaciones paramétricas para determinar la resistencia última de la unión.

R. Feng y B. Young desarrollaron una serie de investigaciones y ensayos experimentales sobre uniones en T en 2008 [9], y sobre uniones en X en 2010 [10] de perfiles tubulares SHS y RHS sometidos a compresión, donde se determinaron las curvas fuerza-desplazamiento de las uniones, así como, diferentes modos de fallo en función del valor del ratio β . En 2011[11], realizaron una serie de modelos numéricos mediante elementos finitos desarrollados en ABAQUS [26]. Donde se reprodujeron las condiciones de carga, materiales, soldadura y condiciones de contorno, para validar y cotejar los modos de fallos existentes y las curvas fuerza-desplazamiento de la unión con sus ensayos experimentales de años anteriores y las normativas del EC3 [1] y CIDECT [3, 5]. En 2012 presentaron un trabajo detallado sobre la correcta implementación del método de elementos finitos para el diseño de estructuras metálicas [12].

En 2010, Shao *et al.* [22] estudiaron el efecto de la resistencia estática que genera el refuerzo del cordón, sobre la unión en T de perfiles tubulares, mediante el empleo de elementos finitos. Para ello se emplearon elementos sólidos para la modelización de los miembros, y seis capas de elementos en la dirección del espesor del cordón reforzado, alrededor del pie de soldadura, para tener en cuenta la concentración de esfuerzos en esta zona. Solo se emplearon dos capas de elementos en las zonas alejadas del pie de soldadura para ahorrar tiempo computacional. Se observó que la resistencia estática aumenta al aumentar el espesor del cordón cerca del pie de soldadura, pero es ineficaz si se aumenta en zonas más alejadas. En 2011, Shao *et al.* [23] realizaron un estudio con ensayos experimentales de uniones en T formadas por perfiles CHS con refuerzo tipo "Collar Plate", donde se observó el incremento de resistencia estructural de este tipo de refuerzo, comparándolo con uniones en T de perfiles tubulares que no lo incorporaban.

En 2010, Radíc *et al.* [30] realizaron un estudio basado en el comportamiento de las vigas en celosía de perfiles tubulares huecos, y los principales problemas que se pueden presentar a la hora de realizar modelos de elementos finitos. Principalmente, cuando se realiza el cálculo de las uniones como articuladas, cuando realmente son rígidas, y en especial las uniones soldadas. A parte, se describieron una serie de modos de fallo en las uniones y la necesidad cotejar los modelos analíticos con test experimentales durante el proceso de cálculo. Se expuso la necesidad de tener en cuenta los esfuerzos secundarios, dados por los momentos flectores que pudieran aparecer, carga transversal entre nudos y la excentricidad de las uniones. Se intentó estimar un comportamiento adecuado del entramado, describiendo los elementos viga a emplear, la no-linealidad geométrica y de material, el uso y complejidad del modelo, así como, el empleo de elementos planos para ayudar a confeccionarlo, o la sustitución de estos por elementos lámina. Se presentó un ejemplo numérico que realizaba una comparativa entre un modelo viga (Autodesk robot), donde se detallaba la descripción de esta, dimensiones y perfiles SHS usados; y un modelo espacial dado por elementos lámina

(ADINA). Se concluyó que las diferencias entre los dos modelos propuestos eran mínimas. Cuando se comparó con las especificaciones y formulaciones dadas por el EC3 parte 1-8 [1], se observaron diferencias de carga en torno al 33% más conservativas. De ahí la necesidad de completar el estudio con ensayos experimentales.

En 2010, R. Moazed *et al.* describieron la importancia del factor de concentración de esfuerzos, (SCFs stress concentración factor), concretamente el que se produce por acción de la soldadura. Esta concentración de esfuerzos mayoriza las solicitaciones de cálculo y es responsable de la aparición de grietas y el consiguiente fallo por fatiga. Se desarrolló un modelo numérico para modelar la soldadura de las uniones en T, usando elementos sólidos 3D, y posteriormente se compararon los resultados numéricos con los resultados obtenidos en un banco de pruebas. Se concluyó que la geometría de la soldadura solo afectaba a los esfuerzos de flexión y las regiones cercanas al pie de soldadura, y que los puntos más solicitados y los de inicialización de grieta (puntos calientes) en los ensayos reales, estaban próximos a los determinados por el software. Se propuso el uso y la simulación de rigidizadores (internos en el programa ANSYS, elementos Shell63 y elementos viga BEAM49 [25], para reducir la tensión máxima y limitar las deformaciones locales y las concentraciones de esfuerzos en la unión con buenos resultados.

En 2012, Da Silva *et al.* [29] presentaron una serie de uniones soldadas en T y K con perfiles CHS, comparando el uso y calibración de modelos no lineales de elementos finitos desarrollados por ANSYS v.12, y el empleo de las normativas impuestas por el Eurocódigo 3 [1] y CIDECT [4], junto con las limitaciones que impone el Instituto Internacional de soldadura. Se realizó una breve reseña histórica de los investigadores que han trabajado con perfiles tubulares y los datos experimentales obtenidos hasta el desarrollo de las normativas actuales. El modelo fue realizado con elementos lámina (Shell 181 de ANSYS) [25] y se cotejaron los resultados numéricos con los experimentales, observándose una buena calibración del modelo. Se concluyó que el aumento del parámetro β mejora la capacidad resistiva de la unión, y que los resultados obtenidos mediante el Eurocódigo 3 eran más conservativos que los de CIDECT, en base al criterio de deformación límite, pero estos tenían un mejor rendimiento cuando se comparan con los resultados experimentales, por lo que, el empleo de la normativa impuesta por CIDECT es más económico.

En 2013, R. Puthli *et al.* [32] estudiaron la posibilidad de reducir el espesor mínimo en las secciones de perfiles tubulares huecos, que conforman las vigas en celosía, de 2,5 mm a 1,5 mm, (ya que las normativas internacionales como EC3 o CIDECT imponen que el espesor mínimo de perfiles tubulares sea de 2,5 mm). Primero lo hicieron desde un punto de vista económico, atendiendo a las especificaciones de diseño del EC3, al tipo de acero empleado y a los problemas que pueden aparecer en las uniones debido a la soldadura. Posteriormente lo hicieron basándose en las recomendaciones establecidas por el Instituto Internacional de Soldadura (IIW) [33], que permiten el uso de perfiles tubulares con espesores menores de 2,5 mm. Se presentaron una serie de experimentos y comparaciones con normativas internacionales, para espesores menores de 2 y 1,5 mm. Donde dedujeron que para algunas estructuras de perfiles tubulares se podría reducir el espesor de los tubos y cumplir las especificaciones dadas por las normativas internacionales sin que las estructuras sufran riesgos.

2.3 CRITERIO DE DEFORMACIÓN LÍMITE

2.3.1 Introducción

A lo largo de las últimas décadas, diversos investigadores como Yura en 1980 [17], Kato en 1991 [35], Lu en 1994 [16] o Zhao en el 2000 [34], estudiaron el Criterio de Deformación Límite para estimar con gran precisión la resistencia última en uniones de perfiles tubulares antes de que se produzca el fallo (N_f), dentro del margen impuesto por las normativas, para estados límite último (ELU) y de servicio (ELS). El empleo de un criterio de deformación límite, se debe principalmente, a que la respuesta en las uniones de perfiles tubulares (modos de fallo y curvas fuerza-desplazamiento) varía en función de las dimensiones y ratios entre los miembros de la unión. Esto supone que existan casos en los que en la unión no haya pérdida de rigidez tras la plastificación y/o que no se aprecie un pico de carga definido debido al efecto de membrana.

Para los estudios realizados en el presente proyecto, es de especial interés el Criterio de Deformación Límite que presentó Zhao en el año 2000 [34]. Para ello se realizaron, en primer lugar, numerosas investigaciones y estudios experimentales para determinar si los estudios y el Criterio de Deformación Límite desarrollado por Lu *et al.* [16], para perfiles laminados en caliente, se podía aplicar a uniones en T de perfiles tubulares conformados en frío. Los resultados, valores para la resistencia última de la unión y modos de fallo que se observaron, fueron comparados con la normativa de CIDECT [3, 5], con el modelo de Kato [35], con el modelo de Kato modificado por Zhao y Hancock [36] y con el modelo del mecanismo de membrana, también realizado por Hancock y el propio Zhao [37].

Las conclusiones y resultados se obtuvieron en función de los valores del ratio β , así como, una nueva formulación para tener en cuenta los bordes de los perfiles tubulares conformados en frío.

2.3.2 Proceso de cálculo

Se distinguen dos metodologías de cálculo en función del ratio β . Además, los distintos rangos de este ratio determinan diferentes modos de fallo.

2.3.2.1 Caso 1: $\beta \leq 0,8$

En los casos en los que $\beta \leq 0,8$ (se produce el fallo dado por la rotura de la cara del cordón), las curvas fuerza-deformación ($N-\Delta$) corresponden a las ilustradas en las Fig. 2.1a y Fig. 2.1b, en las que no aparece un pico de carga definido. En estos casos, para definir la carga de fallo N_f se estudia el ratio entre la resistencia última $N_{3\%b_0}$ (correspondiente a una deformación igual al 3% b_0) y la resistencia de servicio $N_{1\%b_0}$ (correspondiente a una deformación igual al 1% b_0).

- Si el ratio es menor a 1,5 la fuerza de fallo será $N_{3\%b_0}$, donde se controla la resistencia última (Fig. 2.1c).
- Si el ratio es mayor a 1,5 la fuerza de fallo será $1,5 N_{1\%b_0}$, donde se controla la puesta en servicio (Fig. 2.1d).

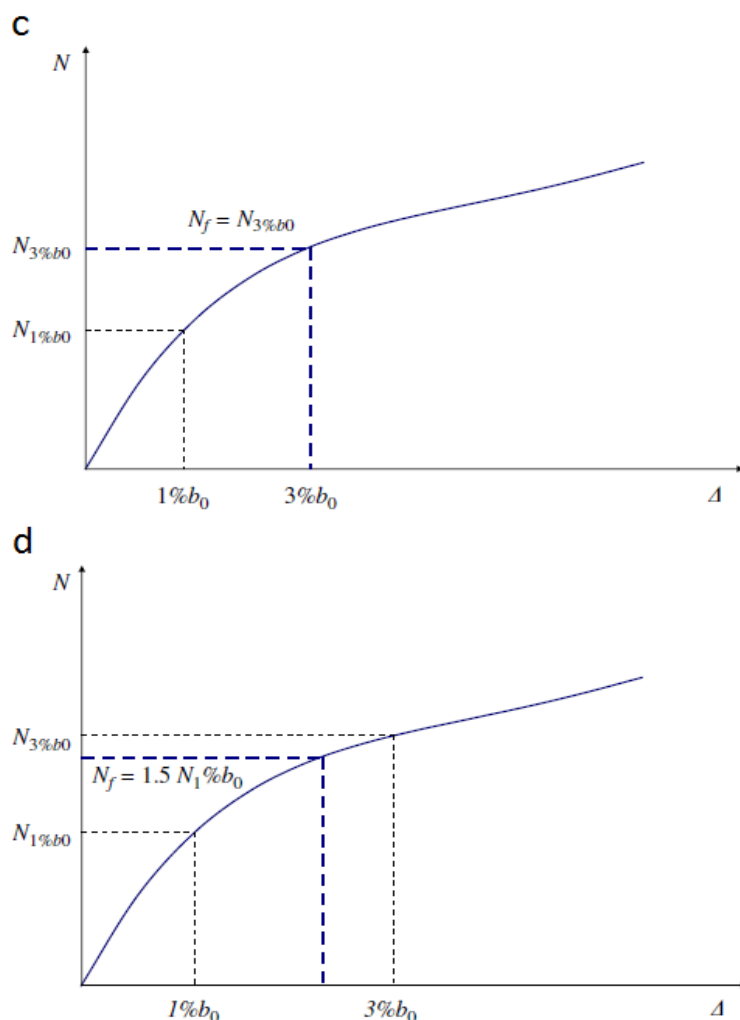


Fig. 2.1. Curvas fuerza-deformación para $\beta \leq 0,8$

2.3.2.2 Caso 2: $0,8 < \beta \leq 1,0$

En los casos en los que $0,8 < \beta \leq 1$ (se pueden producir fallos dados por la rotura de la cara lateral del cordón o por el pandeo local del montante) las curvas fuerza-deformación ($N-\Delta$) corresponden a las ilustradas en las Fig. 2.2 a y Fig. 2.2 b, en las que se observa un pico de carga definido.

- La fuerza de fallo será la fuerza máxima en el ensayo ($N_{\text{máx}} = N_f$), si se corresponde a una deformación menor que el $3\%b_0$ (Fig. 2.2a).
- Si la fuerza máxima es mayor a la correspondiente a una deformación del $3\%b_0$, se tomará la fuerza de fallo igual a la fuerza que produce la deformación del $3\%b_0$ (Fig. 2.2b).

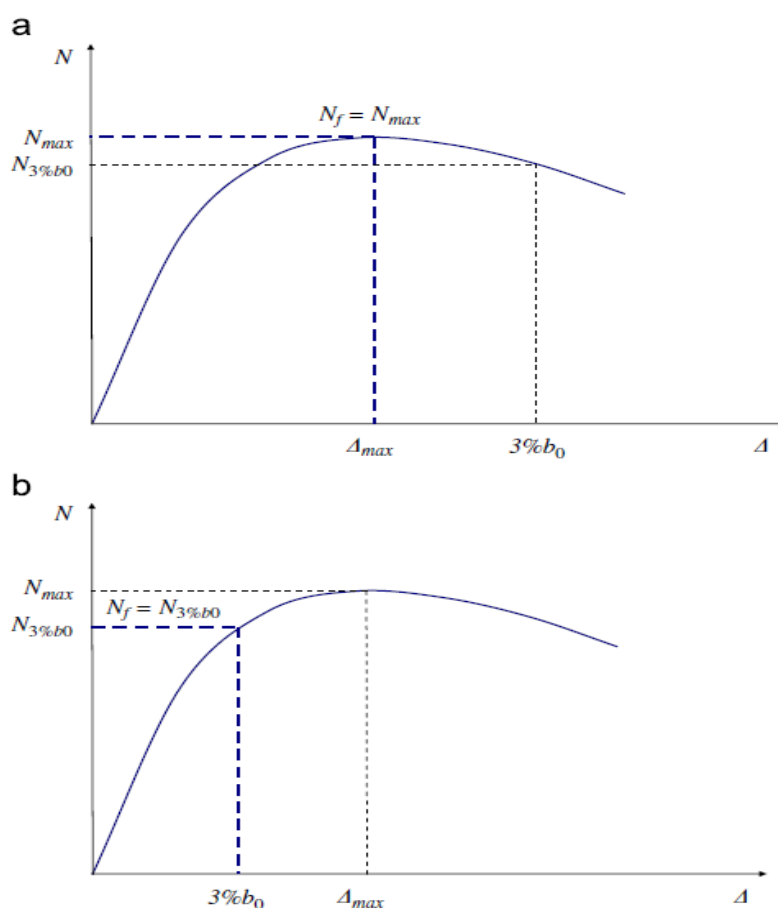


Fig. 2.2. Curvas fuerza-deformación para $0,8 < \beta \leq 1$

2.3.2.3 Nueva formulación

Se realizó un estudio sobre la importancia de tener en cuenta los bordes de los perfiles tubulares cuando se trabajan en frío. Se concluyó, que esta inclusión solo era significativa cuando se produce el fallo por pandeo local del montante en la unión en T. Se presentó una nueva formulación en base a ensayos realizados en columnas de perfiles tubulares, obteniendo así, una mejor aproximación entre los resultados numéricos y los datos experimentales.

Para estos casos la fuerza de fallo se obtiene como:

$$N_f = \alpha_c N_s, \quad (2.1)$$

donde:

α_c es un factor de reducción que representa la relación entre el ratio β y la esbeltez del cordón dada por:

$$\alpha_c = \beta / [(h_0 - 2R_0)/t_0]. \quad (2.2)$$

Para valores de $\beta=1$, $\alpha_c=0,7$. Para valores $0,8 < \beta < 0,9$ el valor de α_c se puede determinar mediante la Fig. 2.3. Para valores $0,9 \leq \beta < 1,0$ el valor de α_c debe interpolarse.

siendo:

h_0 el canto total del miembro cordón.

R_0 el radio de acuerdo exterior del miembro cordón.

t_0 el ancho total del miembro cordón.

Cuando no se tiene un radio de acuerdo exterior definido, este puede tomarse como $2,5t$ si el espesor de chapa t es mayor que 3 mm. En caso contrario el radio exterior se puede tomar como $2t$.

N_s es una fuerza basada en los estudios realizados a columnas de perfiles tubulares y su valor es

$$N_s = 2(h_1 - 5R_1)t_1f_y, \quad (2.3)$$

siendo:

f_y el límite elástico del material.

h_1 el canto total del miembro montante.

R_1 el radio de acuerdo exterior del montante.

t_1 el ancho total del montante.

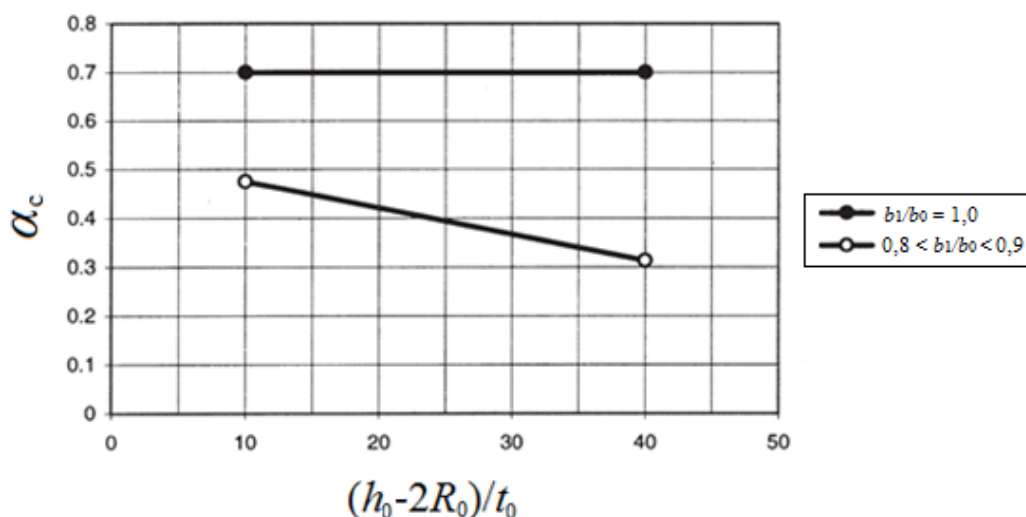


Fig. 2.3. Factor de reducción α_c vs. la influencia de la esbeltez $(h_0 - 2R_0)/t_0$ [34]

3 Diseño de uniones de perfiles tubulares SHS y RHS

3.1 INTRODUCCIÓN

Como se vio en el Capítulo 1, son muchas las ventajas del empleo de perfiles tubulares debido a sus excelentes propiedades mecánicas y el gran acabado arquitectónico y vanguardista que aporta a las estructuras. Las mejoras en las técnicas de elaboración, sumadas al gran número de investigaciones para el desarrollo de uniones en perfiles tubulares, fomentó la creación de diferentes organismos para el estudio y regulación del uso de estos perfiles.

Tras la aparición de las primeras estructuras con perfiles tubulares en Inglaterra, se desarrollaron en la Universidad de Sheffield (Inglaterra) numerosos estudios experimentales y teóricos sobre uniones soldadas con perfiles tubulares de sección circular y rectangular. Estos estudios fueron presentados en Canadá y publicados por Stelco como el primer manual de uniones estructurales entre perfiles tubulares. En los años siguientes, se pusieron a disposición de los ingenieros estadounidenses estos manuales en la guía del American Iron and Steel Institute (AISI) y en manuales desarrollados por la American Welding Society (AWS).

Durante los años 70 y 80, se desarrollaron numerosas investigaciones experimentales sobre perfiles tubulares en diferentes países, siendo la gran mayoría coordinadas por los comités técnicos de CIDECT y del Instituto Internacional de la Soldadura (IIW). Estas recomendaciones se han implementado total o parcialmente en varios países, y han sido adoptadas por el Eurocódigo 3, garantizando una aceptación global.

En este proyecto se presenta el estudio de una unión soldada en T de perfiles tubulares SHS de acero inoxidable conformado en frío, sometida a esfuerzos axiales en el montante. Se estudiarán los principales criterios de dimensionamiento entre uniones soldadas de perfiles tubulares, los modos de fallo que pueden aparecer en la uniones en T y el dimensionado de estos nudos en base a los rangos de validez geométricos de los miembros tubulares, las resistencias de cálculo y momentos flectores. Todo ello,

siguiendo las recomendaciones y normativas impuestas por el EC3 [1, 2] y CIDECT [3, 5].

3.2 CRITERIOS DE DIMENSIONAMIENTO

Haciendo referencia a las distintas tipologías de unión entre perfiles tubulares, con carácter general, se van a definir los principales parámetros de la geometría del nudo, ratios y principales esfuerzos y momentos tomando como base la Fig. 3.1.

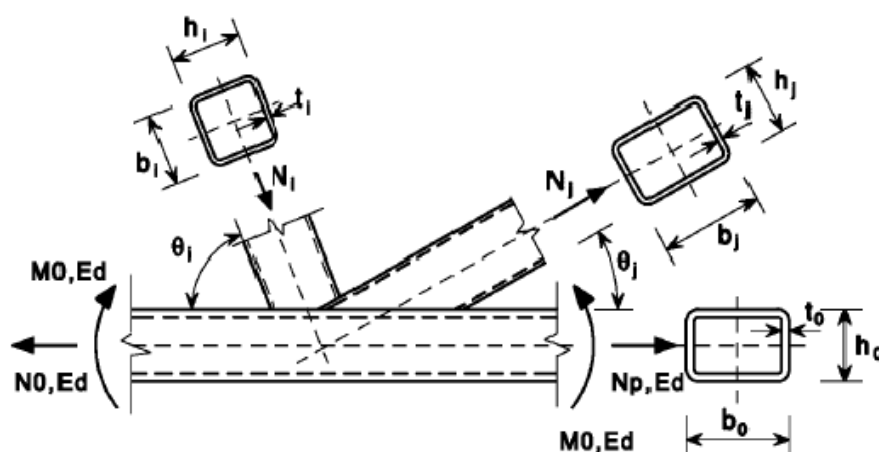


Fig. 3.1. Notación para uniones de perfiles tubulares huecos. Esfuerzos axiles y Momentos flectores [1]

Los subíndices empleados son:

i es un subíndice para designar un elemento de una unión, $i=0$ denota un cordón e $i=1$ ó 2 las diagonales o montantes. En uniones con dos diagonales $i=1$ denota normalmente la diagonal comprimida e $i=2$ la diagonal traccionada.

i y j son subíndices que se utilizan en uniones solapadas, i para designar la diagonal que recubre y j para designar la diagonal recubierta.

Los símbolos de las principales variables utilizadas para la formulación se han tomado acorde a lo indicado en la normal EN 1993-1-8 [1] y CIDECT [2]:

b_i es la anchura del perfil hueco de sección rectangular (RHS) del elemento i ($i=0, 1$ ó 2).

h_i es el canto total de la sección del elemento i ($i=0, 1$ ó 2).

t_i es el espesor de la pared del elemento i ($i=0, 1$ ó 2). El espesor mínimo contemplado en las diferentes normativas es de 2,5 mm.

L_i es la longitud del elemento i ($i=0, 1$ ó 2).

θ_i es el ángulo entre las diagonales que recubren y el cordón ($i=1$ ó 2).

θ_j es el ángulo entre las diagonales recubiertas y el cordón ($j=1$ ó 2).

Los ratios geométricos utilizados en la formulación son:

β es el cociente entre la anchura media de las diagonales b_1 y la anchura del cordón b_0 .

Para uniones en T, Y y X:

$$\beta = \frac{b_1}{b_0}. \quad (3.1)$$

Para uniones en K y N:

$$\beta = \frac{b_1 + b_2 + h_1 + h_2}{6b_0}. \quad (3.2)$$

Para uniones en KT:

$$\beta = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + h_1 + h_2 + h_3}{6b_0}. \quad (3.3)$$

γ es el cociente entre la anchura del cordón b_0 y el doble de espesor de pared t_0 .

$$\gamma = \frac{b_1}{2t_0}. \quad (3.4)$$

τ es el cociente entre el espesor del montante t_1 y el espesor del cordón t_0 .

$$\tau = \frac{t_1}{t_0}. \quad (3.5)$$

η es el cociente entre el canto del montante h_1 y la anchura del cordón b_0 .

$$\eta = \frac{h_1}{b_0}. \quad (3.6)$$

nu es una variable utilizada para cordones RHS, y se calcula como:

$$nu = \frac{\sigma_{0,Ed}}{f_{y0}} / \gamma_{M5}. \quad (3.7)$$

siendo:

$\sigma_{0,Ed}$ la máxima tensión de compresión en el cordón de una unión, cuyo valor es:

$$\sigma_{0,Ed} = \frac{N_{0,Ed}}{A_0} + \frac{M_{0,Ed}}{W_{el,0}}. \quad (3.8)$$

$N_{0,Ed}$ es el valor de cálculo del esfuerzo axial interno del miembro cordón.

A_0 es el área transversal del miembro cordón.

$M_{0,Ed}$ es el momento flector interno de cálculo del miembro cordón.

$W_{el,0}$ es el módulo resistente elástico de la sección del miembro cordón

γ_{M5} el coeficiente parcial de seguridad de la unión, igual a 1 para celosías.

f_{y0} el límite elástico del material del cordón.

Los valores del subíndice i corresponden a las diagonales, por lo que habrá que calcular las resistencias para cada una de ellas, tomando el menor de todos ellos.

Las uniones en las que las diagonales se encuentren sometidas a combinaciones de flexión y esfuerzo axial deben cumplir:

$$\frac{N_{i,Ed}}{N_{i,Rd}} + \frac{M_{ip,Ed}}{M_{ip,Rd}} + \frac{M_{op,Ed}}{M_{op,Rd}} \leq 1,0, \quad (3.9)$$

donde:

$M_{ip,i,Rd}$ es el valor de cálculo del momento resistente a flexión en el plano.

$M_{ip,i,Ed}$ es el valor de cálculo del momento flector interno actuante en el plano.

$M_{op,i,Rd}$ es el valor de cálculo del momento resistente a flexión fuera en el plano.

$M_{op,i,Ed}$ es el valor de cálculo del momento flector interno fuera en el plano.

El momento interno que actúa en el elemento i , $M_{ip,Ed}$, se puede tomar como el valor en el punto de intersección entre el eje de la diagonal y la cara del cordón.

Estos momentos deben ser tomados en cuenta si se realiza un cálculo no simplificado de la estructura, en el que se considera que la unión de las diagonales con los cordones no se realiza a través de una articulación, sino de una unión rígida o semi-rígida. También pueden aparecer momentos considerando el efecto de las excentricidades de los esfuerzos aplicados en el nudo, si dicha excentricidad supera los límites establecidos en las restricciones de geometría.

Los valores máximos de excentricidad e y espaciado g (Fig. 3.2), se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$g = \left(\frac{h_0}{2} + e \right) \frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin\theta_1 \sin\theta_2} - \frac{h_1}{2\sin\theta_1} - \frac{h_2}{2\sin\theta_2}, \quad (3.10)$$

$$e = \left(\frac{h_1}{2\sin\theta_1} + \frac{h_2}{2\sin\theta_2} + g \right) \frac{\sin\theta_1 \sin\theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} - \frac{h_0}{2}. \quad (3.11)$$

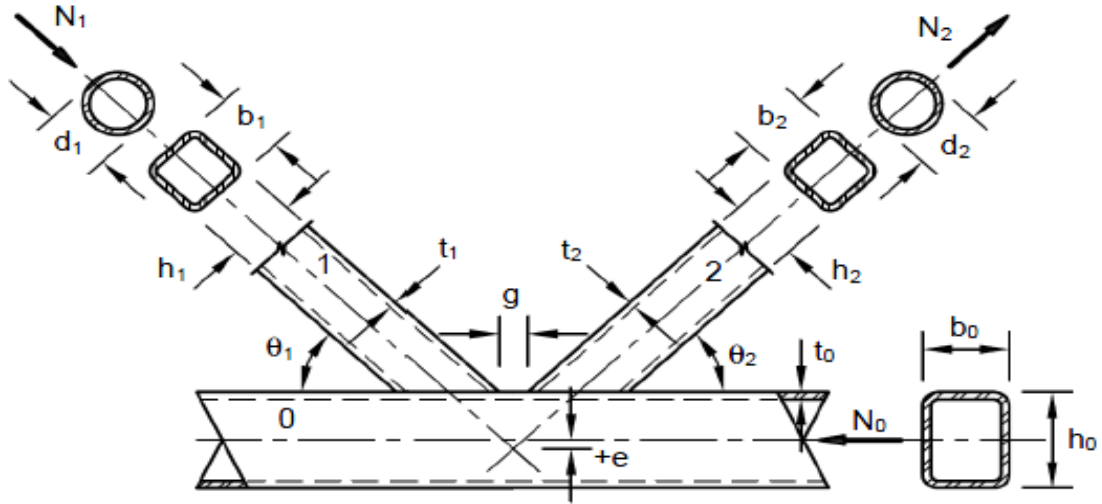


Fig. 3.2. Notación para perfiles tubulares, espaciamiento g y excentricidad e [1]

En uniones de perfiles tubulares solicitados únicamente por esfuerzos axiales, el esfuerzo axial interno de cálculo $N_{i,Ed}$ no debe superar la resistencia axial de cálculo del nudo soldado $N_{i,Rd}$.

$$N_{i,Ed} \leq N_{i,Rd}. \quad (3.12)$$

El valor de $N_{i,Rd}$ será el menor de los calculados según las fórmulas desarrolladas en los subapartados siguientes, correspondiente a los distintos modos de fallo que experimente la unión.

3.2.1 Modos de fallo de nudos tubulares

Se pueden apreciar distintos modos de fallo en las uniones soldadas con perfiles tubulares de acero. Estos modos de fallo estarán asociados al tipo de unión, condiciones de carga y diferentes parámetros geométricos. Atendiendo al Eurocódigo 3 parte 1-8 [1], las resistencias de cálculo de las uniones entre perfiles huecos se basan, en general, en los siguientes tipos de rotura.

3.2.1.1 Modo A

Rotura de la cara del cordón (agotamiento plástico de la cara del cordón) o plastificación del cordón (agotamiento plástico de la sección transversal del cordón).

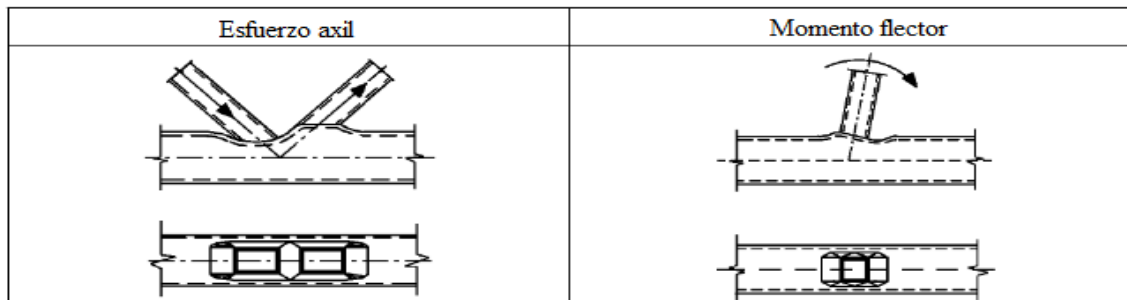


Fig. 3.3. Rotura de la cara del cordón [1]

3.2.1.2 Modo B

Rotura de la cara lateral del cordón (o agotamiento del alma del cordón) por plastificación, aplastamiento o inestabilidad (rotura o pandeo de la cara lateral del cordón o del alma del cordón) bajo la diagonal comprimida (montante).

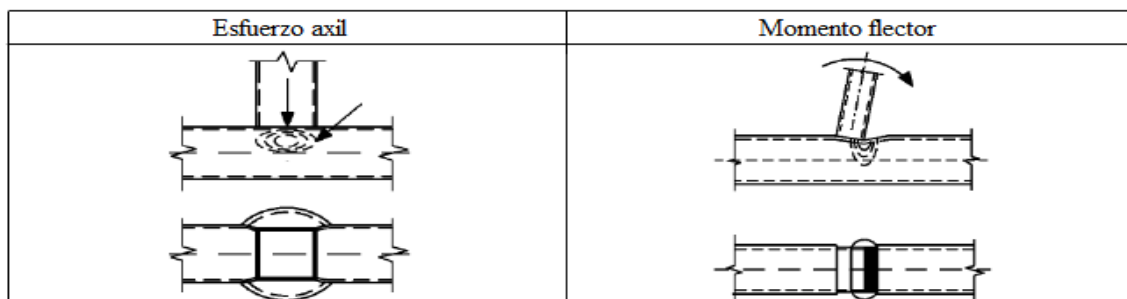


Fig. 3.4. Rotura de la cara lateral del cordón [1]

3.2.1.3 Modo C

Rotura del cordón por esfuerzo cortante

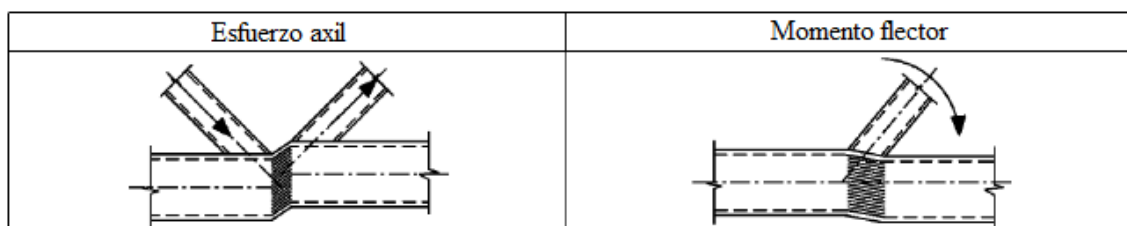


Fig. 3.5. Rotura del cordón por esfuerzo cortante [1]

3.2.1.4 Modo D

Rotura por punzonamiento de la pared del cordón de perfil hueco (inicio de grieta que lleva a la rotura de las diagonales desde el cordón).

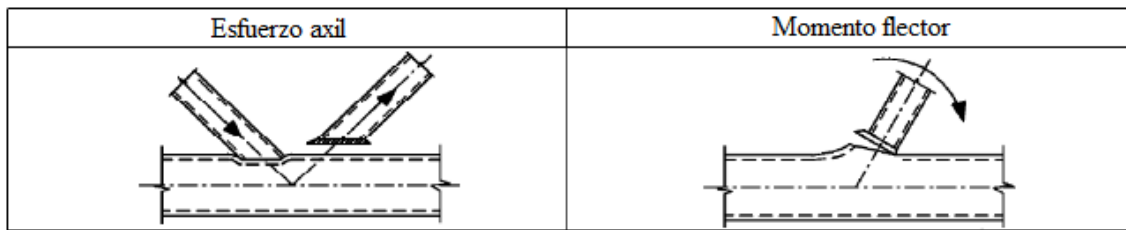


Fig. 3.6. Rotura por punzonamiento [1]

3.2.1.5 Modo E

Rotura de la diagonal con anchura eficaz reducida (fisuración en la soldadura o en la diagonal).

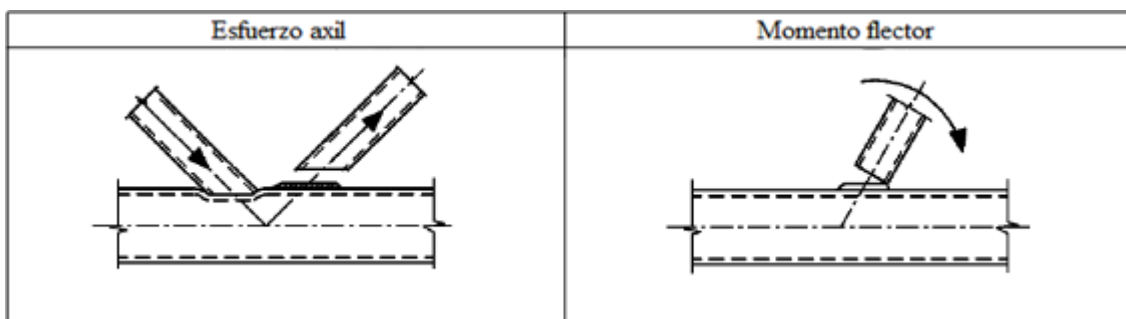


Fig. 3.7. Rotura debida a la anchura eficaz [1]

3.2.1.6 Modo F

Rotura por pandeo local de la diagonal o del cordón de perfil hueco en el punto de la unión.

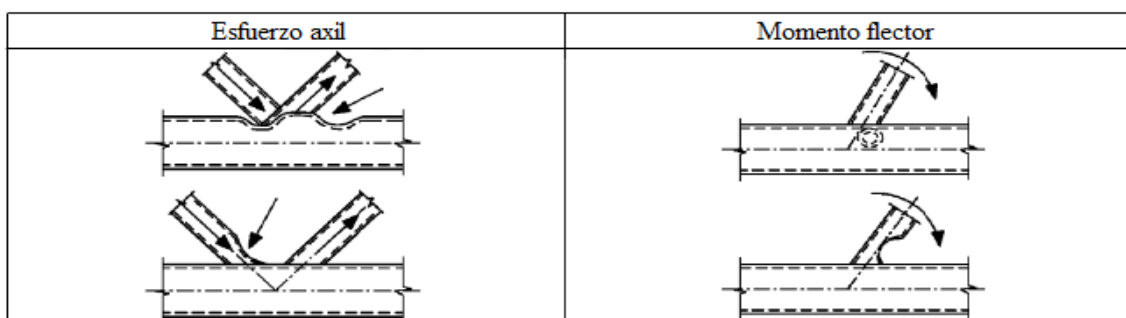


Fig. 3.8. Rotura por pandeo local [1]

3.2.2 Dimensionado de nudos tipo T

El presente proyecto está enfocado a la modelización y el análisis de una unión en T de perfiles tubulares de acero RHS y SHS unidos mediante soldadura. Por ello, en este apartado se van a definir los rangos de validez para ratios entre diferentes variables geométricas que presenta este tipo de unión en T. Así como, las resistencias de cálculo de la unión y momentos flectores en función de los distintos modos de fallo que puede presentar este tipo de nudo. Todo ello, realizando una comparativa entre la norma EN 1993-1-8 [1] (EC3) y la guía de diseño propuesta por CIDECT [3].

3.2.2.1 Rango de validez

3.2.2.1.1 EC3

Rango entre la anchura del montante b_1 y el cordón b_0 :

$$\frac{b_1}{b_0} \geq 0,25. \quad (3.13)$$

Rango entre la anchura y el canto del montante b_1 , h_1 con el espesor de este t_1 :

$$\frac{b_1}{t_1} \leq 35. \quad (3.14)$$

$$\frac{h_1}{t_1} \leq 35. \quad (3.15)$$

Rango entre el canto h_1 y la anchura del montante b_1 :

$$0,5 \leq \frac{h_1}{b_1} \leq 2,0. \quad (3.16)$$

Rango entre la anchura y el canto del cordón b_0 , h_0 con el espesor de este t_0 :

$$\frac{b_0}{t_0} \leq 35, \quad (3.17)$$

$$\frac{h_0}{t_0} \leq 35. \quad (3.18)$$

Rango entre el canto h_0 y la anchura del cordón b_0 :

$$0,5 \leq \frac{h_0}{b_0} \leq 2,0. \quad (3.19)$$

Además, en los tubos comprimidos ($i=0$ cordón e $i=1$ montante), deben cumplirse los requisitos para secciones de clase 1 o 2 ante esfuerzos de compresión pura según el apartado 5.5 de la norma EN 1993-1-1 [3].

$$\frac{c_i}{t_i} \leq 38 \sqrt{\frac{235}{f_{yi}}}, \quad (3.20)$$

siendo:

c_i la anchura interna de la pared del tubo (Fig. 3.9).

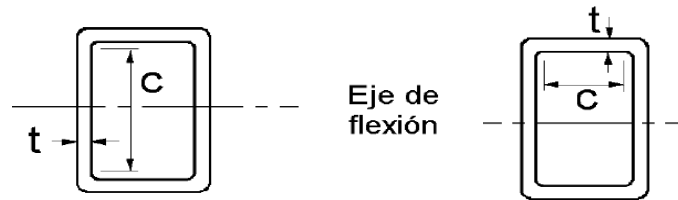


Fig. 3.9. Notación para uniones de perfiles tubulares huecos [1]

Su valor se determinará de forma conservadora, como la anchura exterior menos dos veces el espesor:

$$c_{b,i} = b_i - 2t_i, \quad (3.21)$$

$$c_{h,i} = h_i - 2t_i. \quad (3.22)$$

3.2.2.1.2 CIDECT

Rango entre la anchura del montante b_1 y el cordón b_0 .

$$0,25 \leq \frac{b_1}{b_0} \leq 0,85. \quad (3.23)$$

Rango entre la anchura del montante b_1 , y el espesor t_1 ,

actuando a tracción:

$$\frac{b_1}{t_1} \leq 35, \quad (3.24)$$

actuando a compresión:

$$\frac{b_1}{t_1} \leq 1,25 \sqrt{\frac{E_1}{f_{y1}}}, \quad (3.25)$$

siendo:

E_1 el módulo de elasticidad del material del montante.

Rango entre la anchura del cordón b_0 y el espesor de este t_0 .

$$10 \leq \frac{b_0}{t_0} \leq 35. \quad (3.26)$$

3.2.2.2 Resistencia de cálculo

En las uniones soldadas en T, la componente de carga normal al cordón es resistida por el esfuerzo cortante y flexión en el cordón. Las ecuaciones de resistencia que se van a dar a continuación, para $\beta \leq 0,85$ (modo de fallo A), se basan en un mecanismo de líneas de rotura en la cara del cordón de RHS. Limitando el cálculo de la capacidad de la unión bajo cargas mayoradas a la carga de fluencia de la unión, se asegura que las deformaciones serán aceptables a niveles de carga especificados (de servicio).

Cuando la soldadura sea a tope, ya que el ancho del montante es igual al ancho del miembro cordón $\beta=1$ (modo de fallo B), la flexibilidad ya no es un problema, y la resistencia se basa o en la capacidad a tracción o en la inestabilidad a compresión de las paredes laterales del cordón, para barras de relleno (montantes o diagonales).

En todas las uniones de RHS y SHS con altas relaciones entre la anchura de la barra de relleno y la anchura del cordón, $\beta \geq 0,85$ se comprueban los tipos de rotura por punzonamiento de la cara del cordón (modo de fallo D) y de “anchura eficaz” (modo de fallo E). Para esta escala de relaciones de anchura, las cargas de las barras de relleno son en gran medida soportadas por sus paredes laterales paralelas al cordón, mientras que las paredes transversales a los cordones sostienen relativamente poca carga. El límite superior de $\beta=(1-1/\gamma)$ para comprobar el punzonamiento viene determinado por la posibilidad física de una rotura de este tipo, cuando se considera que el corte tiene que estar entre los límites exteriores de la anchura de la barra de relleno y la cara interna de la pared del cordón.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, el valor de la resistencia de cálculo en la unión $N_{i,Rd}$ será la menor de las calculadas a continuación, en función del modo de fallo.

3.2.2.1.1 Modo A ($\beta \leq 0,85$)

❖ EC3

$$N_{i,Rd} = \frac{k_n f_{y0} t_0^2}{(1-\beta)\sin\theta_1} \left(\frac{2\eta}{\sin\theta_1} + 4\sqrt{1-\beta} \right) / \gamma_{M5}. \quad (3.27)$$

❖ CIDECT

$$N_1^* = \frac{f_{y0} t_0^2}{(1 - \beta) \operatorname{sen} \theta_1} \left(\frac{2 \eta}{\operatorname{sen} \theta_1} + 4 \sqrt{1 - \beta} \right) f(n). \quad (3.28)$$

siendo:

$k_n = f(n)$ un parámetro que tiene en cuenta la influencia del esfuerzo de compresión en el cordón.

trabajando a compresión ($n > 0$):

$$k_n = 1,3 + \frac{0,4 n}{\beta} \quad y \quad k_n \leq 1,0, \quad (3.29)$$

trabajando a tracción ($n \leq 0$):

$$k_n = 1,0. \quad (3.30)$$

3.2.2.1.2 Modo B ($\beta = 1,0$)

❖ EC3

$$N_{i,Rd} = \frac{k_n t_0 f_b}{\operatorname{sen} \theta_1} \left(\frac{2 h_1}{\operatorname{sen} \theta_1} + 10 t_0 \right) / \gamma_{M5}, \quad (3.31)$$

siendo para tracción:

$$f_b = f_{y0}, \quad (3.32)$$

y para compresión:

$$f_b = \chi f_{y0}, \quad (3.33)$$

donde χ es el coeficiente de reducción utilizado en el cálculo a pandeo por flexión obtenido a partir de la norma EN 1993-1-1, con el uso de la correspondiente curva de pandeo y un valor de esbeltez $\bar{\lambda}$ adimensional modificada:

$$\chi = \frac{1}{\varphi_p + \sqrt{\varphi_p^2 + \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0, \quad (3.34)$$

para:

$$\bar{\lambda} = 3,46 \frac{\left(\frac{h_0}{t_0} - 2\right) \sqrt{\frac{1}{\sin\theta_1}}}{\pi \sqrt{\frac{E}{f_{y0}}}}, \quad (3.35)$$

$$\varphi_p = 0,5 \left[1 + \alpha_p (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]. \quad (3.36)$$

El coeficiente de imperfección α_p tendrá los siguientes valores para perfiles con secciones huecas, en función del acabado y del material:

Tabla 3.1. Coeficiente de imperfección para las curvas de pandeo en perfiles huecos [1]

Acabado	S235, S275, S355, S420	S460
En caliente	0,21	0,13
Conformado en frío	0,49	0,49

❖ CIDECT

$$N_1^* = \frac{f_k t_0}{\sin\theta_1} \left(\frac{2 h_1}{\sin\theta_1} + 10 t_0 \right), \quad (3.37)$$

siendo para tracción:

$$f_k = f_{y0}, \quad (3.38)$$

y para compresión:

$$f_k = 3,46 \left(\frac{h_0}{t_0} - 2 \right) \sqrt{\frac{1}{\sin\theta_1}}. \quad (3.39)$$

3.2.2.1.4 Modo D ($0,85 \leq \beta \leq 1 - 1/\gamma$)

❖ EC3

$$N_{i,Rd} = \frac{t_0 f_{y0}}{\sqrt{3} \sin\theta_1} \left(\frac{2 h_1}{\sin\theta_1} + 2 b_{e,p} \right) / \gamma_{M5}. \quad (3.40)$$

❖ CIDECT

$$N_1^* = \frac{t_0 f_{y0}}{\sqrt{3} \operatorname{sen} \theta_1} \left(\frac{2 h_1}{\operatorname{sen} \theta_1} + 2 b_{e,p} \right), \quad (3.41)$$

siendo:

$$b_{e,p} = \frac{10}{b_0/t_0} b_1. \quad (3.42)$$

3.2.2.1.3 Modo E ($\beta \geq 0,85$)

❖ EC3

$$N_{i,Rd} = \frac{f_{y1} t_1 (2h_1 - 4t_1 + 2b_{eff})}{\gamma_{M5}}. \quad (3.43)$$

❖ CIDECT

$$N_1^* = f_{y1} t_1 (2h_1 - 4t_1 + 2b_e), \quad (3.44)$$

siendo:

$$b_{eff} = b_e = \frac{10 f_{y0} t_0 b_1}{(b_0/t_0) f_{y1} t_1} \quad y \quad b_{eff} = b_e \leq b_1. \quad (3.45)$$

3.2.2.3 Momentos flectores

La norma EN 1993-1-8 [1] y la Guía de diseño de CIDECT [3], establecen los criterios para el cálculo del momento resistente en uniones soldadas en T de perfiles tubulares cuando el ángulo entre diagonales y el cordón es de 90°. El cálculo de estos momentos se realiza generalmente en celosías Vierendeel, donde el montante se encuentra a 90° con respecto a los cordones, a diferencia de las celosías Warren o Pratt trianguladas. Este momento normalmente se produce con deformaciones de la unión excesivamente grandes. Por lo tanto, en la práctica, el cálculo de la capacidad de momento de la unión puede determinarse de una manera similar a la utilizada para uniones en T de RHS sometidas axialmente, es decir, por una resistencia que se limita por la capacidad última de carga o por un límite de deformación o rotación.

El valor de $M_{ip,Rd} = M_{ip}^*$, corresponde a los momentos actuantes en el plano, mientras que el valor de $M_{op,Rd} = M_{op}^*$ corresponde a los momentos actuantes fuera del plano (Fig. 3.10). Para obtener la resistencia a momento flector se cogerá el menor de los valores dados por las siguientes ecuaciones, siempre y cuando se cumpla que el ángulo entre el montante y el cordón es de 90° ($i=1$ en todos los casos) y en función de los modos de fallo que pueden aparecer.

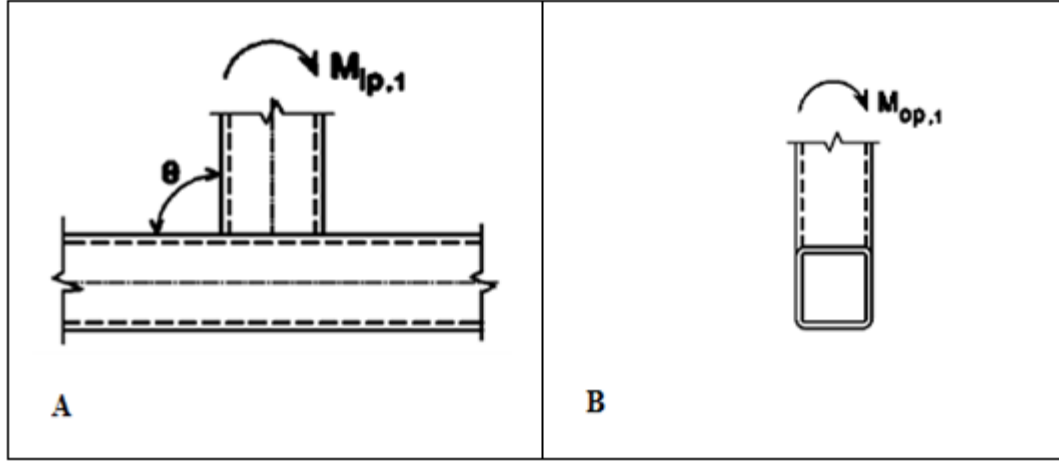


Fig. 3.10. Representación del momento en nudos en T con perfiles SHS: A) En el plano; B) Fuera del plano [1]

3.2.2.1.1 Modo A ($\beta \leq 0,85$)

❖ EC3

$$M_{i,Rd} = k_n f_{y0} t_0^2 h_i \left(\frac{1}{2\eta} + \frac{2}{\sqrt{1-\beta}} + \frac{\eta}{1-\beta} 4\sqrt{1-\beta} \right) / \gamma_{M5}, \quad (3.46)$$

$$M_{op,Rd} = k_n t_0^2 f_{y0} \left(\frac{h_i (1+\beta)}{2(1-\beta)} + \sqrt{\frac{2b_0 b_1 (1+\beta)}{1-\beta}} \right) / \gamma_{M5}. \quad (3.47)$$

❖ CIDECT

$$M_{ip}^* = f_{y0} t_0^2 h_i \left(\frac{1}{2\eta} + \frac{2}{\sqrt{1-\beta}} + \frac{\eta}{1-\beta} 4\sqrt{1-\beta} \right) f(n), \quad (3.48)$$

$$M_{op}^* = t_0^2 f_{y0} \left(\frac{h_i (1+\beta)}{2(1-\beta)} + \sqrt{\frac{2b_0 b_1 (1+\beta)}{1-\beta}} \right) f(n). \quad (3.49)$$

3.2.2.1.2 Modo B ($0,85 < \beta \leq 1$)

❖ EC3

$$M_{ip,Rd} = 0,5 t_0 f_{y0} (h_i + 5 t_0)^2 / \gamma_{M5}, \quad (3.50)$$

$$M_{op,Rd} = t_0 f_{y0} (b_0 - t_0) (h_i + 5 t_0) / \gamma_{M5}. \quad (3.51)$$

❖ CIDECT

$$M_{ip}^* = 0,5 t_0 f_{y0} (h_i + 5 t_0)^2, \quad (3.52)$$

$$M_{op}^* = t_0 f_{y0} (b_0 - t_0) (h_i + 5 t_0). \quad (3.53)$$

Nota: Para calcular sobre esta base, debe impedirse la distorsión del cordón. La dispersión romboidal del cordón puede impedirse utilizando diagramas de rigidez.

3.2.2.1.3 Modo E ($0,85 < \beta \leq 1$)

❖ EC3

$$M_{ip,Rd} = f_{yi} \left(W_{pl,i} - \left(1 - \frac{b_{eff}}{b_i} \right) b_i (h_i - t_i) t_i \right) / \gamma_{M5}, \quad (3.54)$$

$$M_{op,Rd} = f_{yi} \left(W_{pl,i} - 0,5 \left(1 - \frac{b_{eff}}{b_i} \right)^2 b_i^2 t_i \right) / \gamma_{M5}. \quad (3.55)$$

Además, sólo cuando la unión es en T, se puede producir la rotura del cordón por distorsión, teniendo una resistencia de valor:

$$M_{op,Rd} = 2 t_0 f_{y0} \left(h_i + t_0 + \sqrt{b_0 h_0 t_0 (b_0 + h_0)} \right) / \gamma_{M5}. \quad (3.56)$$

❖ CIDECT

$$M_{ip}^* = f_{yi} \left(Z_i - \left(1 - \frac{b_e}{b_i} \right) b_i (h_i - t_i) t_i \right), \quad (3.57)$$

$$M_{op}^* = f_{yi} [Z_i - 0,5 t_i (b_i - b_e)^2]. \quad (3.58)$$

Siendo:

$W_{pl,i} = Z_i$ el módulo resistente plástico de la sección del miembro i .

Nota: Para calcular sobre esta base, debe impedirse la distorsión del cordón. La dispersión romboidal del cordón puede impedirse utilizando diagramas de rigidez.

Las uniones Vierendeel tienen montantes sometidos a momentos flectores importantes, así como a esfuerzos axiales y esfuerzos cortantes. Las expresiones anteriores para resistencia a momento están basadas en sollicitación a momento flector solamente, por lo que, el efecto de la carga axial en la capacidad de momento de la unión depende del tipo de rotura crítica, desarrollándose por tanto un complejo conjunto de interacciones. Como consecuencia se propone, de forma conservadora, que se utilice una relación de interacción lineal para reducir la capacidad resistente a momento flector en el plano de unión Vierendeel (Ecuación 3.9), donde los valores para $M_{ip,Rd} = M_{ip}^*$ y $M_{op,Rd} = M_{op}^*$ serán el menor de los valores obtenidos en las ecuaciones para el cálculo de los momentos actuantes en el plano y fuera de él.

4 Modelos numéricos de elementos finitos

4.1 INTRODUCCIÓN AL MEF

El Método de los Elementos Finitos (MEF) ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas de ingeniería, físicos, etc. ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El Método de los Elementos Finitos permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero que se obtenga con ayuda de este método puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

El Método de los Elementos Finitos como formulación matemática es relativamente nuevo. Aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido precisamente estos avances informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos. Pero no hay que llevarse a engaño, el manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no sólo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del MEF. Sólo en este caso se estará en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad.

4.2 ASPECTOS GENERALES DEL MEF

Este método ha sido ampliamente usado en la discretización de cualquier tipo de estructura. Una de sus ventajas más importantes consiste en que las aproximaciones de tipo físico realizadas en el proceso de discretización siguen una metodología unitaria y sistemática. El continuo analizado es sustituido por un número finito de subdominios

interconectados entre sí en un número finito de puntos denominados nodos. El comportamiento dinámico del continuo original está gobernado por las leyes de la Mecánica del Medio Continuo. En el Método de los Elementos Finitos las funciones solución no se definen en todo el continuo, sino que sus valores numéricos se calculan únicamente en los nodos. La función solución se obtiene en cualquier otro punto del continuo utilizando unas funciones de interpolación adecuadas. Un elemento finito es un subdominio en el cual se definen las funciones de interpolación. La exactitud de la solución depende del número de elementos empleados en la discretización del continuo, así como del tipo de funciones de interpolación utilizadas Barbat y Canet (1994) [50].

4.3 FORMULACIÓN GENERAL DEL MEF

4.3.1 Introducción

El método de los elementos finitos tuvo sus primeros éxitos en su aplicación a problemas bidimensionales. En el presente proyecto se aplica el método de los elementos finitos a problemas de tensión o deformación plana. Se va a presentar un procedimiento totalmente general aplicado a un elemento triangular lineal.

En ambos problemas de tensión plana y deformación plana, el campo de desplazamientos viene expresado unívocamente en función de los desplazamientos u y v en las direcciones de los ejes cartesianos ortogonales x e y , respectivamente.

Además, las únicas tensiones y deformaciones que se han de considerar en ambos casos son las tres componentes en el plano xy . En el caso de *tensión plana*, las otras tres componentes de la tensión son nulas por definición y, por consiguiente, no contribuyen al trabajo interno. En la *deformación plana*, la tensión en la dirección perpendicular al plano xy no es nula. Sin embargo, por definición, la deformación en dicha dirección es nula, y por tanto dicha tensión no contribuye al trabajo interno, pero si se desea puede ser evaluada explícitamente al final del cálculo a partir de las tres componentes principales de tensión.

4.3.2 Características de los elementos

4.3.2.1 Función de desplazamientos

En la Fig. 4.1 se muestra el elemento triangular típico considerado, con los nodos i , j y m numerados en sentido antihorario.

Los desplazamientos de cualquier punto de un elemento se aproximan en función de los desplazamientos de los nodos

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \cong \mathbf{N}\mathbf{a}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_i & \mathbf{N}_j & \mathbf{N}_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_i \\ \mathbf{a}_j \\ \mathbf{a}_m \end{Bmatrix}$$

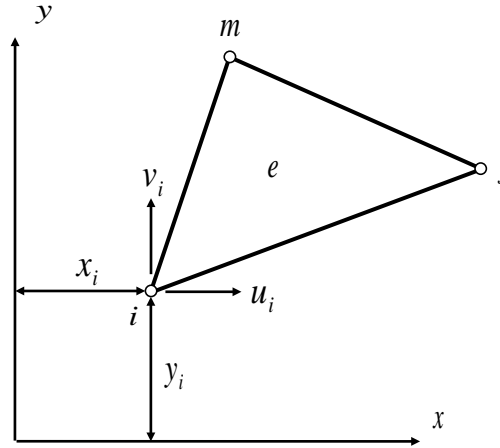


Fig. 4.1. Elemento de un medio continuo bajo tensión o deformación plana

y los desplazamientos de cada nodo tienen dos componentes

$$\mathbf{a}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$$

Usando las mismas funciones de forma para la interpolación del desplazamiento horizontal que para el vertical

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m \\ N_i v_i + N_j v_j + N_m v_m \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Los desplazamientos horizontal y vertical se interpolan de forma independiente. Utilizando una aproximación polinómica para el desplazamiento horizontal (para el vertical el razonamiento es el mismo) y teniendo en cuenta que hay tres incógnitas de desplazamiento horizontal

$$u = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y$$

que particularizando para cada nodo

$$\begin{cases} u_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \alpha_2 y_i \\ u_j = \alpha_0 + \alpha_1 x_j + \alpha_2 y_j \\ u_m = \alpha_0 + \alpha_1 x_m + \alpha_2 y_m \end{cases} \quad (4.2)$$

Resolviendo el sistema (2.2) se obtienen las expresiones de los coeficientes α en función de las coordenadas de los nodos

$$u = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} u_i + \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} u_j + \frac{a_m + b_m x + c_m y}{2\Delta} u_m \quad (4.3)$$

donde

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_m - x_m y_j; & a_j &= x_m y_i - x_i y_m; & a_m &= x_i y_j - x_j y_i \\ b_i &= y_j - y_m; & b_j &= y_m - y_i; & b_m &= y_i - y_j \\ c_i &= x_m - x_j; & c_j &= x_i - x_m; & c_m &= x_j - x_i \end{aligned}$$

y

$$\Delta = \frac{a_i + a_j + a_m}{2} = \text{área del triángulo } ijm$$

De las ecuaciones (4.1) y (4.3) se obtienen las expresiones de las funciones de forma

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} \\ N_j &= \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} \\ N_m &= \frac{a_m + b_m x + c_m y}{2\Delta} \end{aligned}$$

La función de desplazamientos elegida garantiza automáticamente la continuidad de desplazamientos entre elementos adyacentes, debido a que los desplazamientos varían linealmente a lo largo de cualquiera de los lados del triángulo y, al imponer los mismos desplazamientos en los nodos para dos elementos contiguos, evidentemente existirá el mismo desplazamiento a lo largo del contorno de separación.

4.3.2.2 Deformación (total)

La deformación total, para tensión o deformación plana, en cualquier punto del elemento se define mediante sus tres componentes que contribuyen al trabajo interno

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{S}\mathbf{u} \cong \mathbf{S}\mathbf{N}\mathbf{a}^e = \mathbf{B}\mathbf{a}^e$$

Para elemento triangular lineal

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_m}{\partial y} & \frac{\partial N_m}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}$$

Se advertirá que, para elemento triangular lineal, la matriz \mathbf{B} es independiente de la posición del punto dentro del elemento y, por consiguiente, las deformaciones son constantes en todo el mismo.

4.3.2.3 Deformación inicial

Las deformaciones iniciales, las deformaciones independientes de las tensiones, pueden deberse a muchas causas: retracción, cristalización, o con más frecuencia, a cambios de temperatura, y en general darán por resultado un vector de deformación inicial

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix}$$

Aunque esta deformación inicial puede ser, en general, función de la posición dentro del elemento, normalmente se definirá por su valor medio constante en todo el elemento.

Así, para el caso de *tensión plana* en un elemento de material isótropo sujeto a un incremento de temperatura θ^e , si el coeficiente de dilatación térmica es α , se tendrá

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{Bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ya que una dilatación térmica no produce deformaciones transversales.

En el caso de *deformación plana*, a causa de la dilatación térmica, se desarrollan tensiones perpendiculares al plano xy , y consiguientemente las deformaciones iniciales estarán afectadas por las constantes elásticas

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = (1 + \nu) \begin{Bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{Bmatrix}$$

donde ν es el coeficiente de Poisson.

4.3.2.4 Matriz de elasticidad

Para comportamiento lineal y suponiendo que no hay deformaciones ni tensiones iniciales (no influyen en el cálculo de la matriz de elasticidad)

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}$$

En el caso de *tensión plana* y para material isótropo

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}\end{aligned}$$

donde E es el módulo de elasticidad longitudinal.

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene la matriz de elasticidad para tensión plana

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

En el caso de *deformación plana* y para material isótropo

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y - \frac{\nu}{E}\sigma_z \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y - \frac{\nu}{E}\sigma_z \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}\end{aligned}$$

pero, además

$$\varepsilon_z = 0 = -\frac{\nu}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y + \frac{1}{E}\sigma_z$$

Eliminando σ_z y resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene la matriz de elasticidad para deformación plana

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu \end{bmatrix}$$

4.3.2.5 Matriz de rigidez

La expresión de la matriz de rigidez del elemento es

$$\mathbf{K}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d(\text{vol})$$

Para elemento triangular lineal (\mathbf{B} constante)

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \int_{V^e} d(\text{vol})$$

por lo tanto, la matriz de rigidez para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t \Delta$$

4.3.2.6 Fuerzas nodales debidas a deformaciones iniciales

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para deformaciones iniciales es

$$\mathbf{f}_{\epsilon_0}^e = - \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \epsilon_0 d(\text{vol})$$

Para elemento triangular lineal (\mathbf{B} constante)

$$\mathbf{f}_{\epsilon_0}^e = -\mathbf{B}^T \mathbf{D} \epsilon_0 \int_{V^e} d(\text{vol})$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para deformaciones iniciales para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_{\epsilon_0}^e = -\mathbf{B}^T \mathbf{D} \epsilon_0 t \Delta$$

4.3.2.7 Fuerzas nodales debidas a tensiones iniciales

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para tensiones iniciales es

$$\mathbf{f}_{\sigma_0}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \sigma_0 d(\text{vol})$$

Para elemento triangular lineal (\mathbf{B} constante)

$$\mathbf{f}_{\sigma_0}^e = \mathbf{B}^T \sigma_0 \int_{V^e} d(\text{vol})$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para tensiones iniciales para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_{\sigma_0}^e = \mathbf{B}^T \sigma_0 t \Delta$$

4.3.2.8 Fuerzas nodales debidas a fuerzas másicas distribuidas

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para fuerzas másicas distribuidas es

$$\mathbf{f}_b^e = - \int_{V^e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d(\text{vol})$$

como el elemento es plano y de espesor constante

$$\mathbf{f}_b^e = - \int_{A^e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} t d(\text{área}) = -t \iint_{A^e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} dx dy$$

entonces el vector de fuerzas másicas por unidad de volumen es

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix}$$

Suponiendo que \mathbf{b} es constante

$$\mathbf{f}_b^e = -t \left(\iint_{A^e} \mathbf{N}^T dx dy \right) \mathbf{b}$$

Para elemento triangular lineal, los cálculos se simplifican si se sitúa el origen de coordenadas en el centro de gravedad del elemento. Entonces

$$\iint_{A^e} x dx dy = \iint_{A^e} y dx dy = 0$$

y

$$a_i = a_j = a_m = \frac{2}{3} \Delta$$

Sustituyendo

$$\mathbf{f}_b^e = - \left(\iint_{A^e} dx dy \right) \frac{t}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & 0 \\ 0 & a_i \\ a_j & 0 \\ 0 & a_j \\ a_m & 0 \\ 0 & a_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix}$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para fuerzas másicas para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_b^e = - \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \frac{t \Delta}{3}$$

Como cabía esperar, para elementos lineales, cada nodo absorbe la tercera parte de la carga total.

4.3.2.9 Fuerzas nodales debidas a cargas superficiales

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para una carga superficial es

$$\mathbf{f}_i^e = - \int_{A_i^e} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d(\text{área})$$

como el elemento es plano y de espesor constante

$$\mathbf{f}_i^e = - \int_{L_i^e} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} t d(\text{lon}) = - \int_{L_i^e} \mathbf{N}^T \mathbf{p} d(\text{lon})$$

Integrando a lo largo de la línea cargada (si ésta es la que une los nodos j y m)

$$\mathbf{f}_i^e = - \int_0^{L_{jm}} \mathbf{N}^T \mathbf{p} ds$$

Las funciones de forma, unidimensionales, para el cálculo del vector de cargas del elemento triangular lineal, son

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix}$$

$$N_j = 1 - \frac{s}{L_{jm}}$$

$$N_m = \frac{s}{L_{jm}}$$

El vector de carga distribuida es

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo, el vector de cargas es

$$\mathbf{f}_i^e = - \int_0^{L_{jm}} \mathbf{N}^T \mathbf{p} ds = - \int_0^{L_{jm}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 - \frac{s}{L_{jm}} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{s}{L_{jm}} \\ \frac{s}{L_{jm}} & 0 \\ 0 & \frac{s}{L_{jm}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix} ds$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para cargas superficiales para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_i^e = -\frac{L_{jm}}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_x \\ p_y \\ p_x \\ p_y \end{Bmatrix}$$

Como cabía esperar, para elementos lineales, cada nodo absorbe la mitad de la carga total.

4.3.2.10 Cálculo de las tensiones

La tensión de un punto de un elemento es

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \cong \mathbf{D}(\mathbf{B}\mathbf{a}^e - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0$$

Al igual que ocurre con la deformación, para elemento triangular lineal, la tensión en los puntos de cada elemento es constante.

Dada la discontinuidad en las tensiones (y deformaciones), es corriente obtener el valor de las tensiones de los nodos como media de los valores en los elementos adyacentes, e interpolar las tensiones en los puntos de los elementos en función de las tensiones de los nodos.

4.4 ELEMENTOS LÁMINA PARA ANÁLISIS LINEAL, ESTABILIDAD Y ANÁLISIS NO LINEAL

4.4.1 Introducción

Las placas y láminas no son más que formas particulares de un sólido tridimensional cuyo tratamiento no presenta dificultades teóricas, al menos en el caso de elasticidad. Sin embargo, el espesor de estas estructuras es muy pequeño comparado con las otras dimensiones, y un tratamiento numérico tridimensional completo no sería solamente muy costoso sino que además podría conllevar serios problemas de mal condicionamiento de las ecuaciones. En este capítulo se estudia el caso de placas en las que la superficie media de la estructura es plana.

La teoría de placas se basa en simplificaciones de la elasticidad tridimensional análogas a las utilizadas en la teoría de vigas. En esencia, las distintas teorías de placas se diferencian, similarmente al caso de vigas, en las hipótesis sobre el giro de las normales al plano medio. Así, la teoría más clásica de placas delgadas de Kirchhoff establece que dichas normales se mantienen rectas y ortogonales a la deformada de dicho plano (análoga a la teoría de vigas de Euler – Bernoulli). Por otro lado, teorías más avanzadas como la de Reissner – Mindlin mantienen la condición de deformación recta de la normal, pero no exigen su ortogonalidad con la deformada del plano medio (análoga a la teoría de vigas de Timoshenko).

Los elementos de placa basados en la teoría de Kirchhoff tienen una utilización restringida a placas delgadas (espesor/ancho $< 0,1$) y requieren funciones de forma de continuidad C_1 . Los elementos de placa basados en la teoría de Reissner – Mindlin son válidos para placas gruesas y delgadas, aunque hay ciertos problemas numéricos en estas últimas (resolubles), y sólo requieren funciones de forma de continuidad C_0 .

El futuro, según la mayoría de autores, se decantará por los más versátiles elementos de Reissner – Mindlin. No obstante, el estudio de la teoría más clásica de Kirchhoff proporciona una excelente introducción a los conceptos fundamentales de la teoría de placas, sirve como punto de referencia para el estudio de la teoría de Reissner – Mindlin y son, quizás, más seguros para análisis de placas delgadas.

En este capítulo se estudia la teoría de placas delgadas de Kirchhoff, que es el caso del presente proyecto, y no se entrará en la teoría de placas gruesas de Reissner – Mindlin.

4.4.2 Teoría de Placas de Kirchhoff

4.4.2.1 Estado de placa

Se define como placa al sólido paralelepípedo en el que una de sus dimensiones (espesor) es mucho más pequeña que las otras dos. La superficie plana equidistante de las caras de mayores dimensiones se denomina plano medio de la placa. Por otra parte, se define como “estado de placa” al estado de cargas en el que sólo actúan como cargas exteriores fuerzas normales al plano medio y momentos cuyos ejes están contenidos en dicho plano (Fig. 4.2).

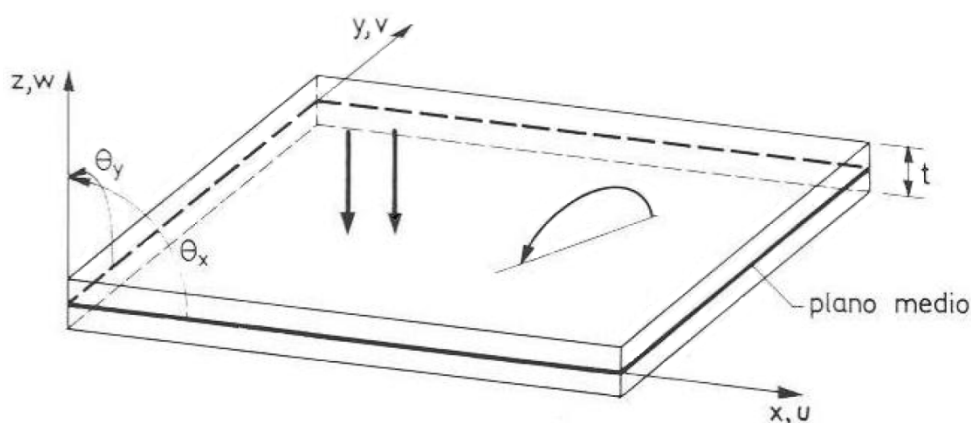


Fig. 4.2. Definición geométrica de una placa y convenio de signos para desplazamientos y giros

4.4.2.2 Hipótesis fundamentales

Las hipótesis sobre las que se basa la teoría de placas de Kirchhoff son las siguientes:

1. Los puntos del plano medio sólo se mueven verticalmente, es decir

$$u = v = 0$$
2. Todos los puntos contenidos en una normal al plano medio tienen el mismo desplazamiento vertical.

3. La tensión normal σ_z es despreciable.
4. Los puntos sobre rectas normales al plano medio antes de la deformación permanecen sobre rectas también ortogonales a la deformada del plano medio después de la deformación.

4.4.2.3 Campo de desplazamientos

De las hipótesis 1, 2 y 4, y de la figura anterior se deduce que

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z) &= -z\theta_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= -z\theta_y(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (1^a \text{ y } 4^a \text{ hipótesis})$$

$$w(x, y, z) = w(x, y) \quad (2^a \text{ hipótesis})$$

donde w es el desplazamiento vertical (flecha) de los puntos del plano medio, y θ_x y θ_y son los ángulos que definen el giro de la normal (hipótesis 4) contenidos en los planos xz e yz , respectivamente. El vector

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

se denomina vector de movimientos (contiene desplazamientos y giros) de un punto del plano medio de la placa.

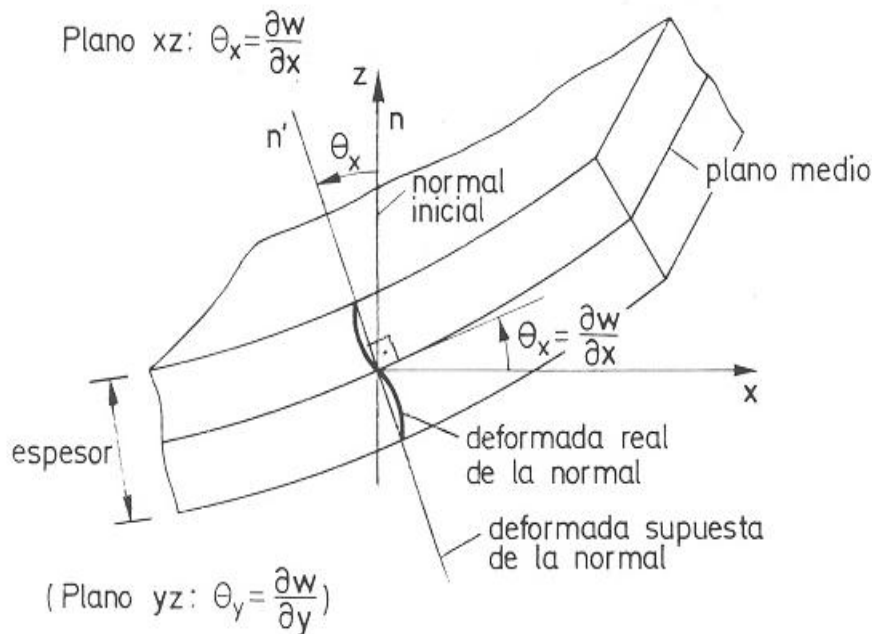


Fig. 4.3. Deformación del plano medio de una placa delgada y giro de la normal

De la hipótesis 4, y de la Fig. 4.2 se deduce que

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\theta_y = \frac{\partial w}{\partial y}$$

Es decir, los giros de la normal en un punto coinciden con la pendiente del plano medio en ese punto. Por consiguiente, el campo de desplazamientos de la placa se puede expresar en la forma

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (4.5)$$

y el vector de movimientos de la ecuación (4.4) se escribe como

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} w \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

La mayor parte de las teorías de placas se basan en la hipótesis de deformación recta de la normal. En realidad esto no es más que una aproximación, pues la sección transversal se distorsiona con la deformación como se muestra en la Fig. 4.3 y el ángulo θ_x (o θ_y) depende de la altura sobre el plano medio. La hipótesis de deformación recta de la normal equivale a suponer un giro “medio” uniforme para cada normal, lo que evidentemente simplifica el problema.

Hay que añadir que la hipótesis de ortogonalidad de la normal sólo se cumple para placas de pequeño espesor (relación espesor/anchura media $t/L \leq 0,05$). Para placas de moderado y gran espesor ($t/L \geq 0,1$). La distorsión de la sección aumenta con la deformación de manera que se pierde la ortogonalidad entre la “normal media” y el plano medio. En estos casos la teoría de Reissner – Mindlin representa una mejor aproximación de la deformación real de la placa. Si dicha distorsión es grande, lo que sucede en losas de gran espesor o en determinadas condiciones de apoyos o de cargas, hay que acudir a la teoría de la elasticidad tridimensional.

4.4.2.4 Campo de deformaciones, tensiones y esfuerzos

Sustituyendo la ecuación (4.5) en las expresiones de las deformaciones de la elasticidad tridimensional obtenemos

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \cong 0 \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
\gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\
\gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Se deduce de (4.6) que la cuarta hipótesis de Kirchhoff conduce a que las deformaciones transversales γ_{xz} y γ_{yz} son nulas. Por consiguiente, las tensiones tangenciales transversales no contribuyen a la deformación de la placa. Esto no quiere decir que el valor de dichas tensiones sea insignificante. Dicho valor, de hecho, puede calcularse “a posteriori” utilizando las ecuaciones de equilibrio entre momentos flectores y esfuerzos cortantes. Finalmente, es interesante destacar que la hipótesis 3 conduce a que el trabajo de deformación $\sigma_z \varepsilon_z$ es nulo, por lo que puede prescindirse de la deformación ε_z en el análisis, pudiendo obtenerse su valor “a posteriori” en función de ε_x y ε_y .

El vector

$$\mathbf{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \tag{4.7}$$

es el vector de deformaciones independientes de la placa. Dicho vector tiene asociado el correspondiente vector de tensiones (siguiendo el criterio de signos definido en la Fig. 4.4)

$$\mathbf{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

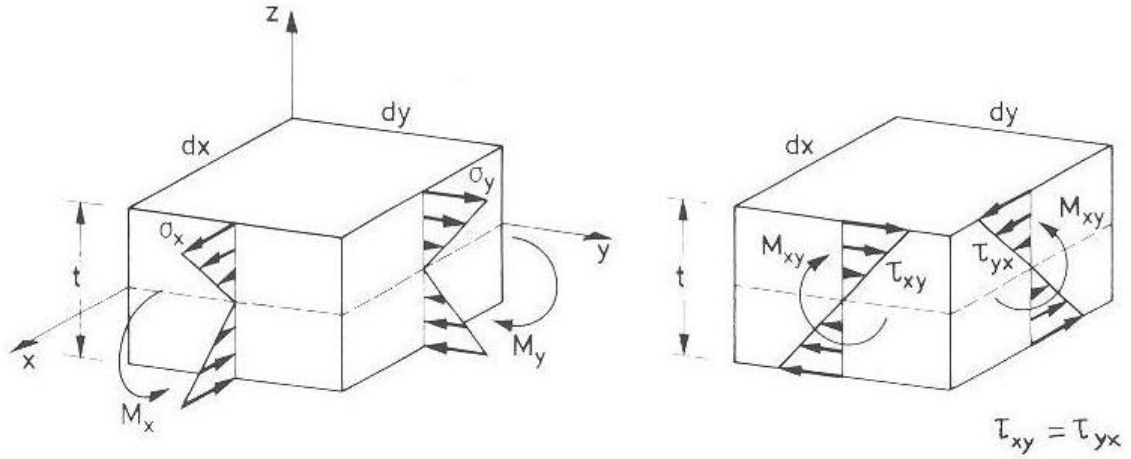


Fig. 4.4. Convenio de signos para tensiones y momentos en una placa

Partiendo de la relación general entre tensiones y deformaciones de la elasticidad tridimensional y haciendo uso de que σ_z , γ_{xz} y γ_{yz} son nulas, puede encontrarse una nueva expresión entre las tensiones y deformaciones no nulas. Para una placa de material isótropo se obtiene la misma relación que la correspondiente a tensión plana:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.8)$$

Se define el *vector de esfuerzos* como

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_f = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} z \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} z \boldsymbol{\sigma} dz \quad (4.9)$$

donde M_x y M_y son los *momentos flectores* de las tensiones σ_x y σ_y con respecto al plano medio, respectivamente, y M_{xy} es el *momento torsor* producido por la tensión tangencial τ_{xy} . Para convenio de signos ver Fig. 4.4. El subíndice f en $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_f$ indica *esfuerzos de flexión*. Posteriormente se verá la utilidad de diferenciar los esfuerzos de flexión de los de cortante y membrana.

Sustituyendo en (4.9) las relaciones (4.7) y (4.8), se encuentra

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_f = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} z \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dz = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} z^2 \mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_f dz = \hat{\mathbf{D}}_f \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_f \quad (4.10)$$

donde

$$\hat{\mathbf{D}}_f = \frac{t^3}{12} \mathbf{D}$$

es la matriz constitutiva de flexión y

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_f = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

es el vector de *deformaciones generalizadas de flexión* (o vector de curvaturas). Comparando (4.7) y (4.11) se deduce que

$$\boldsymbol{\varepsilon} = z \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_f$$

4.4.2.5 Principio de los trabajos virtuales

El PTV para el caso de carga repartida de intensidad q y fuerzas puntuales W_i (actuando ambas en dirección del eje z), se escribe que

$$\iiint_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \iint_A \delta w q dA + \sum_i \delta w_i W_i$$

Las características del problema de flexión de placas permiten simplificar la integral de volumen del trabajo de deformación virtual en otra sobre el plano medio de la placa en función de los esfuerzos y las deformaciones generalizadas. Así, haciendo uso de (4.4), (4.5) y (4.7), se obtiene

$$\delta U = \iiint_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \iiint_V (z \delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_f^T) \boldsymbol{\sigma} dV = \iint_A \delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_f^T \left[\int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} z \boldsymbol{\sigma} dz \right] dA = \iint_A \delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_f^T \hat{\boldsymbol{\sigma}}_f dA$$

Por consiguiente, operando con los esfuerzos y las deformaciones generalizadas el estudio de un problema de flexión de placas adquiere un carácter bidimensional, ya que todas las integrales y variables del problema son función únicamente de las coordenadas del plano medio de la placa.

Es interesante desarrollar la ecuación anterior como

$$\delta U = \iint_A \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} M_x + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} M_y + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} M_{xy} \right] dA \quad (4.12)$$

En la expresión anterior se aprecia claramente que el trabajo de deformación virtual de la placa puede obtenerse a partir de las contribuciones del trabajo que realizan cada uno de los momentos sobre las curvaturas correspondientes. Asimismo, se ve que en el integrando de (4.12) aparecen derivadas segundas de la flecha, lo que exige que tanto la flecha como su primera derivada sean continuas (continuidad de clase C_1). Esta última circunstancia es determinante a la hora de seleccionar la interpolación de elementos finitos como se verá posteriormente.

4.4.3 Formulación de elementos finitos

La forma intuitiva más sencilla de satisfacer los requisitos de continuidad C_1 para la flecha es tomar, similarmente a los elementos de vigas de Euler – Bernoulli, la flecha y sus dos derivadas cartesianas (giros) como variables nodales. Por tanto, en general, se tendrán tres variables por nodo w_i , $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i$ y $\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i$ y el número total de variables de un elemento de n nodos será $3n$. Este número determina el número de términos del polinomio que aproxima w dentro de cada elemento. Así pues, en general

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \dots (\text{hasta } 3n \text{ términos}) \quad (4.13)$$

El cálculo de las α_i se efectúa imponiendo las condiciones en los nodos

$$\left. \begin{aligned} w_i &= (w)_i \\ \theta_{x_i} &= \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \\ \theta_{y_i} &= \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \end{aligned} \right\} i = 1, 2, \dots, n \quad (4.14)$$

lo que proporciona $3n$ ecuaciones.

El problema fundamental reside en la selección adecuada de los términos del polinomio (4.13), ya que en general suele haber varias alternativas. Cada una de ellas define un elemento distinto cuyas propiedades deben ser estudiadas con detalle, pues, como se verá, existen numerosos elementos que simplemente no funcionan en la práctica. A continuación se estudiarán algunos de los elementos rectangulares y triangulares más populares.

4.4.4 Elementos de placa rectangulares

4.4.4.1 Elementos rectangulares no conformes. Elemento MZC

El elemento rectangular de 4 nodos no conforme MZC se muestra en Fig. 4.2. Por tener 4 nodos, el número de términos del polinomio (4.13) debe ser 12. Se ve, por consiguiente, que de entrada hay que renunciar a la utilización de un polinomio completo para el desarrollo de w , puesto que los polinomios completos de tercer y cuarto grado tienen 10 y 15 términos, respectivamente. Así pues, deben omitirse algunos términos del polinomio de cuarto grado. Qué términos eliminar es, naturalmente, un problema nada trivial. Melosh (1964) [51] y, Zienkiewicz y Cheung (1963) [52] desarrollaron un popular elemento rectangular (MZC) basándose en la siguiente aproximación:

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \quad (4.15)$$

La expresión anterior garantiza la invariancia geométrica y asimismo que a lo largo de los lados $x = \text{constante}$ o $y = \text{constante}$, la flecha varía según un polinomio completo de tercer grado. Las cuatro variables w_i , w_j y $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i$, $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_j$ o $\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i$, $\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_j$ correspondientes a los dos nodos del lado $i-j$ permiten calcular de manera unívoca las cuatro constantes de dicho polinomio, con lo que queda garantizada la continuidad de w entre elementos.

Se pueden obtener las funciones de forma haciendo uso de las ecuaciones (4.14) lo que resulta muy largo y costoso. En la práctica, la mayoría de los autores las determinan de forma directa.

Melosh [51] obtuvo las funciones de forma de este elemento de forma explícita. Así, la ecuación (4.15) puede escribirse como

$$w = \sum_{i=1}^4 \left[N_i w_i + \bar{N}_i \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_i + \bar{\bar{N}}_i \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_3 & \mathbf{N}_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_1^e \\ \mathbf{a}_2^e \\ \mathbf{a}_3^e \\ \mathbf{a}_4^e \end{Bmatrix}$$

donde

$$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} N_i & \bar{N}_i & \bar{\bar{N}}_i \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_i^e = \begin{Bmatrix} w_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i \end{Bmatrix}$$

La expresión analítica de las funciones de forma N_i , \bar{N}_i y $\bar{\bar{N}}_i$ en coordenadas naturales se muestra en Fig. 4.5.

Es importante resaltar que aunque el campo de desplazamientos definido por (4.15) establece la continuidad de w entre elementos, *no garantiza, sin embargo, la continuidad de las primeras derivadas*, excepto en los nodos donde, naturalmente, dichas derivadas toman un valor único. Esto, no obstante, no invalida al elemento que *satisface el criterio de la parcela* lo que asegura la convergencia al disminuir el tamaño de la malla.

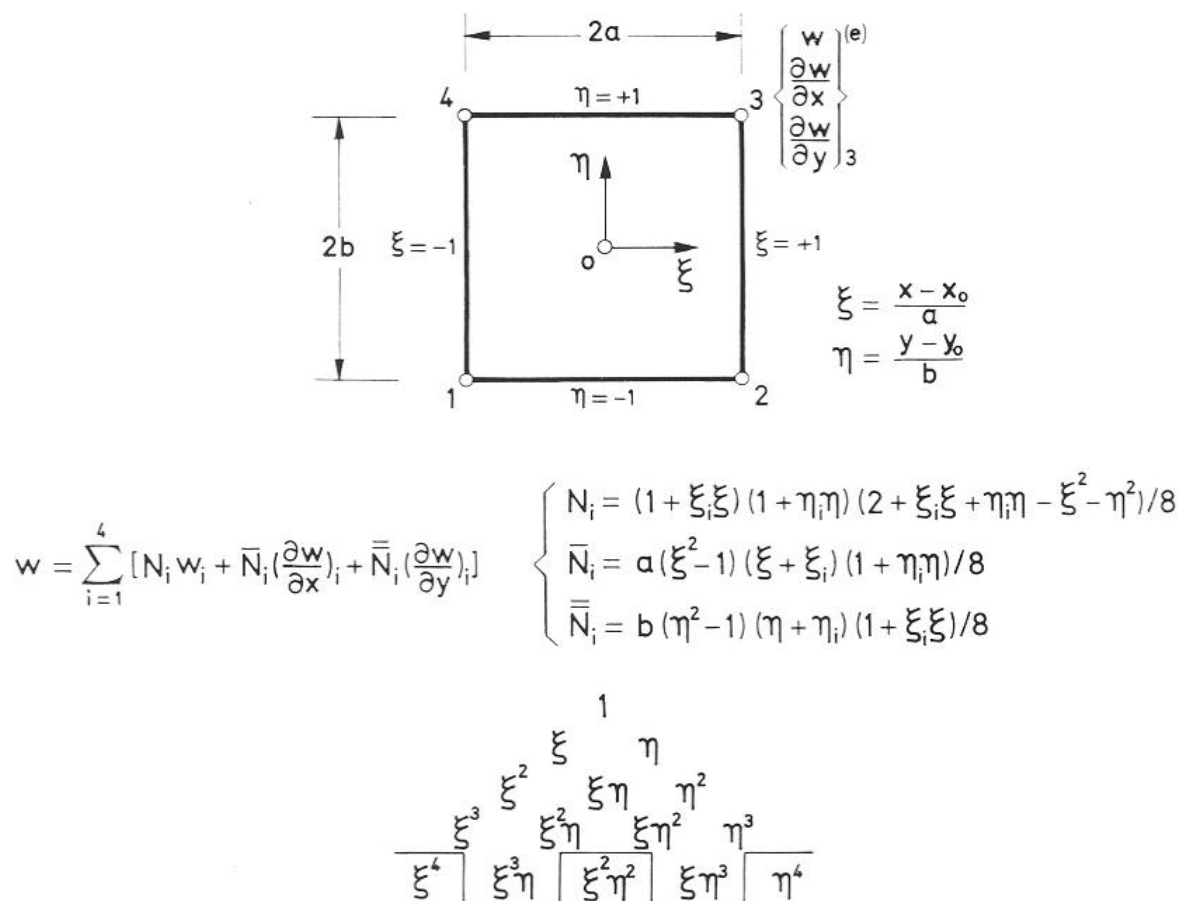


Fig. 4.5. Elemento de placa rectangular de 4 nodos no conforme MZC [52]

La derivada normal a un lado, que en este caso coincide con el *giro normal* (Fig. 4.6) no es continua, lo que se traduce en que las derivadas cruzadas $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ y $\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$ toman un valor diferente en los nodos, violándose uno de los requisitos básicos de continuidad de la función w .

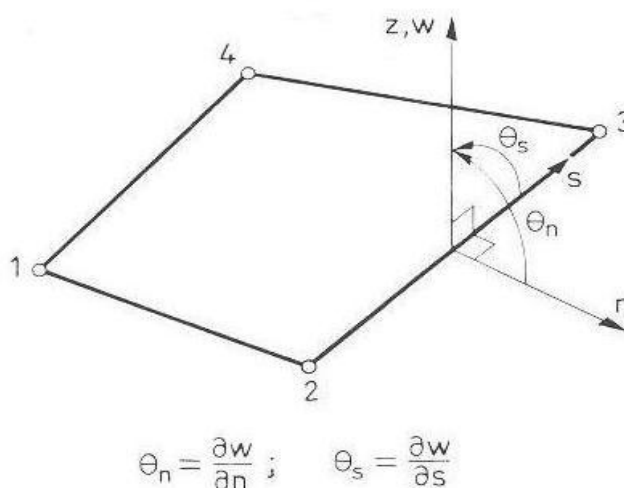


Fig. 4.6. Concepto de giro normal y tangencial a un lado [52]

Desgraciadamente, al transformar el elemento en formas cuadriláteras arbitrarias deja de satisfacerse el criterio de la parcela perdiéndose todas las garantías de obtener convergencia y, por consiguiente, el elemento cuadrangular de 4 nodos MZC no es fiable para usos prácticos. No obstante, en su forma rectangular es un elemento extremadamente preciso y de gran utilidad.

4.4.4.2 Elementos rectangulares conformes. Elemento BFS

Varios autores han tratado de desarrollar elementos de placa conformes que satisfagan la continuidad del giro normal y de la segunda derivada $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ a lo largo de lados comunes entre elementos. Una de las técnicas más utilizadas ha sido la introducción de la derivada cruzada $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ como cuarta variable nodal. Un elemento rectangular de este tipo fue desarrollado por Bogner, Fox y Schmidt (1965) [53] (elemento BFS, Fig. 4.7) basado en una aproximación polinómica para la flecha de 16 términos como producto de dos polinomios cúbicos completos en x e y .

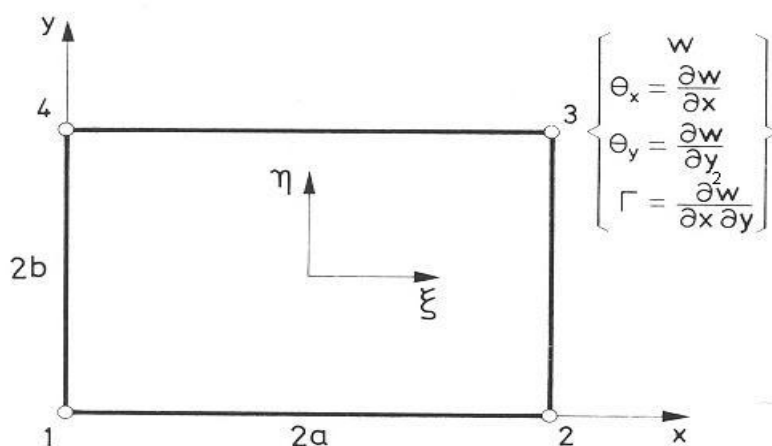


Fig. 4.7. Elemento rectangular de placa de 4 nodos BFS [53]

Una característica interesante de este elemento es que sus funciones de forma se pueden obtener como producto de las funciones de forma hermiticas cúbicas del elemento viga de dos nodos. Así,

$$w = \left\{ \mathbf{N}_w \quad \mathbf{N}_{\theta_x} \quad \mathbf{N}_{\theta_y} \quad \mathbf{N}_{\Gamma} \right\} \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \Gamma \end{Bmatrix}$$

con

$$\mathbf{w} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{Bmatrix} \quad \boldsymbol{\theta}_x = \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_1 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_2 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_3 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_4 \end{Bmatrix} \quad \boldsymbol{\theta}_y = \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_1 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_2 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_3 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_4 \end{Bmatrix} \quad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_1 \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_2 \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_3 \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_4 \end{Bmatrix}$$

y

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_w &= \{N_1(x)N_1(y) \quad N_2(x)N_1(y) \quad N_2(x)N_2(y) \quad N_1(x)N_2(y)\} \\ \mathbf{N}_{\theta_x} &= \{\bar{N}_1(x)N_1(y) \quad \bar{N}_2(x)N_1(y) \quad \bar{N}_2(x)N_2(y) \quad \bar{N}_1(x)N_2(y)\} \\ \mathbf{N}_{\theta_y} &= \{N_1(x)\bar{N}_1(y) \quad N_2(x)\bar{N}_1(y) \quad N_2(x)\bar{N}_2(y) \quad N_1(x)\bar{N}_2(y)\} \\ \mathbf{N}_\Gamma &= \{\bar{N}_1(x)\bar{N}_1(y) \quad \bar{N}_2(x)\bar{N}_1(y) \quad \bar{N}_2(x)\bar{N}_2(y) \quad \bar{N}_1(x)\bar{N}_2(y)\} \end{aligned}$$

donde N_i y \bar{N}_i son las funciones de forma del elemento hermítico de dos nodos.

Puede comprobarse que el elemento BFS satisface la continuidad de las derivadas normal y cruzada a lo largo de todos sus lados. Por lo tanto, el elemento es conforme y también satisface el criterio de la parcela. Asimismo, se ha encontrado que el elemento BFS es más preciso que el elemento MZC. Esto, sin embargo, no es debido al hecho de que aquél sea conforme, sino a que utiliza una aproximación polinómica de mayor grado consecuencia del mayor número de variables nodales.

No obstante, la utilización del elemento rectangular BFS, lamentablemente, es muy limitada en la práctica, ya que tampoco es extrapolable a formas cuadriláteras irregulares, pues la continuidad de las derivadas cruzadas en varias direcciones no ortogonales obliga a definir como variables nodales todas las derivadas segundas con respecto a las diferentes direcciones que concurren en el nodo, lo cual resulta impracticable.

4.4.5 Elementos de placa triangulares

Debido a su simplicidad geométrica los elementos de placa triangulares son, en principio, de gran interés práctico para análisis de placas de formas irregulares. No obstante, en la formulación de dichos elementos se encuentran las mismas dificultades para garantizar su conformidad que en los elementos rectangulares estudiados anteriormente. Se presentan seguidamente los conceptos básicos de algunos de los elementos de placa triangulares no conformes y conformes más populares.

4.4.6 Elementos de placa triangulares no conformes

El problema fundamental de encontrar funciones de forma para el sencillo triángulo de tres nodos es que se dispone de nueve variables nodales mientras que el polinomio completo de tercer grado contiene diez términos. Así pues, surge de nuevo el

dilema de tener que prescindir de un término de dicho polinomio de manera más o menos arbitraria y, como es natural, cada autor ha propuesto la simplificación que ha considerado más oportuna. Esto ha dado lugar a una gran variedad de elementos triangulares no conformes, la mayoría de ellos poco eficientes y no utilizables con fines prácticos.

En 1961, Adini [54] propuso omitir el término xy del polinomio cúbico, es decir:

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 + \alpha_6 x^3 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 xy^2 + \alpha_9 y^3$$

Este criterio tan sencillo proporciona, desgraciadamente, un mal elemento, puesto que es incapaz de reproducir estados de curvatura de torsión $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ constante.

Adicionalmente, la ausencia del término en xy perturba el criterio de continuidad de clase C_1 . Por consiguiente, la convergencia de dicho elemento es mala.

En 1965, Tocher [55] propone agrupar los términos α_8 y α_9 del polinomio cúbico como:

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 (x^2 y + xy^2) + \alpha_9 y^3 \quad (4.16)$$

Este elemento no respeta la condición de continuidad de la derivada normal a lo largo de los lados comunes entre elementos.

En 1971, Harvey y Kelsey [56] desarrollaron un elemento triangular en base al anterior añadiendo un cuarto nodo central al que asignan la flecha como décima variable nodal, consiguiendo por tanto un desarrollo polinómico completo de tercer grado (Fig. 4.8). Dicha variable puede eliminarse fácilmente por condensación. Pese a todo, el elemento no respeta la condición de continuidad de la derivada normal y no converge. El comportamiento de este elemento puede mejorar sustancialmente si se imponen los requisitos de continuidad del giro normal utilizando el método de multiplicadores de Lagrange. Harvey y Kelsey [56] demostraron que el elemento así modificado satisface el criterio de la parcela y converge monótonamente a la solución exacta.

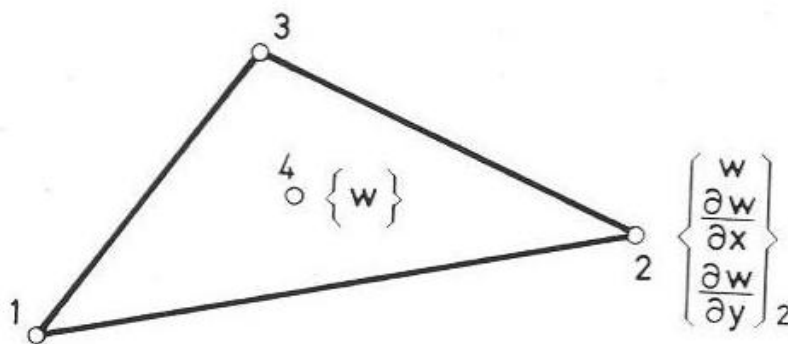


Fig. 4.8. Elemento de placa triangular de 4 nodos y 10 grados de libertad [56]

Un elemento bastante popular es el triangular de tres nodos y nueve grados de libertad desarrollado inicialmente por Bazeley et al. (1966) [57] y posteriormente mejorado por Cheung, King y Zienkiewicz (1964) (denominado CKZ) [58]. Dicho elemento se basa en una aproximación de la flecha por el siguiente polinomio incompleto de tercer grado en coordenadas de área

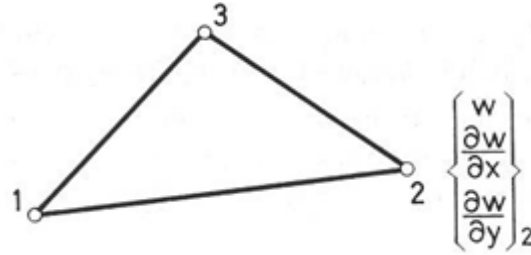
$$w = \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \alpha_3 L_3 + \alpha_4 \left(L_1^2 L_2 + \frac{L_1 L_2 L_3}{2} \right) + \alpha_5 \left(L_2^2 L_1 + \frac{L_1 L_2 L_3}{2} \right) + \alpha_6 \left(L_2^2 L_3 + \frac{L_1 L_2 L_3}{2} \right) + \alpha_7 \left(L_3^2 L_2 + \frac{L_1 L_2 L_3}{2} \right) + \alpha_8 \left(L_3^2 L_1 + \frac{L_1 L_2 L_3}{2} \right) + \alpha_9 \left(L_1^2 L_3 + \frac{L_1 L_2 L_3}{2} \right) \quad (4.17)$$

Los términos entre paréntesis en la ecuación anterior garantizan que pueda reproducirse un campo de curvatura arbitrario (incluido el de curvatura constante) en el que la flecha valga cero en los nodos.

Siguiendo un proceso similar al del elemento rectangular MZC la aproximación anterior puede escribirse de la forma

$$w = \sum_{i=1}^3 \left[N_i w_i + \bar{N}_i \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_i + \bar{\bar{N}}_i \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i \right]$$

mostrándose la expresión de las funciones de forma N_i , \bar{N}_i y $\bar{\bar{N}}_i$ en la Fig. 4.9.



Funciones de forma:

$$\begin{aligned} N_1 &= L_1 + L_1^2 L_2 + L_1^3 L_3 - L_2^2 L_1 - L_3^2 L_1 & \bar{\bar{N}}_2 &= b_1 (L_2^2 L_3 + L) - b_3 (L_2^2 L_1 + L) \\ \bar{N}_1 &= c_3 (L_1^2 L_2 + L) - c_2 (L_1^2 L_3 + L) & N_3 &= L_3 + L_3^2 L_1 + L_3^2 L_2 - L_1^2 L_3 - L_2^2 L_3 \\ \bar{\bar{N}}_1 &= b_3 (L_1^2 L_2 + L) - b_2 (L_1^2 L_3 + L) & \bar{N}_3 &= c_2 (L_3^2 L_1 + L) - c_1 (L_3^2 L_2 + L) \\ N_2 &= L_2 + L_2^2 L_3 + L_2^2 L_1 - L_3^2 L_2 - L_1^2 L_2 & \bar{\bar{N}}_3 &= b_2 (L_3^2 L_1 + L) - b_1 (L_3^2 L_2 + L) \\ \bar{N}_2 &= c_1 (L_2^2 L_3 + L) - c_3 (L_2^2 L_1 + L) \end{aligned}$$

$$L = \frac{L_1 L_2 L_3}{2} \quad b_i = y_j - y_m \quad c_i = x_m - x_j$$

Fig. 4.9. Funciones de forma para el elemento de placa triangular de 3 nodos [58]

Hay que resaltar que este elemento no es conforme, pues no respeta el criterio de continuidad de la derivada normal entre contornos interelementales. Sin embargo, se ha demostrado que converge de manera monótona, por lo que ha sido bastante popular.

El elemento CKZ ha sido objeto de continuas modificaciones por diferentes autores que han tratado de mejorar su comportamiento. La más sencilla y eficiente se debe a Specht (1988) [59] quien propone añadir términos de cuarto grado a la aproximación (4.17) en la forma

$$w = \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \alpha_3 L_3 + \alpha_4 L_1 L_2 + \alpha_5 L_2 L_3 + \alpha_6 L_1 L_3 + \\ \alpha_7 \left[L_1^2 L_2 + \frac{L}{2} (3(1 - \gamma_3)) L_1 - (1 + 3\gamma_3) L_2 + (1 + 3\gamma_3) L_3 \right] + \\ \alpha_8 \left[L_2^2 L_3 + \frac{L}{2} (3(1 - \gamma_1)) L_2 - (1 + 3\gamma_1) L_3 + (1 + 3\gamma_1) L_1 \right] + \\ \alpha_9 \left[L_3^2 L_1 + \frac{L}{2} (3(1 - \gamma_2)) L_3 - (1 + 3\gamma_2) L_1 + (1 + 3\gamma_2) L_2 \right]$$

con $L = L_1 L_2 L_3$, $\gamma_1 = \frac{L_3^2 - L_2^2}{L_1^2}$, $\gamma_2 = \frac{L_1^2 - L_3^2}{L_2^2}$, $\gamma_3 = \frac{L_2^2 - L_1^2}{L_3^2}$, donde L_1 , L_2 , L_3 definen la longitud de los lados del triángulo. El elemento así modificado cumple el criterio de la parcela y tiene un comportamiento muy satisfactorio.

Un elemento triangular de seis nodos no conforme de gran interés por su simplicidad fue propuesto por Morley (1968) [60]. El elemento se basa en una aproximación de la flecha por un polinomio completo de segundo grado, lo que da lugar a un estado de curvatura constante en todo el elemento. Las seis incógnitas nodales son: la flecha en cada uno de los nodos de vértice y el giro normal en los nodos laterales (Fig. 4.10). Curiosamente, dicho elemento converge pese a violar los requisitos de continuidad C_1 que, como se ha visto, exigen una variación cúbica de la flecha.

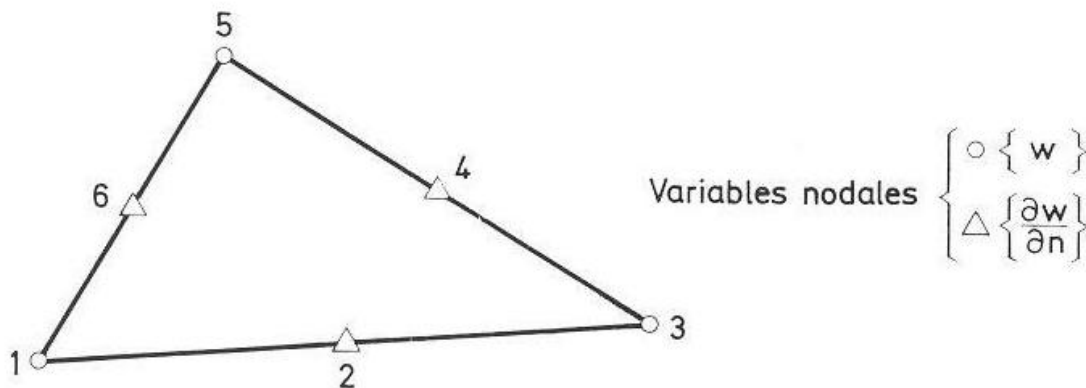


Fig. 4.10. Elemento de placa triangular de curvatura constante de Morley [60]

4.4.7 Elementos de placa triangulares conformes

Se ha visto en apartados anteriores que no es fácil satisfacer los requisitos de conformidad en elementos triangulares. Por otra parte, la técnica de imponer las curvaturas como parámetros nodales adicionales tiene serias complicaciones en

elementos triangulares. Además, esta técnica es en general poco recomendable debido al interés de mantener la flecha y los giros como únicas variables nodales para facilitar la utilización de los elementos para análisis de láminas. Por ello, la mayor parte de elementos de placa triangulares conformes se basan en la imposición de la continuidad de la derivada normal utilizando variables de giro adicionales definidas en los lados del elemento y procedimientos similares. Se describen a continuación algunos de dichos elementos.

Un primer elemento triangular conforme surge como una modificación del CKZ descrito anteriormente. Así, es fácil observar que las funciones de forma de (4.17) tienen una variación parabólica de la derivada normal a lo largo de dos lados, que no puede definirse unívocamente por los dos valores en los extremos. En 1966, Zienkiewicz [61] propone una solución para este problema añadiendo tres nodos adicionales en los puntos medios de los lados en los que se define como variable el giro normal (Fig. 4.11). Dicha variable junto con las otras dos en los nodos del extremo de cada lado proporciona los tres valores necesarios para definir la variación parabólica de dicha derivada, resultando un elemento conforme.

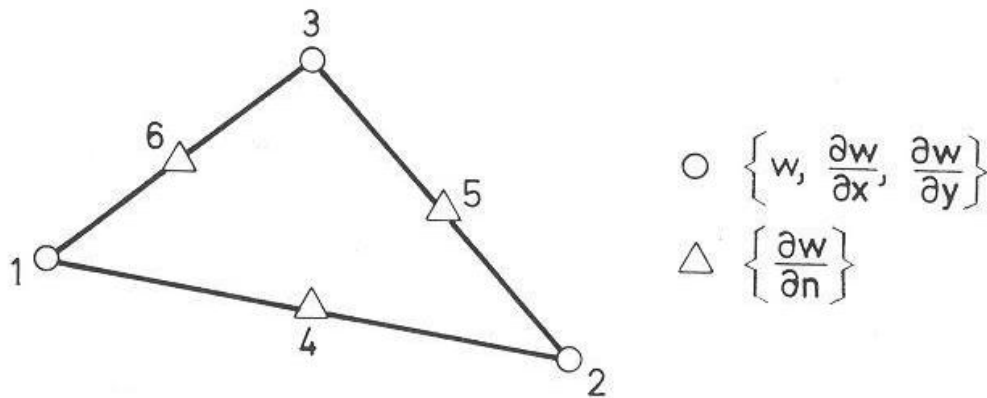


Fig. 4.11. Elemento de placa triangular de 12 variables [61]

Otro elemento triangular conforme bastante popular es el desarrollado por Clough y Tocher (1965) [55] a partir de una idea de Hsieh y Clough (elemento HCT). Las funciones de forma se obtienen dividiendo el elemento en tres triángulos interiores como se muestra en la Fig. 4.12 a). Dentro de cada triángulo de nodos $4ij$ se utiliza una aproximación incompleta de nueve términos en ejes locales $\bar{x}\bar{y}$ cuyo origen está en el nodo central y el eje \bar{y} es perpendicular al lado ij . Así, para el triángulo 423 se escoge

$$w_A = C_1 + C_2\bar{x} + C_3\bar{y} + C_4\bar{x}^2 + C_5\bar{y}^2 + C_6\bar{x}\bar{y} + C_7\bar{x}^3 + C_8\bar{x}\bar{y}^2 + C_9\bar{y}^3$$

siendo \bar{y} ortogonal al lado 23. Para los triángulos 412 y 431 se utilizan aproximaciones similares. La omisión del término $\bar{x}^2\bar{y}$ en la expresión anterior garantiza que el giro normal varíe linealmente a lo largo de los contornos, mientras que la flecha varía de forma cuadrática. El elemento HCT es conforme y tiene nueve grados de libertad como el elemento CKZ, no obstante, presenta un comportamiento más rígido que este último.

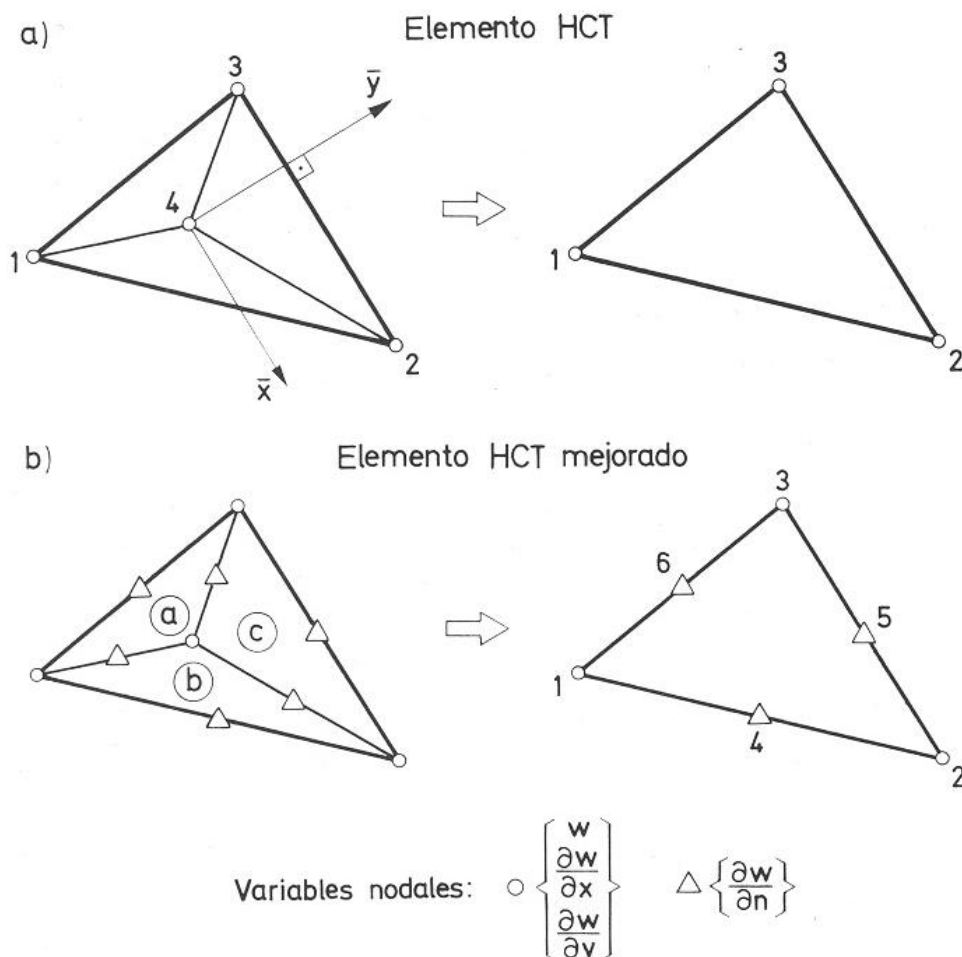


Fig. 4.12. Elementos de placa triangulares conformes HCT obtenidos a partir de 3 subelementos [55]

Los mismos autores utilizan un procedimiento similar para mejorar el elemento HCT tomando como partida tres elementos interiores con nodos laterales donde se especifica el giro normal como variable, lo que proporciona una variación parabólica de dicho giro a lo largo de los lados comunes (Fig. 4.12 b). El proceso de eliminación y condensación de variables interiores conduce a un elemento similar al desarrollado por Zienkiewicz [61] de 12 variables (Fig. 4.11).

Un claro inconveniente de los elementos con la derivada normal como variable en los nodos laterales es que obligan a operar con un número diferente de variables en cada nodo, lo cual es bastante engorroso.

Para obviar este problema, en 1966 Irons [62] sugiere añadir la flecha y la derivada cruzada $\frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s}$ como variable en los nodos laterales con lo cual todos los nodos pasan a tener tres variables (Fig. 4.13).

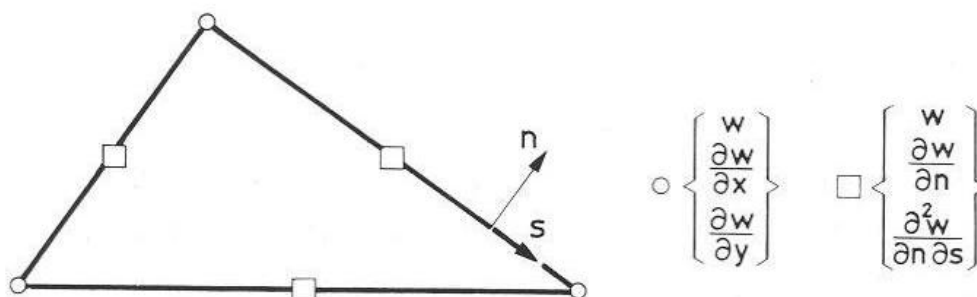


Fig. 4.13. Elemento de placa triangular conforme de 18 grados de libertad de Irons [62]

Diversos autores han desarrollado otros elementos triangulares de tres nodos conformes en base a variaciones cúbicas y cuárticas del giro normal $\frac{\partial w}{\partial n}$ a lo largo de los lados. Así, Cowper et al. [65] propusieron un elemento triangular de 18 grados de libertad $(w, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})$ en cada nodo (Fig. 4.14 a). Las funciones de forma de este elemento contienen todos los términos de un polinomio completo de quinto grado menos el término $\xi^4 \eta$ que se omite para garantizar la variación cúbica de $\frac{\partial w}{\partial \eta}$ a lo largo del lado $\eta = 0$. Las dos condiciones que faltan para calcular las 20 constantes del desarrollo quintico incompleto se obtienen imponiendo la variación cúbica de $\frac{\partial w}{\partial n}$ a lo largo de los otros dos lados.

El elemento anterior se puede mejorar añadiendo tres nodos laterales a los que se asigna como variable la derivada normal $\frac{\partial w}{\partial n}$ (Fig. 4.14 b). En dicho caso las funciones de forma son polinomios quísticos completos y $\frac{\partial w}{\partial n}$ varía según un polinomio de cuarto grado a lo largo de los lados.

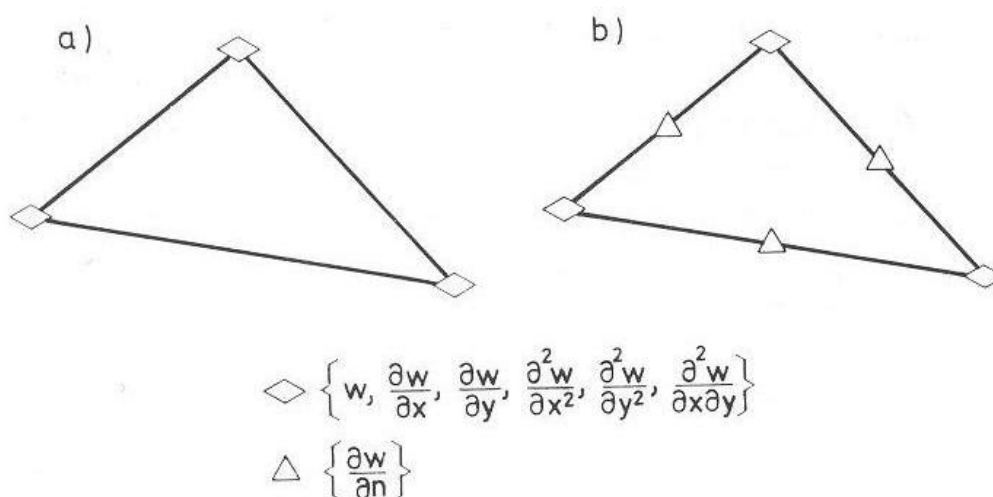


Fig. 4.14. Elementos de placa triangulares conformes de 18 y 21 grados de libertad [65]

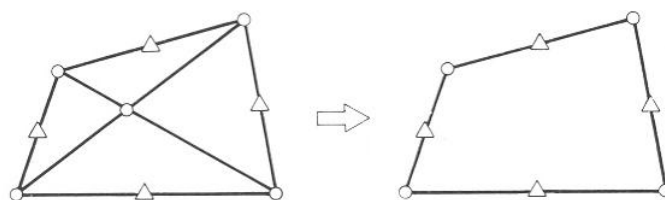
Hay que señalar que pese a su excelente precisión los elementos que incorporan las derivadas cruzadas como variables nodales no han sido muy populares, debido fundamentalmente a las dificultades que presentan para su utilización en análisis de láminas.

4.4.8 Elementos de placa cuadriláteros conformes obtenidos a partir de elementos triangulares

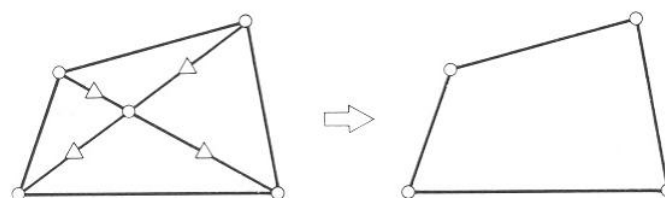
Se presentan seguidamente dos populares elementos cuadriláteros conformes obtenidos a partir de elementos triangulares. El primero se debe a Fraeijs de Veubeke (1965) [63]. Para encontrar las funciones de forma del elemento se parte de su división en cuatro triángulos como se muestra en la Fig. 4.15 a. En cada triángulo se utiliza un polinomio cúbico completo de 10 términos para aproximar la flecha, con lo que el número total de variables inicial es 40. Siguiendo un proceso laborioso de eliminación de variables se obtienen los 16 grados de libertad finales (los 3 usuales en cada vértice y la derivada normal en el centro de cada contorno exterior, (Fig. 4.15 a). El elemento así desarrollado es conforme y funciona correctamente para formas cuadrangulares arbitrarias.

El segundo elemento de placa cuadrilateral que se presenta fue desarrollado por Clough y Felippa en 1968 [64] casi simultáneamente al de Fraeijs de Veubeke [63] ya comentado. El elemento se basa en una subdivisión en cuatro triángulos, como se muestra en Fig. 4.15 b. En cada triángulo se utiliza una aproximación cúbica completa de 10 términos para la flecha. Tras el ensamblaje inicial se eliminan los tres grados de libertad del nodo central y los tres correspondientes a los giros normales en el punto medio de cada lado imponiendo su continuidad entre elementos, resultando finalmente un elemento conforme de 12 grados de libertad de gran precisión.

a) Cuadrilátero conforme de Fraeijs de Veubeke [F7]



b) Cuadrilátero conforme de Clough y Felippa [C11]



$$\text{Variables nodales: } \bigcirc \begin{Bmatrix} w \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix}, \quad \triangle \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial n} \end{Bmatrix}$$

Fig. 4.15. Elementos de placa cuadriláteros conformes. a) Fraeijs de Veubeke; b) Clough y Felippa [63,64]

4.4.9 Comparación de los elementos de placa de Kirchhoff

Los diferentes elementos de placa de Kirchhoff estudiados se comparan en el análisis de una placa cuadrada simplemente apoyada bajo una carga puntual actuando en el centro. Dada la doble simetría del problema se discretiza únicamente un cuarto de placa con elementos rectangulares y triangulares, como se muestra (Fig. 4.16). En la Fig. 4.16 a se comparan los resultados del error en el cálculo de la flecha central con diferentes mallas de elementos rectangulares. Se aprecia que el elemento no conforme MZC converge a la solución correcta desde arriba, dando por tanto una cota superior de la solución. Por otro lado, todos los elementos conformes estudiados (BFS, elemento de Veubeke y, elemento de Clough y Felippa) convergen desde soluciones más rígidas, y de forma monótona y rápida a la solución correcta, como puede apreciarse en Fig. 4.16a.

La Fig. 4.16 b muestra el mismo tipo de análisis con diferentes elementos triangulares. Se aprecia que el elemento no conforme CKZ converge a la solución correcta aunque no de forma monótona. Por otra parte, el sencillo elemento de 6 grados de libertad no conforme de Morley [60] sí converge monótonamente, aunque para mallas groseras el error en la solución es importante. Ambos elementos no conformes convergen desde soluciones más flexibles como en el caso de elementos rectangulares. Por otra parte, los tres elementos conformes de Cowper et al. (1968) [65], CKZ modificado y HCT convergen monótonamente desde soluciones más rígidas, siendo el elemento de 18 grados de libertad de Cowper et al. [65] el que muestra un mejor comportamiento para mallas groseras (Fig. 4.16 b). Es interesante observar asimismo que el elemento de 10 grados de libertad de Harvey y Kelsey [56], modificado con la imposición de la continuidad del giro normal a lo largo de los lados, converge también de forma monótona. Por el contrario, los resultados son muy malos si se utiliza el elemento original sin esta modificación.

En 1972, Abel y Desai [66] compararon la eficacia computacional de diferentes elementos de placa de Kirchhoff, entendida como el esfuerzo de cálculo para obtener una precisión determinada y medido por el número de operaciones necesario para resolver el sistema de ecuaciones de equilibrio. Aplicando este criterio, Abel y Desai concluyeron que los elementos de menor orden son más eficaces que los de orden más elevado. Paradójicamente, Rossow y Chen llegaron a una conclusión contraria modificando el criterio de eficacia computacional incluyendo el efecto de las condiciones de contorno.

La ventaja de utilizar elementos de orden alto es su mayor capacidad de aproximar campos de tensiones complejos sobre elementos de gran tamaño. En contraste, los elementos de orden bajo son menos precisos en el cálculo de esfuerzos y suelen necesitar técnicas de alisado o de refinamiento de la malla.

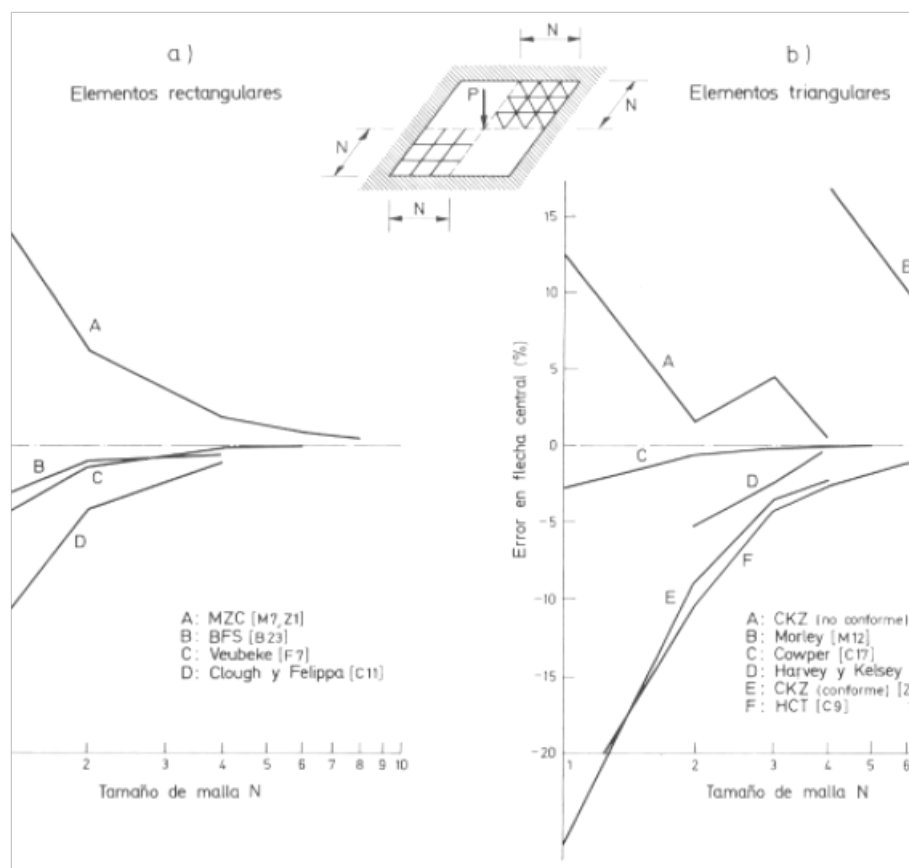


Fig. 4.16. Comparación de diversos elementos de placa de Kirchhoff rectangulares y triangulares en el análisis de una placa cuadrada simplemente apoyada bajo carga puntual en el centro

4.5 ESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS

Una estructura puede llegar a ser inestable cuando la carga a la que está sometida alcanza la carga crítica de pandeo, o bien cuando se alcanza la no linealidad del material. Esto es más común en estructuras esbeltas. La inestabilidad puede ser global (como el pandeo de una viga) o una inestabilidad local (como el fallo en un rigidizador). Los problemas de inestabilidad normalmente producen dificultades en la convergencia y requieren la aplicación de técnicas no lineales especiales.

Existen distintos métodos para abordar estos problemas:

- Estabilización no lineal: una herramienta para hacer frente a las inestabilidades locales, así como la inestabilidad global. Se puede utilizar junto con casi cualquier otra técnica de solución no lineal, como la búsqueda de línea (*Line search*) y la técnica automática de paso (*Automatic time stepping*) aunque no con el método de Longitud de Arco.
- El Método de Longitud de Arco: este método puede evitar la inestabilidad global cuando se aplican fuerzas. Más importante aún, puede simular la parte con pendiente negativa de la curva de carga desplazamiento.

- Ejecución de un problema estático como un análisis de “dinámica lenta” (“*slow dynamic*”): este método no es una técnica estrictamente diferente, salvo que se usen efectos dinámicos para prevenir la divergencia. No es especialmente fácil de usar debido a los cambios del tipo de análisis, puesto que hay que considerar masas de entrada, aplicar un factor de amortiguamiento, si es necesario, y el uso adecuado de los parámetros de integración. El programa de elementos finitos ANSYS por ejemplo, recomienda usar la estabilización no lineal o el método de Longitud de Arco en primer lugar.

También son posibles otros métodos alternativos para ayudar a conseguir la convergencia. Se puede aplicar, por ejemplo, desplazamientos en lugar de fuerzas, si el problema lo permite. O se podría aplicar una pequeña rigidez artificial para los grados de libertad inestables. Estas rigideces podrían tener carácter permanente o activarlas y desactivarlas en algún paso de carga mediante la aplicación de la rigidez. Sin embargo, estos métodos pueden ser poco confiables, poco prácticos, o simplemente no son aplicables.

4.6 ANÁLISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS

4.6.1 Introducción al análisis no lineal

4.6.1.1 Causas de la no linealidad

La no linealidad de una estructura tiene distintas causas posibles:

1) Cambio de estado

Cuando hablamos de cables y membranas, cuyo comportamiento o estado puede variar en función de la carga que se aplica, se presenta una situación de no linealidad. Dichos elementos pueden comportarse de dos maneras concretas: estarán tensos y soportarán esfuerzos ante una sollicitación de tracción mientras que si se trata de una compresión, pierden su rigidez y no realizan trabajo.

2) No linealidades geométricas

En el análisis con pequeñas deformaciones y tensiones se asume que los desplazamientos son lo suficientemente pequeños para que los cambios que originan en la matriz de rigidez sean despreciables. Sin embargo, grandes deformaciones, cambios en la geometría o cambios en la orientación, pueden provocar que la estructura no responda linealmente, y hacen necesario considerar la variación de la rigidez de la estructura. La no linealidad geométrica está caracterizada por grandes desplazamientos y/o rotaciones.

Existen diferentes tipos de no linealidades geométricas:

1. Grandes deformaciones (o deformaciones finitas). Cuando las deformaciones de un material exceden más de un pequeño porcentaje, el cambio de geometría debido a esta deformación no puede ser despreciado. Se asume que las deformaciones son finitas (no infinitesimales), considerando los cambios de forma y permitiendo que los desplazamientos y las rotaciones puedan ser arbitrariamente grandes.

2. Grandes rotaciones. Asume que las rotaciones son grandes pero que las tensiones mecánicas (aquellas causadas por las deformaciones) son pequeñas y se evalúan con expresiones linealizadas. Considera que la forma de la estructura no cambia excepto para movimientos de sólido rígido.
3. Rigidización por tensión (*stress stiffening*). Rigidización de la estructura debido a su propio estado de tensiones. La rigidez fuera del plano de una estructura puede verse significativamente afectada por el estado de tensiones en el plano de esa estructura. Este acoplamiento entre el estado de tensiones en el plano y la rigidez transversal, conocido como rigidización por tensión, es más pronunciado en estructuras delgadas y altamente tensionadas como los cables y las membranas, donde la rigidez a flexión es despreciable en comparación a la rigidez axial. Asume que las deformaciones y las rotaciones son pequeñas.
4. Ablandamiento por giro (*spin softening*). Asume que las deformaciones y las rotaciones son pequeñas. Es un tipo de no linealidad semejante a los grandes desplazamientos pero con aproximación de pequeñas rotaciones. Esta opción tiene en cuenta el movimiento radial de la masa estructural de un cuerpo como si estuviera sujeto a una velocidad angular. La vibración del cuerpo girando causa movimientos circunferenciales relativos que cambiarán la dirección de las cargas centrífugas desestabilizando la estructura. La matriz de rigidez de un cuerpo en rotación es ajustada para los efectos dinámicos de la masa.

3) Comportamiento no lineal del material

Debido a las relaciones no lineales de tensión de formación del material.

4.6.1.2 Tipos de análisis

En el cálculo de todo tipo de estructuras nos podemos encontrar cuatro tipos de análisis:

1) Análisis elástico lineal

Basado en la teoría elástica – lineal. Es el más sencillo, puesto que considera el material perfectamente elástico, y la geometría se corresponde durante todo el análisis con la geometría inicial, esto es, no considera la no linealidad geométrica.

2) Análisis con la no linealidad del material

Este análisis considera una ley del material no lineal, es decir, con endurecimiento a medida que se somete a tensiones mayores. La geometría de la estructura sigue siendo la inicial en todo el análisis.

3) Análisis con la no linealidad geométrica

Este análisis al contrario que el anterior, considera la no linealidad geométrica, adoptando para cada incremento de carga, la geometría deformada del problema, mientras que el material se considera lineal.

4) Análisis no lineal

Cuando necesitamos conocer la respuesta de una estructura utilizamos el análisis no lineal. Este es el análisis más realista, y el que se utiliza para el cálculo de las vigas armadas del presente proyecto. En este se consideran tanto la no linealidad del material como la no linealidad geométrica. Los incrementos de carga necesarios para la convergencia del análisis y una correcta representación de los resultados dependen directamente del tipo de método que se utilice. A continuación consideramos los dos métodos más utilizados generalmente y que se han considerado en este proyecto.

4.6.2 El método de Newton – Raphson

La discretización mediante elementos finitos conduce a un grupo de ecuaciones simultáneas como las mostradas en (4.18)

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}^a \quad (4.18)$$

donde \mathbf{K} es la matriz de coeficientes, \mathbf{u} es el vector de los valores desconocidos de los grados de libertad y \mathbf{F}^a el vector de cargas aplicadas.

Si la matriz de coeficientes es una función de los grados de libertad desconocidos, la ecuación anterior es no lineal. El método de Newton – Raphson es un procedimiento iterativo para resolver ecuaciones no lineales. La formulación del método se presenta en (4.19)

$$\begin{cases} \mathbf{K}_i^T \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr} \\ \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i \end{cases} \quad (4.19)$$

donde \mathbf{K}_i^T es la matriz tangente (jacobiana), el subíndice i representa la iteración de equilibrio actual, \mathbf{F}_i^{nr} representa el vector de las cargas *restoring* correspondiente a las cargas internas del elemento, \mathbf{K}_i^T y \mathbf{F}_i^{nr} son evaluados para el valor de \mathbf{u}_i , $\mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr}$ es el residuo o el vector de equilibrio de cargas (*out of balance load vector*), es decir, la cantidad en la que el sistema está desequilibrado.

El algoritmo general del proceso es el siguiente:

1. Se asume un valor inicial \mathbf{u}_0 , que es normalmente el valor convergido en la solución anterior o 0 si se trata del primer escalón.
2. Se calculan \mathbf{K}_i^T y \mathbf{F}_i^{nr} para la configuración \mathbf{u}_i .
3. Se calcula $\Delta \mathbf{u}_i$ mediante la ecuación (4.18) mediante una solución lineal.
4. Se añade $\Delta \mathbf{u}_i$ a \mathbf{u}_i para tener la siguiente aproximación \mathbf{u}_{i+1} .
5. Se repiten los pasos 2 a 5 hasta que se obtiene la convergencia.

El proceso de Newton – Raphson garantiza la convergencia si y sólo si la solución en cada iteración \mathbf{u}_i está cercana a la solución exacta. Esto lleva a la necesidad de realizar una aproximación incremental (aplicación de \mathbf{F}^a en incrementos) para obtener la solución correspondiente al nivel de carga final. De este modo un análisis no lineal está organizado en tres niveles de operación, como muestra la Fig. 4.17.

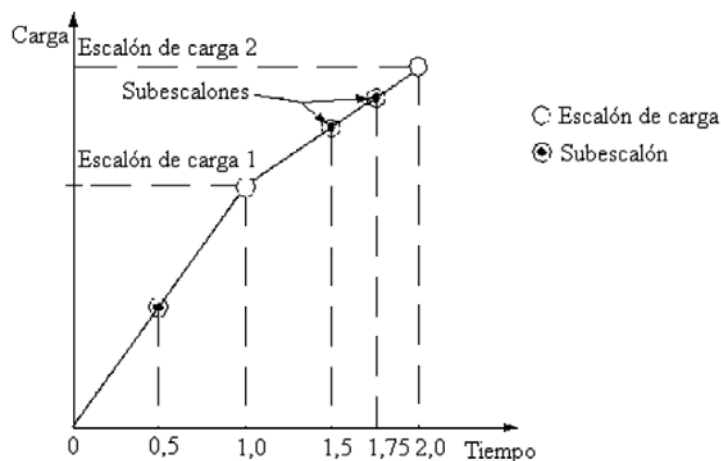


Fig. 4.17. Escalones de carga, subescalones y tiempo (ANSYS 2005c)

1. El nivel alto consiste en los escalones de carga (*load step*) que se definen explícitamente sobre un “tiempo” (*time*). Para el análisis de estabilidad se asume que las cargas varían linealmente entre escalones de carga.
2. Dentro de cada escalón de carga se puede dirigir el programa para que realice varias soluciones (*substeps* o *time steps*) de manera que la carga sea aplicada gradualmente.
3. En cada subescalón (*substep*) el programa realizará iteraciones de equilibrio con el objetivo de converger la solución.

En algunos análisis no lineales estáticos, si se usa sólo el método Newton – Raphson, la matriz de rigidez tangente puede volverse singular (o no única), causando severos problemas de convergencia. Este incidente incluye el análisis de pandeo no lineal en el que la estructura colapsa completamente o “salta” a otra configuración estable. Para estas situaciones se puede activar un esquema alternativo de iteración, el método arco longitud, que ayuda a evitar los puntos de bifurcación y *track unloading*. Este método hace que las iteraciones de equilibrio converjan a lo largo de un arco, previniendo la divergencia incluso cuando la pendiente carga – deformación se hace cero o negativa.

4.6.3 El método de Longitud de Arco

Como se ha comentado en el apartado anterior, el método de Newton – Raphson es un buen método para obtener el punto de fallo de la estructura, la carga crítica a la que se produce el fallo, pero no es posible obtener información acerca del comportamiento de la estructura una vez alcanzado este punto, puesto que a partir de ese punto los valores de carga de la curva carga – desplazamiento son menores. Para el caso en que nos interese conocer el comportamiento de una viga armada metálica u otra estructura tras el fallo por plastificación o pandeo, es útil el método de Longitud de Arco que permite *recorrer* la curva carga – desplazamiento incluso cuando la pendiente se hace negativa o nula (en el caso de pérdida de resistencia o cese de carga).

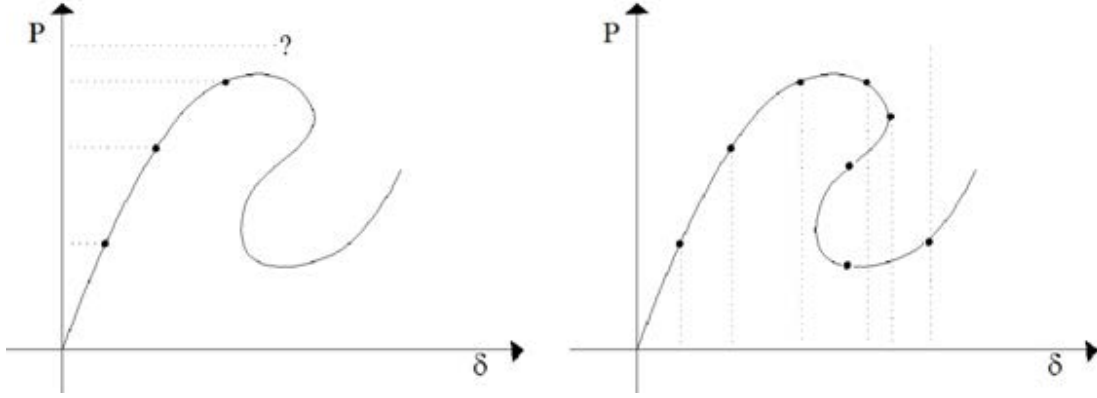


Fig. 4.18. Curvas carga-desplazamiento. (a) Newton-Raphson; (b) Longitud de Arco (ANSYS 2005c)

Las soluciones del método de Newton – Raphson siguen siendo soluciones del método de Longitud de Arco. Como los vectores de desplazamiento y el factor de carga escalar son considerados desconocidos (a diferencia del método de Newton – Raphson), el método de Longitud de Arco es en sí mismo un método de paso de carga automático. Para solucionar problemas con curvas cerradas en la curva carga – desplazamiento o materiales dependientes de la trayectoria es preciso limitar la longitud del radio del arco usando un radio de arco inicial. Durante la solución, el método variará la longitud de radio de arco en cada subetapa de acuerdo con el grado de no linealidad en que encuentre. El rango de variación de dicho radio viene limitado por multiplicadores máximos y mínimos.

Este método hace uso de un factor de carga λ . En el procedimiento de longitud de arco, la primera ecuación del sistema de ecuaciones no lineal (4.19) se modifica de la siguiente manera

$$K_i^T \Delta \mathbf{u}_i = \lambda \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr}$$

donde λ está comprendido normalmente en un rango entre -1 y 1. Escribiendo el factor proporcional de carga de una forma incremental considerando el substep n y la iteración i se tiene Fig. 4.18.

$$K_i^T \Delta \mathbf{u}_i - \Delta \lambda \mathbf{F}^a = (\lambda_n + \lambda_i) \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr} = -\mathbf{R}_i \quad (4.20)$$

donde $\Delta \lambda$ es el incremento del factor de carga.

Siguiendo la ecuación anterior (4.20) se obtiene el incremento en el desplazamiento

$$\Delta \mathbf{u}_i = \Delta \lambda \Delta \mathbf{u}_i' + \Delta \mathbf{u}_i'' \quad (4.21)$$

donde:

$\Delta \mathbf{u}_i'$ es el desplazamiento debido a un factor de carga unitario, y

$\Delta \mathbf{u}_i''$ es el incremento de desplazamiento obtenido del método de Newton – Raphson convencional, que se definen como

$$\Delta \mathbf{u}_i' = [K_i^T]^{-1} \mathbf{F}^a$$

$$\Delta \mathbf{u}_i'' = -[\mathbf{K}_i^T]^{-1} \mathbf{R}_i$$

En cada iteración, es necesario usar las ecuaciones anteriores para resolver los valores de $\Delta \mathbf{u}_i'$ y $\Delta \mathbf{u}_i''$. El valor del factor de carga incremental $\Delta \lambda$ en la ecuación (4.21) se determina mediante la ecuación de longitud de arco que se puede escribir, por ejemplo para la iteración i como Fig. 4.19.

$$l_i^2 = \lambda_i^2 + \beta^2 (\Delta \mathbf{u}_n)^T \Delta \mathbf{u}_n \quad (4.22)$$

donde:

β es un factor de escala (con unidades de desplazamiento) usado para asegurarla escala correcta en las ecuaciones, y

$\Delta \mathbf{u}_n$ es la suma de todos los incrementos de desplazamiento $\Delta \mathbf{u}_i$ de esa iteración.

El radio de longitud de arco l_i es forzado, durante las iteraciones, a ser idéntico al radio de iteración l_1 al de la primera iteración, por ejemplo

$$l_i = l_{i-1} = \dots = l_1$$

El radio de longitud de arco l_1 de la iteración 1 de un *substepes* determinado usando el radio de longitud de arco, el rango límite y definiendo un método automático para la selección de los *times* (*Automatic Time Stepping*).

Las ecuaciones (4.21) y (4.22) juntas determinan la solución del vector $(\Delta \mathbf{u}_i, \Delta \lambda)^T$. Sin embargo, hay muchos caminos para resolver $\Delta \lambda$ de forma aproximada. El método de iteración esférica explícita se usa para asegurar ortogonalidad (Forte and Stierner 1987). En este método el residual r_i (escalar) requerido es lo primero que se calcula. Así podemos obtener el incremento del factor de carga mediante la siguiente expresión

$$\Delta \lambda = \frac{r_i - (\Delta \mathbf{u}_n)^T \Delta \mathbf{u}_i''}{\beta^2 \lambda_i + (\Delta \mathbf{u}_n)^T \Delta \mathbf{u}_i'}$$

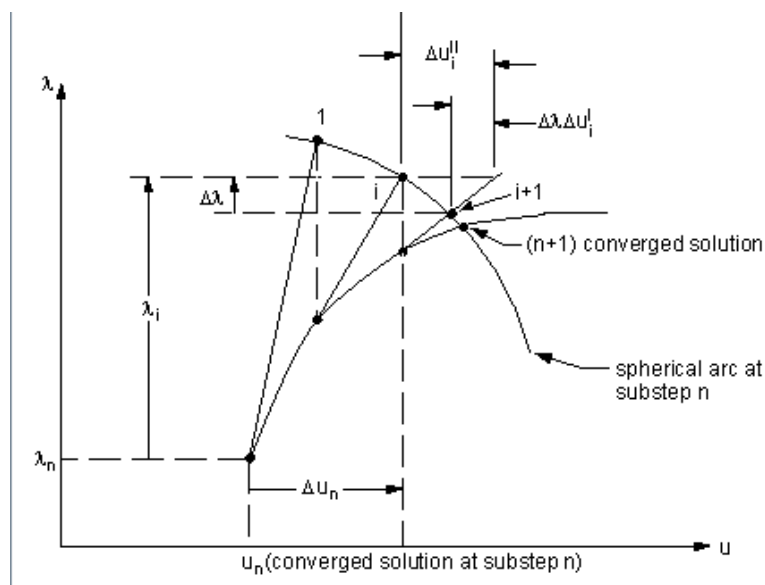


Fig. 4.19. Aproximación con el método de Longitud de Arco

Este método funciona bien incluso en las proximidades del punto crítico donde la solución tiene cambios bruscos. Finalmente, los vectores solución se recalculan siguiendo la expresión

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_n + \Delta \mathbf{u}_n + \Delta \mathbf{u}_i$$

y

$$\lambda_{i+1} = \lambda_n + \lambda_i + \Delta \lambda$$

donde:

n es el número de *substep* actual.

En el caso en que las cargas aplicadas sean más grandes o más pequeñas que la máxima o la mínima carga crítica, el Método de Longitud de Arco continuará las iteraciones en ciclos porque el valor $|\lambda|$ no se aproxima a la unidad. Se recomienda poner fin a las iteraciones de longitud de arco usando un criterio de parada.

4.7 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN ANSYS

4.7.1 Introducción

ANSYS es un software de “uso general” que contiene capacidades y funciones para diversas utilidades, resuelve numerosos tipos de análisis y tiene múltiples aplicaciones en el campo de la ingeniería. El programa está basado en el análisis por el Método de los Elementos Finitos, ha sido desarrollado por la empresa SWANSON ANALYSIS SYSTEMS, INC., la cual presentó la primera edición comercial de ANSYS en 1971. Desde ese momento ha evolucionado hasta presentar su actual semblante, aprovechando los avances en el mundo de la informática.

Definimos el programa ANSYS como un código de propósito general de elementos finitos, lo que significa la inclusión de diversas capacidades generales, (preprocesador, solución, postprocesador, gráficos y utilidades) proporcionando un programa fácil de usar. En otras palabras, no es simplemente un programa especializado para resolver problemas, ANSYS puede satisfacer los problemas de diseño y análisis requeridos en una industria o en cualquier otro grupo de la ingeniería.

“Uso general” tiene otro significado en cuanto a resolver diversos tipos de problemas, incluyendo: estructurales, térmicos, eléctricos, magnéticos, de fluidos, lineales o no lineales, a partir de un mismo formato de entrada. También se pueden unir los efectos de estas disciplinas para resolver, por ejemplo, problemas térmico – tensionales, electro – magnéticos, acústicos o piezoeléctricos.

4.7.2 Fundamentos del programa

La respuesta analítica de un sistema físico a una acción es difícil de encontrar, ya que supone resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que representan el fenómeno, y eso es prácticamente imposible para la mayoría de los casos. El Método de los Elementos Finitos ofrece una manera apropiada de obtener soluciones aproximadas a casi todos los problemas de ingeniería. El programa ANSYS transforma un sistema real (con infinitas incógnitas), en un modelo de elementos finitos. El modelo es una idealización matemática del sistema real, los nodos, elementos y condiciones de contorno se usan en la descripción del modelo.

El término elemento finito resume el concepto básico del método; la transformación de un sistema físico, con un número infinito de incógnitas (la respuesta en cada punto del sistema), a uno que tienen un número finito de incógnitas relacionadas unas con otras por elementos con un tamaño finito. El programa es utilizado en una gran cantidad de campos de la ingeniería, incluyendo el aeroespacial, el del automóvil, el biomecánico, el de productos de consumo, el de productos electrónicos, el de la ingeniería nuclear, mecánica y energía, etc.

Puede ser utilizado para analizar el choque de un vehículo, para estudiar el campo magnético en un reproductor de imagen de resonancia magnética, o en el proceso de solidificación de una pieza de fundición de una maquina. Si se usa el programa ANSYS u otro paquete CAD para construir el modelo, se puede utilizar ANSYS más adelante en el proceso para verificar el diseño final antes de hacer el prototipo. ANSYS puede ayudar a reducir de manera significativa la totalidad del tiempo empleado en desarrollar el producto, reduciéndose el número de ciclos de prototipo – chequeo – evaluación. Incluso, en algunos casos no es deseable o práctico hacer un prototipo, como por ejemplo en aplicaciones de biomedicina, incluyendo implantes de cadera, lentes intraoculares o aplicaciones aeroespaciales, es entonces cuando el programa ANSYS cumple un papel fundamental.

4.7.3 Organización del programa

Al trabajar con ANSYS se debe tener en cuenta la organización del programa. ANSYS presenta dos niveles fundamentales:

- Nivel Inicial (*Begin Level*).
- Nivel de Procesador (*Processor Level*).

Cuando comenzamos ANSYS se está en el nivel inicial, desde este nivel se accede a los distintos procesadores, o a utilizar algunas de las diferentes utilidades del programa.

El procesador es una colección de comandos relacionados para ejecutar una función general. Los comandos son utilizados para introducir datos y controlar el programa, existen más de 800 comandos, normalmente asociados a un procesador, no es necesario memorizarlos ya que se puede acceder a la documentación de los mismos directamente durante el desarrollo del análisis.

Además de la estructura del programa ANSYS se debe tener en cuenta la organización de los datos. Estos incluyen:

- Datos de entrada, información como: las dimensiones de un modelo, las propiedades de materiales, las cargas aplicadas, etc.
- Los resultados o datos de salida, valores que ANSYS calcula como: desplazamientos y tensiones, en un análisis estructural.

Estos dos tipos de datos se almacenan de manera ordenada en la base de datos de ANSYS. No importa en qué parte del programa se encuentre, se puede acceder a los datos de entrada o salida desde cualquier nivel, ya que se trabaja con una única base de datos. Esto permite listar, mostrar, modificar, o borrar cualquier dato específico de una manera rápida y fácil.

4.7.4 Análisis con ANSYS

El programa ANSYS es capaz de ejecutar una gran variedad de análisis por elementos finitos, desde un simple análisis lineal – estático hasta un complejo análisis no lineal – dinámico y transitorio, como ya fue mencionado al principio. Cualquiera que sea el tipo de análisis, existen unos pasos comunes a seguir. El procedimiento para un análisis con ANSYS está dividido en tres pasos distintos:

- Preproceso.
- Solución y ensamblaje.
- Postproceso.

Para la realización de este apartado, se ha tomado como referencia la información obtenida en el curso de promoción educativa realizado por el Servicio de Apoyo a la Investigación Tecnológica (SAIT): El Método de los Elementos Finitos. Aplicaciones con ANSYS (Cartagena, 1999).

4.7.4.1 Preproceso

1) Definición de la geometría

La geometría del modelo se puede definir de dos formas: mediante puntos, líneas, superficies y volúmenes (puntos para definir líneas, líneas para definir superficies y superficies para construir volúmenes), o mediante una definición directa de superficies y volúmenes. Cuando se opta por la generación automática de mallas,

pueden aparecer errores de conexión entre elementos, pudiéndose dar los siguientes casos:

- Conexión de nodos que están dentro de un radio predefinido.
- Generación de bordes comunes definidos por curvas de diferente orden.

También cabe la posibilidad de haber aproximado una curva real por otra de orden más bajo apareciendo así pendientes discontinuas en la unión, constituyendo un falso concentrador de tensiones. Se pueden utilizar curvas spline en las cuales las pendientes en los extremos que se conectan se hacen iguales. Por otro lado, el error puede aparecer después de mallar, debido a que las funciones de forma de los elementos pueden estar definidas por elementos de bajo orden, sin continuidad de la pendiente. En los casos en que exista intersección de sólidos y superficies, si éstos son muy diferentes, aparecen concentradores de tensión a lo largo de la línea de intersección.

2) Elección de los tipos de elementos

El tipo de elemento a utilizar debe ser el apropiado para resolver cada problema: térmico, estructural, etc. En el caso estructural, la elección de los elementos depende de la forma en que la estructura transmite la carga. Los tipos de comportamiento son:

- Membrana. El elemento resiste cargas en su plano y no tiene rigidez normal a su plano.
- Placa. El elemento resiste cargas normales a su plano.
- Lámina. Combina los dos casos anteriores.
- Sólidos. Análisis de elementos tridimensionales.
- Axilsimétricos. Para cuerpos de revolución.

Por razones de precisión y coste computacional, es conveniente utilizar siempre el elemento más sencillo dentro de los que puedan dar un resultado correcto.

3) Características del material

La propiedad más importante es la relación entre la tensión y la deformación (Módulo de Young o módulo de elasticidad longitudinal). Para materiales isótropos (las propiedades no dependen de la dirección), y homogéneos (propiedades constantes en todo el material), sólo es necesario dar un valor para cada propiedad del material dentro del elemento. En elasticidad tridimensional, para definir la relación tensión – deformación son necesarias dos magnitudes independientes (módulo de elasticidad longitudinal y coeficiente de Poisson). Para materiales isótropos y no homogéneos (p.ej.: debido a cambios de temperatura), hay que especificar las propiedades del material en varios puntos del elemento o dar una tabla de propiedades para que el programa obtenga el valor necesario mediante interpolación. Los materiales no isótropos son de naturaleza fibrosa (plásticos reforzados), otros de comportamiento más complejo se idealizan como tales (hormigón armado, placas reforzadas, etc.). Para el análisis dinámico es necesario introducir la densidad del material, el Módulo de Young y el coeficiente de Poisson. Para el análisis térmico son necesarios los coeficientes de dilatación térmica.

4) Generación de la malla

Se distinguen las siguientes modalidades:

- **Mallado libre.** En operaciones de mallado libre, no se requieren restricciones especiales en el modelo sólido. En el mallado libre los elementos de superficie utilizados pueden presentar formas diversas o bien definirse una única configuración (triangular o tetraédrica), pudiendo especificar la forma deseada.
- **Mallado mapeado.** Mallado en el que se especifica que el programa implementa elementos de área tetraédrica, así como los elementos de volumen hexaédricos (*brick*) con el fin de generar un mallado mapeado. El mallado mapeado requiere que el área o volumen sea regular, es decir, debe cumplir unas condiciones especiales:
 - El área debe estar limitada por tres o cuatro líneas, si el área se limita por más de cuatro líneas, se pueden combinar o concatenar algunas de ellas, reduciendo el número de líneas a cuatro.
 - El número de divisiones de elementos en caras opuestas debe ser el mismo. Si se especifican divisiones en una sola línea, cabe la posibilidad de transferir dichas divisiones a la línea opuesta.
 - El número de divisiones de elementos ha de especificarse incluso si el área está limitada por tres líneas y elementos hexaédricos.
 - El volumen debe tener forma de *brick* (limitado por seis caras), prisma (cinco caras) o tetraedro (cuatro caras).
 - Debe tener especificado un número igual de divisiones o elementos en líneas opuestas.
 - Se debe tomar un número uniforme de divisiones de elementos en un área triangular en el caso de prisma o un tetraedro.
- **Mallado adaptativo.** A partir de un mallado primario o inicial, el propio programa varía la malla automáticamente con el fin de conseguir un error determinado en un número de iteraciones máximas.

5) Tratamiento de la malla

La densidad de la malla depende principalmente del tipo de elemento utilizado y de la distribución de tensiones esperada en la estructura. Es fundamental elegir una densidad de malla adecuada para resolver el problema, ya que si es demasiado basta, no se consigue una solución correcta y si es demasiado fina el coste del análisis es desproporcionado. Para definir una buena malla es necesario tener alguna idea de la distribución de tensiones, en general es suficiente con conocer las zonas con gradientes de tensiones altos, adoptando mallas finas en las zonas de cambio rápido de tensiones, y mallas más groseras en las áreas en las que las tensiones varían lentamente o son casi constantes.

Por otro lado, el usuario debe conocer la respuesta del elemento y las aproximaciones utilizadas en su formulación. Los elementos lineales requieren mallas más finas que los parabólicos, y estos más que los cúbicos.

Si se cumple la compatibilidad de desplazamientos a través de toda la estructura, se garantiza la convergencia monótona hacia la solución, a medida que se refina la malla. Si no hay continuidad no se puede asegurar esta convergencia y los resultados pueden oscilar alrededor de la solución final, a medida que se refina la malla o pueden converger a una solución errónea.

Los cambios rápidos de tensión ocurren en cualquier tipo de discontinuidad: en la geometría, en la carga, en las propiedades del material, etc. En problemas de elasticidad, las ecuaciones son tales que cualquier forma de discontinuidad sólo produce una perturbación local del campo de las tensiones y el efecto de la discontinuidad decae con la distancia, produciendo una concentración local de tensiones (Principio de Saint-Venant). En cada caso existe una longitud de decaimiento, que es la que define los cambios en la densidad de la malla, siendo necesario utilizar “mallas graduadas” a lo largo de la longitud de decaimiento. Si el objetivo del análisis no es encontrar la magnitud de la concentración de tensiones en una zona, sino en una zona suficientemente alejada, puede emplearse una malla más basta en la zona de la discontinuidad y la tensión obtenida en la zona de interés sigue siendo segura (si se ponen las condiciones de contorno y las leyes de transmisión de carga en la zona de interés).

Para generar la malla completa de una estructura, puede optarse por dos formas:

- malla de densidad uniforme sobre toda la estructura, con el tamaño del elemento definido por la zona más exigente.
- malla de densidad variable:
 - variando los tamaños de los elementos y manteniendo el mismo número de elementos en los lados opuestos.
 - variando el número de elementos a lo largo de los lados opuestos.
 - con refinamiento automático de la malla.

Es casi imposible verificar una malla sin disponer de facilidades gráficas, sobre todo para mallas tridimensionales. Los requerimientos gráficos mínimos son:

- pantalla con resolución de 1024 x 1024 píxeles,
- posibilidad de ver la numeración de nodos y elementos,
- posibilidad de seleccionar partes de la estructura para su visualización,
- posibilidad de cambiar los puntos de vista y de mira,
- posibilidad de escalado selectivo en cualquier dirección,
- posibilidad de vistas explotadas,
- control de operaciones por cursor o por teclado,
- posibilidad de ocultar líneas,
- indicadores de nodos cercanos pero no conectados,
- dibujo de formas reales (frente a modelos alámbricos), y
- representación de ejes principales en vigas, placas, láminas, etc., ensamblaje de la matriz de rigidez y vectores de cargas.

4.7.4.2 Ensamblaje y solución

1) Ensamblaje

En cada fase de la aplicación del MEF (Métodos de los Elementos Finitos) hay que realizar una serie de comprobaciones con el objetivo de asegurar una realización correcta del mismo, destacando:

- Antes del análisis. Se realiza durante la generación de la malla y el proceso de formación de la matriz de rigidez y vectores de cargas.
- Durante el análisis. Son las comprobaciones de la consistencia de los datos y del condicionamiento del sistema de ecuaciones.
 - Errores fatales. No se puede continuar, finaliza la ejecución.
 - Avisos. Indican inconsistencias. Se puede continuar.
- Después del análisis. Para investigar los resultados y para intentar confirmar que la solución obtenida es correcta. En general se suele comprobar el orden de magnitud de los resultados obtenidos.

Los problemas que pueden aparecer a la hora de la generación y ensamblaje de elementos son debido principalmente a:

- una excesiva distorsión de elementos,
- conexión incorrecta entre elementos, o
- una mezcla incorrecta de los tipos de elementos.

2) Solución

El sistema de ecuaciones final que resulta es de la forma

$$Ax = b$$

el cual se puede resolver mediante los siguientes métodos:

- Métodos iterativos. Gauss – Seidel. De gran facilidad de programación, pero con una convergencia impredecible para las ecuaciones del MEF.
- Métodos directos. Eliminación de Gauss
 - Factorización:
 - Gauss $A = LU$
 - Choleski $A = LL^T$
 - Método frontal

4.7.4.3 Postproceso

El módulo de postproceso en el caso del programa ANSYS, al igual que en cualquier programa de elementos finitos, nos permite la lectura de los resultados obtenidos tras realizar el análisis, lectura que puede hacerse de manera grafica o listada. Los resultados básicos son los desplazamientos en nodos, y mediante interpolación, en el resto del dominio. Mediante derivación se obtienen deformaciones y tensiones, y multiplicando rigideces por desplazamientos se obtienen reacciones y fuerzas en los nodos.

Los resultados en desplazamientos son leídos en ejes globales, e indican la rigidez de la estructura. En general suelen ser resultados buenos, incluso con mallas bastas, aunque la solución dada por el MEF siempre es más rígida que la real.

Los resultados en tensiones presentan mayor error que los anteriores, y son utilizados en el diseño a resistencia y para diferentes casos de carga, simples y combinaciones. Pueden leerse en sistemas de coordenadas globales o locales. A menudo los mayores errores se dan en el contorno y los menores en los nodos interiores (puntos de Gauss). Los resultados en análisis modal (frecuencias de cada modo) son medianamente buenos. Conforme aumentamos el número de modos, los resultados son sensiblemente menos erróneos. Si los resultados no son correctos debemos revisar los datos introducidos y la densidad de la malla, y así realizar un nuevo análisis. Es en este caso cuando toma mayor importancia el mallado adaptativo. La imposición de condiciones de contorno apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos, a la hora de obtener unos resultados fiables adquiere una gran importancia la aplicación de unas condiciones de contorno que representen fielmente el comportamiento real del problema.

4.7.5 El método de Newton-Raphson en ANSYS

El control automático de la solución de ANSYS usará el método de Newton – Raphson completo con descenso adaptativo desactivado si hay presentes no linealidades. No obstante cuando se usan elementos de contacto nodo – nodo o nodo – superficie para análisis de contacto con fricción, el descenso adaptativo es activado automáticamente. Los elementos de contacto requieren descenso adaptativo para conseguir convergencia.

Las diferentes opciones que afectan al método Newton – Raphson especifican con qué frecuencia la matriz de rigidez tangente es actualizada durante la solución:

- Elección por el programa (NROPT, AUTO). El programa elige cual de la opciones usar, basándose en el tipo de no linealidad presente en el modelo. El descenso adaptativo se activa automáticamente cuando sea necesario.
- Completo (NROPT, FULL). El programa usa el procedimiento de Newton – Raphson completo, en el que la matriz de rigidez es actualizada en cada iteración de equilibrio.

Si el descenso adaptativo está activado, el programa usará la matriz de rigidez tangente sólo mientras las iteraciones permanezcan estables (es decir, mientras los residuos decrezcan y ningún pivote de la diagonal principal sea negativo). Si detecta tendencia a la divergencia el programa descarta las iteraciones divergentes y reinicia la solución utilizando una combinación ponderada de las matrices de rigidez tangente y secante. Cuando las iteraciones retoman una pauta convergente, el programa prosigue el proceso usando la matriz de rigidez tangente.

Activando el descenso adaptativo se suele intensificar la capacidad del programa para obtener convergencia en problemas de no linealidad complicados.

Existen otros algoritmos que actualizan la matriz de rigidez para cada subescalón o que utilizan la matriz de rigidez inicial en cada iteración.

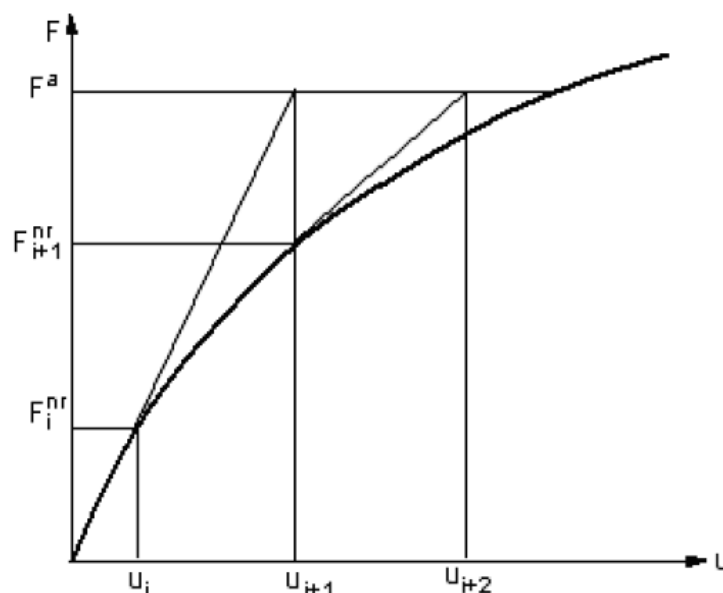


Fig. 4.20. Iteraciones en el proceso de solución de Newton – Raphson

4.7.6 El método de la longitud del arco en ANSYS

El método de Longitud de Arco (comandos ARCLN y ARCTRM) es otro camino para resolver problemas inestables. El método a análisis estáticos con cargas proporcionales (rampas) y no puede ser usado con materiales dependientes de la velocidad, como viscoelásticos, viscoplásticos o materiales *creep*. El método no puede ser usado para cargas tabulares.

ANSYS calcula el radio de longitud de arco referencia para el incremento de carga (o desplazamiento) de la primera iteración del primer *substep*, usando la siguiente fórmula

$$\text{Radio referencia} = \frac{\text{Carga o desplazamiento total}}{\text{NSBSTP}}$$

donde NSBSTP es el número de *substeps* dados mediante el comando NSUBST. El rango de variación de dicho radio viene limitado por multiplicadores máximos y mínimos (MAXARC y MINARC en el comando ARCLLEN)

Al elegir el número de pasos secundarios, es preciso tener en cuenta que resultan más *substeps* en una solución de tiempo más largo. Lo ideal es que el número mínimo de *substeps* requeridos para producir una óptima solución eficiente. Es posible que se tengan que hacer conjeturas sobre el número de substeps deseado, y ajustar y reanalizar tantas veces como sea necesario.

Si una solución no converge dentro del número máximo prescrito de iteraciones (definido por el comando NEQIT), el programa automáticamente realiza una bisección y continúa el análisis. Dicha bisección continúa hasta que una solución converge o hasta el mínimo radio de longitud de arco que se usa. El radio mínimo es definido por NSBSTP (comando NSUBST) y MINARC (comando ARCLLEN).

En general, no se puede utilizar este método para obtener una solución a un valor específico de carga o desplazamiento debido a los cambios de valor (a lo largo del arco esférico) a medida que se logra el equilibrio. La Fig. 4.21 muestra cómo una carga específica F_1^a se utiliza sólo como punto de partida. La carga real de convergencia es algo menor. De manera similar, puede ser difícil determinar un valor de carga límite o deflexión dentro de cierta conocida tolerancia cuando se utiliza el método de Longitud de Arco en un análisis no lineal de pandeo. En general, usted debe ajustar la referencia del radio de longitud de arco (NSUBST) por ensayo y error para obtener una solución en el punto límite. Puede ser conveniente en ciertos casos utilizar las iteraciones de Newton – Raphson para determinar los valores de las cargas de pandeo.

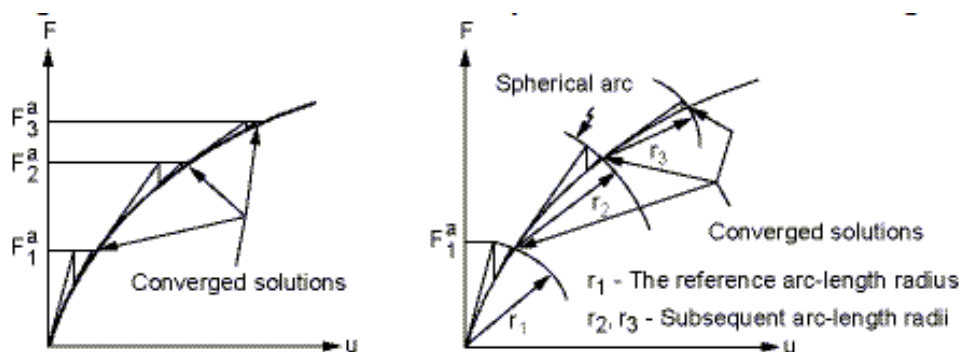


Fig. 4.21. Método de Newton-Raphson vs método de Longitud de Arco

La solución mediante este método termina bajo las siguientes condiciones:

- Cuando los límites definidos mediante los comandos ARCTRM o NCNV se alcanzan.
- Cuando la solución converge para la carga aplicada.
- Cuando se aborta el análisis.

A menudo, puede ocurrir un análisis fallido debido a que el radio de longitud de arco sea demasiado grande o demasiado pequeño. El *driftback* (cuando el análisis vuelve sobre sus pasos a lo largo de la curva de carga – deformación) es una dificultad típica causada por el uso de un radio con tamaños límite no adecuados. Para abordar mejor este problema, es conveniente examinar la curva de carga – deformación, y a continuación, ajustar el tamaño del radio del arco de longitud y rango, según sea necesario (con los comandos NSUBST y ARCLEN).

4.7.6.1 Evaluación de los resultados del método de Longitud de Arco

En la lectura de los resultados del método de Longitud de Arco en el programa ANSYS, siempre se presentan los resultados en la base de datos mediante el número de paso de carga, y el número de *substep* (LSTEP y SBSTEP). También mediante el número de *set* (NSET).

A diferencia de la lectura de resultados para el método de Newton – Raphson, no se utiliza el valor del *time* en este caso, dado que el parámetro *time* en el análisis por Longitud de Arco no tiene un incremento monótono siempre (un mismo valor del *time* puede corresponder a más de una solución). Además el programa no es capaz de interpretar correctamente valores negativos del parámetro *time*, lo cual se puede dar en distintos análisis.

5 Modelos numéricos

5.1 INTRODUCCIÓN

El análisis de cualquier fenómeno físico o mecánico mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) se presenta como una potentísima herramienta que en combinación con la capacidad computacional disponible hoy en día, permite el estudio de estos fenómenos de una manera rápida y barata. En los fenómenos complejos en los que es imprescindible el estudio mediante ensayos experimentales, este método permite la realización de innumerables modelizaciones de estos ensayos con un coste muy inferior al de los ensayos reales, lo que permite la obtención de más información y conclusiones más precisas.

En los siguientes apartados se realiza la modelización de nudos en T, para perfiles tubulares de sección cuadrada, SHS (Square Hollow Section) y de sección rectangular, RHS (Rectangular Hollow Section) con distintas características geométricas y diferentes aceros, con el objetivo de obtener un modelo numérico fiable que nos permita predecir el comportamiento y la carga de rotura de la unión, así como, los diferentes modos de fallo.

Se ha utilizado el programa de elementos finitos ANSYS, versión 14.5, para modelizar una serie de uniones en T de perfiles tubulares, que se ensayaron experimentalmente por Feng y Young [9], donde se obtuvieron las curvas de fuerza-desplazamiento. A partir de dichas curvas se ha realizado la validación del modelo numérico.

5.2 LOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS EN LOS EUROCÓDIGOS ESTRUCTURALES

En el Anejo C de la Norma EN 1993-1-5 [26] se contempla la posibilidad de calcular vigas y perfiles de chapa metálica mediante el método de los Elementos Finitos. Proporcionando una guía para el uso de dicho método para la verificación de los estados de carga últimos y el comportamiento a fatiga.

De acuerdo con esta norma, es preciso seleccionar la linealidad o no del comportamiento del material y de la geometría en función del tipo de análisis a realizar.

Así mismo, se ha de seleccionar cuidadosamente el modelado de los componentes estructurales, las condiciones de contorno, el software de cálculo, el uso o no de imperfecciones, el modelado de las propiedades de los materiales empleados, las cargas aplicadas, los estados límite y los factores parciales que van a ser aplicados. Esto siempre debe realizarse de la manera más realista posible y dando prioridad a los resultados que estén del lado de la seguridad.

Para empezar a modelizar una estructura hay que decidir qué tipo de elemento utilizar (de tipo lámina o sólido volumétrico), y el tamaño de la malla de modo que se obtengan resultados precisos.

El anejo C también contempla la posibilidad de introducir en el modelo imperfecciones iniciales donde sea necesario, tanto geométricas como estructurales. La normativa presenta la forma de modelizar las imperfecciones geométricas en estructuras de placas planas. Estas podrán modelizarse mediante la incorporación de la forma real inicial de la estructura, si se conoce, o bien, a partir de un modo crítico de pandeo, con una amplitud recomendada del 80% de las tolerancias de fabricación. Para el caso de estructuras laminares, o la modelización de uniones, la normativa no recoge especificaciones referentes a los modelos de elementos finitos.

Las imperfecciones estructurales se implementarán en forma de tensiones residuales, siguiendo un patrón de esfuerzos según los procesos de fabricación de las chapas de acero, y con amplitudes equivalentes a la media esperada. No se propone ninguna distribución específica.

En cuanto a la modelización del comportamiento del material, con carácter general, se pueden considerar distintas curvas tensión-deformación en función de la precisión que se quiera obtener y de los datos disponibles. Se distingue:

Material perfectamente elastoplástico: en el cual tras alcanzar el límite elástico el comportamiento se modeliza con una recta de pendiente nula (Fig. 5.1).

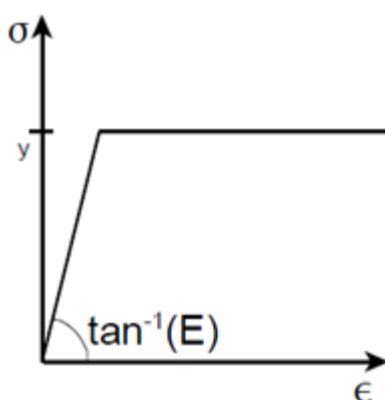


Fig. 5.1. Curva tensión – deformación material perfectamente elastoplástico [1]

Material elastoplástico con endurecimiento nominal: tras alcanzar el límite elástico, se considera un endurecimiento con pendiente aproximadamente del orden de $E/10000$, para evitar problemas numéricos del comportamiento perfectamente elastoplástico (Fig. 5.2).

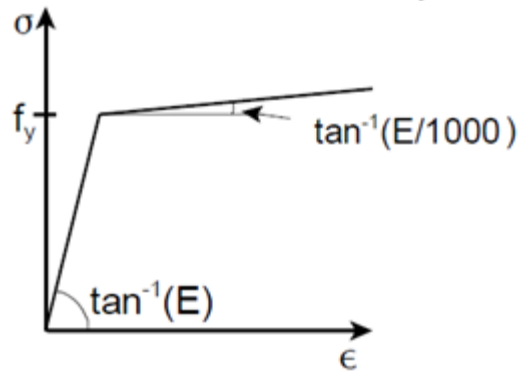


Fig. 5.2. Curva tensión deformación con endurecimiento nominal [1]

Material elastoplástico con endurecimiento isotrópico: comportamiento bilineal, donde la pendiente tiene el valor de E , y se considera un endurecimiento con pendiente aproximada de $E/100$ en la parte plástica (Fig. 5.3).

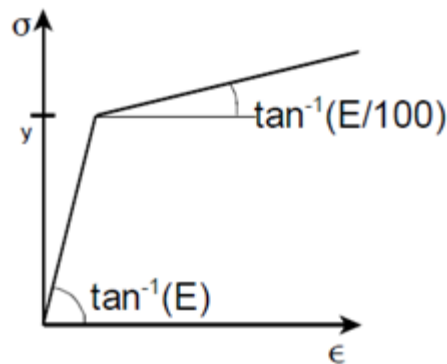


Fig. 5.3. Curva tensión – deformación de material elastoplástico con endurecimiento isotrópico [1]

Material con ley de endurecimiento según la curva real de tensión-deformación modificada a partir de resultados experimentales (Fig. 5.4). Se debe hacer la siguiente transformación

$$\sigma_{real} = \sigma (1 + \varepsilon), \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon). \quad (5.2)$$

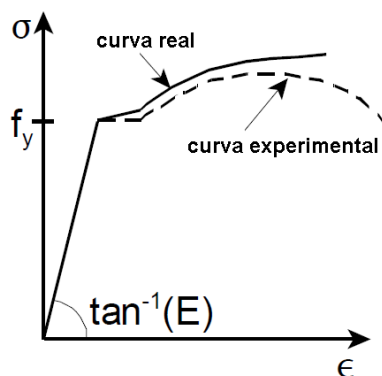


Fig. 5.4. Curva – tensión deformación con ley de endurecimiento según curva real [1]

5.3 DESCRIPCIÓN DE ENSAYOS EXPERIMENTALES DE UNIONES EN T

5.3.1 Introducción

En el presente proyecto se utilizan, para la validación del modelo numérico en elementos finitos, resultados de ensayos experimentales de uniones en T construidas con perfiles tubulares de acero SHS y RHS.

En este capítulo se exponen las investigaciones y trabajos experimentales más significativos realizados por diferentes autores en los últimos años. De manera que, se tenga una orientación de la forma de proceder a la hora de conformar la unión soldada en T, se conozcan las geometrías y disposición de los perfiles tubulares, el tipo y curvas tensión-deformación del material, la maquinaria y dispositivos necesarios para realizar el ensayo, y los parámetros más significativos. Todo ello acorde a las normativas vigentes, para determinar de esta manera el ensayo más completo y obtener un modelo numérico que se aproxime lo más posible a la realidad.

5.3.2 Ensayos de R. Feng y B. Young

5.3.2.1 Introducción

El ensayo experimental lo desarrollaron Feng y Young (2008) [9] para uniones en T de perfiles tubulares RHS y SHS de acero inoxidable, donde la geometría y dimensiones de los miembros, cordón y montante, pueden apreciarse en la (Fig.5.5) y en la Tabla 5.1, respectivamente.

La resistencia de la soldadura en las uniones en T, depende de:

- ratio (β) entre el ancho del montante y el ancho del cordón (b_1/b_0).
- ratio (τ) entre el espesor del montante y el espesor del cordón (t_1/t_0).
- ratio (2γ) entre el ancho del cordón y el espesor del cordón (b_0/t_0).

Los ensayos se llevaron a cabo aplicando un esfuerzo de compresión en los montantes, soldados en ángulo recto con el centro de los cordones, y variando los distintos ratios: β de 0,5 a 1 (donde se alcanza la anchura máxima de la unión); τ de 0,5 a 2, y 2γ de 10 a 50 (perteneciente al rango de validez de la mayoría de las especificaciones de diseño para uniones tubulares, $2\gamma \leq 35$).

Se desarrollaron un total de 22 experimentos de manera que:

- La anchura y profundidad (b_0 y h_0) del perfil tubular del cordón eran de 40 a 200 mm. El espesor t_0 de 1,5 a 6 mm.
- La anchura del perfil tubular del montante b_1 era de 40 a 150 mm y la profundidad h_1 de 40 a 200 mm. El espesor t_1 era de 1,5 a 6 mm.
- Cabe destacar que el espesor era menor, en algunos casos, a las especificaciones de diseño dadas por las normativas del EC3 1.8 [1] y CIDECT [3, 5], que no permiten que sea menor a 2,5 mm.
- La longitud del cordón L_0 se tomó como $5h_0+h_1$ para asegurar que los esfuerzos de la intersección del montante y el cordón, no se vieran afectados por el extremo de este, (ya que queda suficientemente lejos de la región de intersección).
- La longitud del montante L_1 se tomó como $2.5h_1$ evitando el pandeo global de este, ya que no muestra la verdadera capacidad de la unión.

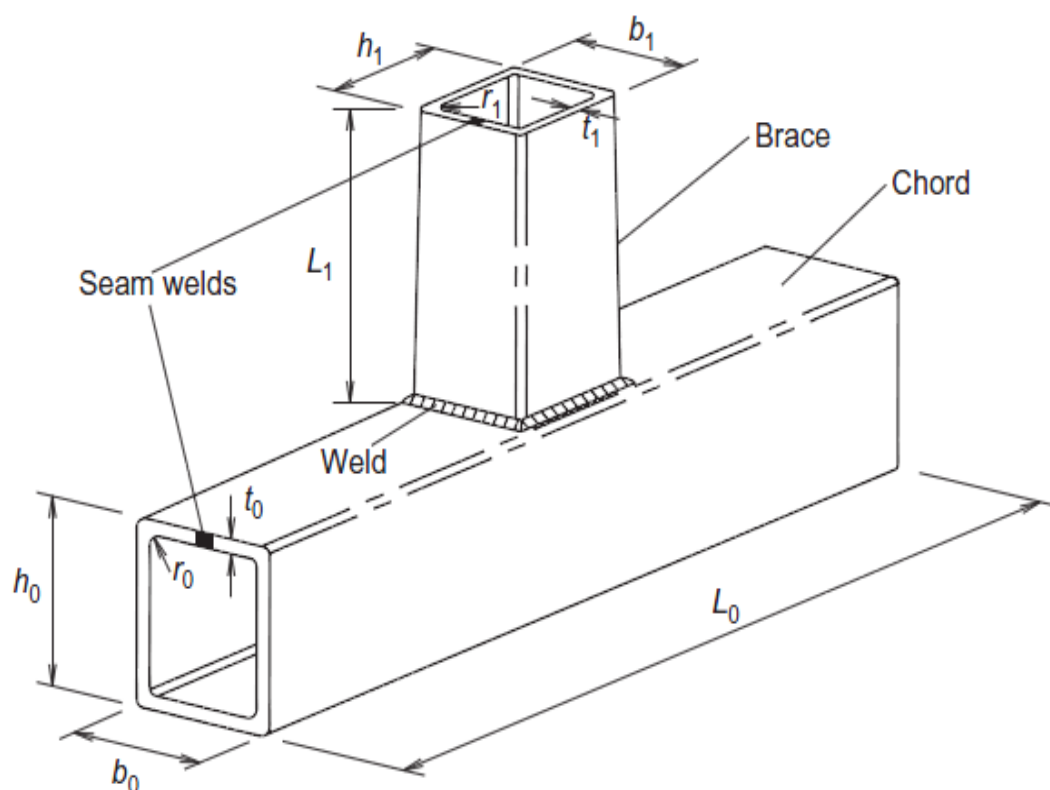


Fig. 5.5. Vista 3D de la unión en T de acero [9]

5.3.2.2 Descripción de la unión y proceso de soldadura

Es importante realizar una distinción entre los dos tipos de unión que se presentaron para $\beta < 1$ (Fig.5.5) y para $\beta = 1$ (Fig.5.6), principalmente por la complejidad del proceso de soldeo cuando $\beta = 1$. Esto se debe a los huecos que se crearon (G) y (g), entre cordón y montante, cuando la anchura de estos miembros es la misma y es función de radio de acuerdo R_0 , de la sección transversal del miembro cordón y del espesor de la chapa del montante t_1 (Fig.5.6).

Los miembros se soldaron con un hueco $g=0$ de manera que se logró la penetración completa de la soldadura de ranura.

El hueco (G) se determinó acorde a los estudios de Teh y Rasmussen (2003) [67], mediante la expresión:

$$G = \sqrt{(R_0 + g)^2 + (R_0 + t_1)^2} - R_0. \quad (5.3)$$

Según las recomendaciones de CIDECT [3] el hueco máximo G creado entre miembros de perfiles tubulares de sección rectangular debe ser de 3 mm. En este estudio se determinó que $G < 3$ para todas las uniones en las que $\beta = 1$.

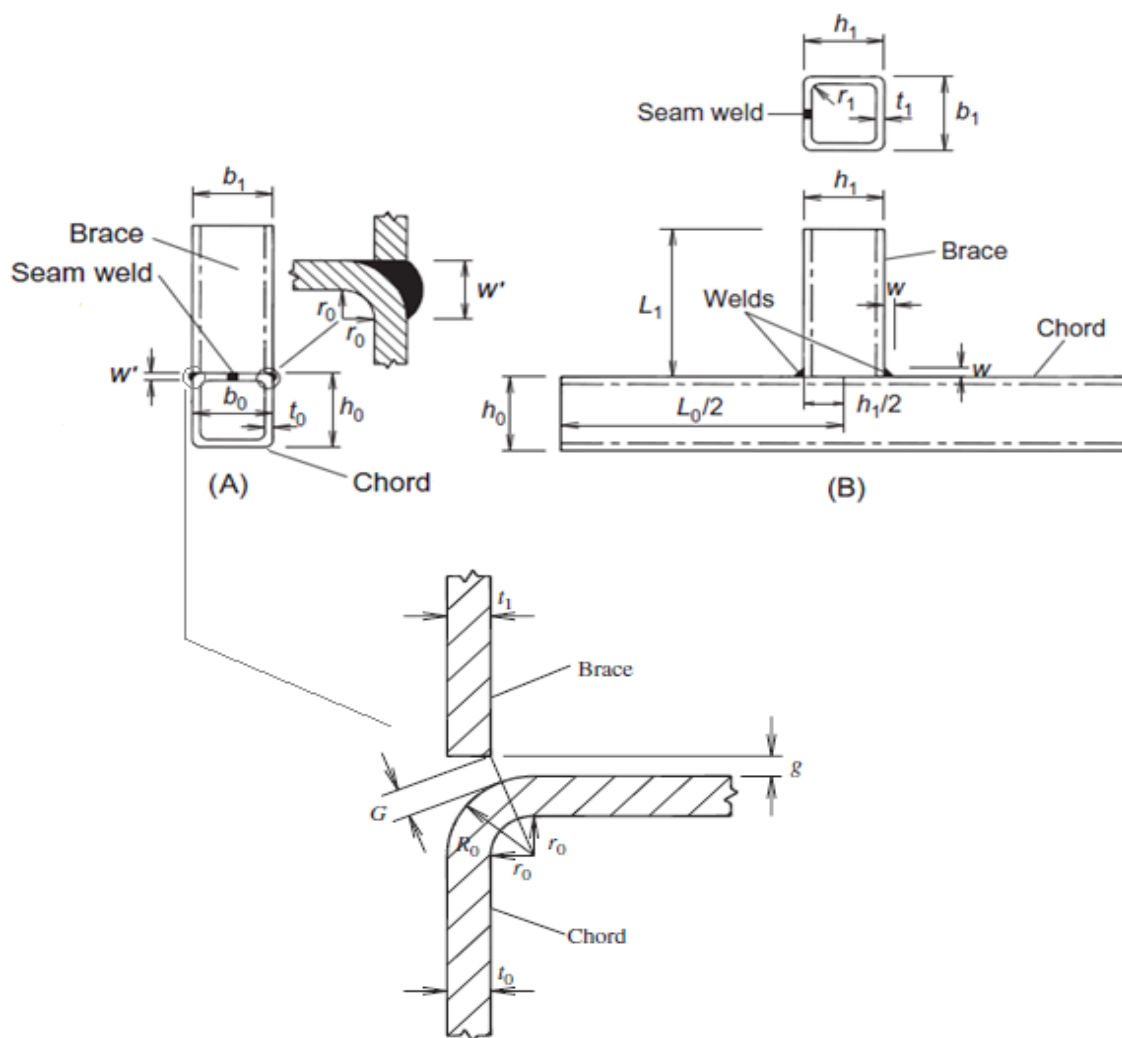


Fig. 5.6. Disposición de parámetros de la unión en T de acero. (A) vista lateral; (B) vista frontal [9]

5.3.2.3 Etiquetado de los ensayos

La nomenclatura utilizada para los ensayos, Tabla 5.1, es la siguiente:

- Primera letra **T**, indica el tipo de unión en T.
- Segunda letra, indica el tipo de acero inoxidable: **D** dúplex, **H** austenítico de alta resistencia (HSA), **N** austenítico de resistencia normal tipo AISI 304.
- Tercera letra **C**, se refiere al cordón y la expresión que le sigue 140 x 3, es $h_0 \times t_0$.
- Cuarta letra **B**, se refiere al montante, y la expresión que le sigue 40 x 2, es $h_1 \times t_1$.
- Letra **R**, indica que el ensayo está repetido.

Tabla 5.1 Dimensiones de cordón y montante para las uniones en T de acero [9]

Specimen	Chord (mm)				Brace (mm)			
	h_0	b_0	t_0	r_0	L_0	h_1	b_1	t_1
TD-C40 x 2-B40 x 2	40.1	40.3	2.02	2.0	240	40.0	40.4	1.96
TD-C50 x 1.5-B40 x 2	50.4	50.2	1.55	1.5	290	40.0	40.3	1.99
TD-C140 x 3-B40 x 2	140.3	80.2	3.14	6.5	740	40.0	40.4	2.02
TD-C140 x 3-B40 x 2-R	140.2	80.3	3.09	6.5	742	40.3	40.3	1.91
TD-C160 x 3-B40 x 2	160.5	80.6	2.96	6.0	842	40.1	40.3	1.96
TD-C50 x 1.5-B50 x 1.5	50.5	50.2	1.56	1.5	300	50.5	50.2	1.57
TD-C140 x 3-B50 x 1.5	140.0	80.4	3.13	6.5	738	50.5	50.2	1.56
TD-C140 x 3-B140 x 3	141.1	80.1	3.15	6.5	838	140.4	80.5	3.13
TD-C160 x 3-B160 x 3	160.6	80.6	2.93	6.0	961	160.9	80.6	2.91
TH-C150 x 3-B150 x 3	151.0	150.5	2.89	4.8	900	151.0	150.4	2.82
TH-C110 x 4-B150 x 3	109.1	197.4	4.01	8.5	699	150.8	150.4	2.86
TH-C150 x 6-B150 x 6	150.5	150.7	5.78	6.0	899	150.3	150.5	5.84
TH-C150 x 6-B150 x 6-R	150.4	150.2	5.86	6.0	903	150.2	150.4	5.86
TH-C110 x 4-B150 x 6	109.2	197.4	4.05	8.5	698	150.2	150.2	5.84
TH-C200 x 4-B200 x 4	197.5	109.2	4.06	8.5	1202	197.8	109.5	4.02
TN-C40 x 2-B40 x 2	40.2	40.2	2.02	2.0	238	40.1	40.1	2.02
TN-C40 x 4-B40 x 2	40.2	40.1	3.95	4.0	239	40.2	40.2	2.03
TN-C40 x 4-B40 x 4	40.2	40.2	3.94	4.0	239	40.1	40.2	3.98
TN-C80 x 2-B40 x 4	80.4	80.2	2.02	4.0	438	40.2	40.2	3.93
TN-C100 x 2-B40 x 4	100.1	50.3	2.01	2.0	542	40.2	40.2	3.91
TN-C80 x 2-B80 x 2	80.2	80.5	2.00	4.0	483	80.3	80.6	1.95
TN-C120 x 4-B100 x 4	120.0	60.0	3.88	5.5	702	99.9	50.0	3.89

5.3.2.4 Banco de pruebas

El banco de pruebas utilizado (Fig. 5.7) era una máquina hidráulica de servo-control que realizaba la compresión axial del montante sobre el cordón. El apoyo del extremo superior era móvil para permitir diferentes geometrías de montantes. Se empleó un rodamiento especial fijo en la parte inferior para permitir la compresión del cordón. Una vez dispuestos los miembros que conformaban la unión en T, se aplicaba una carga inicial de 3-5 kN desde abajo, manteniendo fijo el rodamiento especial, de manera que sólo se permitía el movimiento axial de compresión de los miembros a ensayar. Posteriormente se aplicaba una carga de 1000 kN con una velocidad que variaba de 0.2mm/min (si el ancho del cordón coincidía con el ancho del montante) a 0.4mm/min (en cualquier otro tipo de unión en T), gracias al control del actuador hidráulico.



Fig. 5.7. Puesta en el banco de pruebas para el ensayo TH-C150 x 6-B150 x 6 [9]

La geometría y disposición del banco de pruebas se representa en las Figs. 5.7 y 5.8. Finalmente se dispusieron dos transductores de deformación en cada lado del montante para medir las deformaciones verticales; y en el centro del cordón, a los lados, para medir la deformación de la abolladura. De esta forma se podía obtener las deformaciones características (v) y (u) de los modos de fallo (Fig. 5.9).

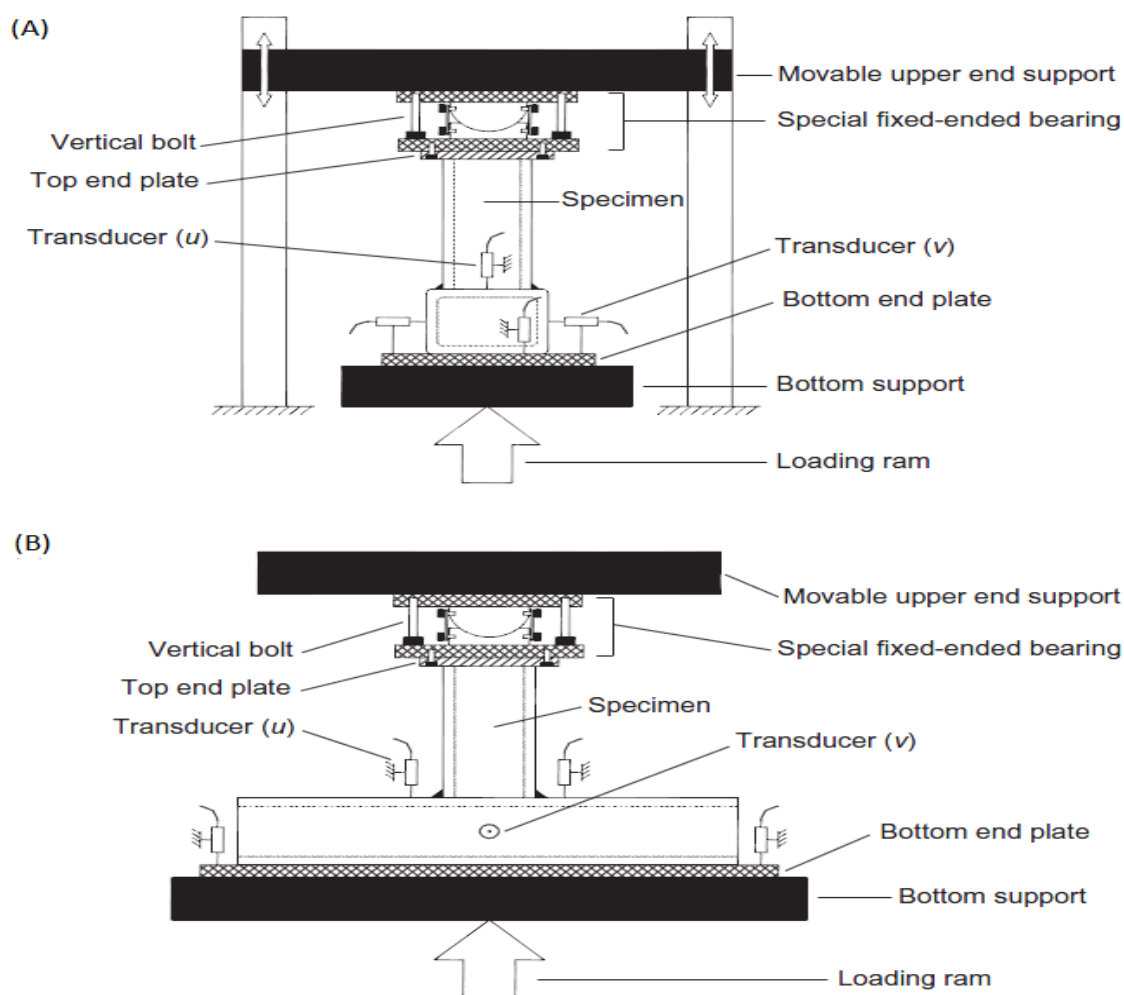


Fig. 5.8. Esquema banco de pruebas para uniones tubulares en T. (A) vista lateral; (B) vista frontal [9]

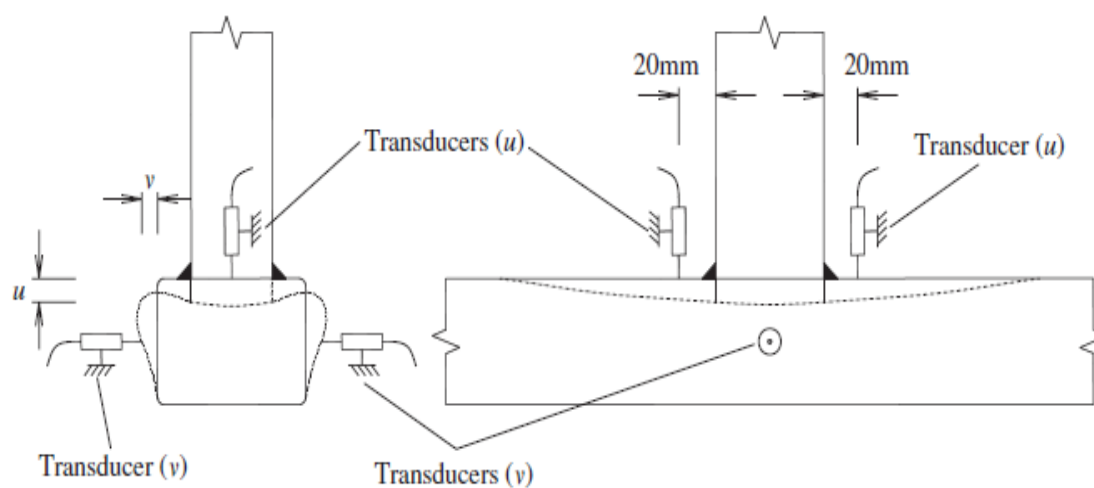


Fig. 5.9. Deformación de los miembros de perfiles tubulares en uniones en T [9]

5.3.3 Ensayos de R. Moazed *et al.*

5.3.3.1 Introducción

El ensayo experimental lo desarrollaron Moazed *et al.* [31] para uniones en T de perfiles tubulares RHS y SHS, estas uniones eran típicas de maquinaria agrícola y se soldaron mediante (MIG) acorde con las especificaciones de la AWS [7]. El objetivo era estudiar la importancia del factor de concentración de esfuerzos SCF (stress concentration factor), concretamente el que se produce por acción de la soldadura. Esta concentración de esfuerzos mayor las solicitaciones de cálculo y es responsable de la aparición de grietas y el consiguiente fallo por fatiga. La disposición, geometría y dimensiones en milímetros de la unión en T, pueden apreciarse en la (Fig. 5.10).

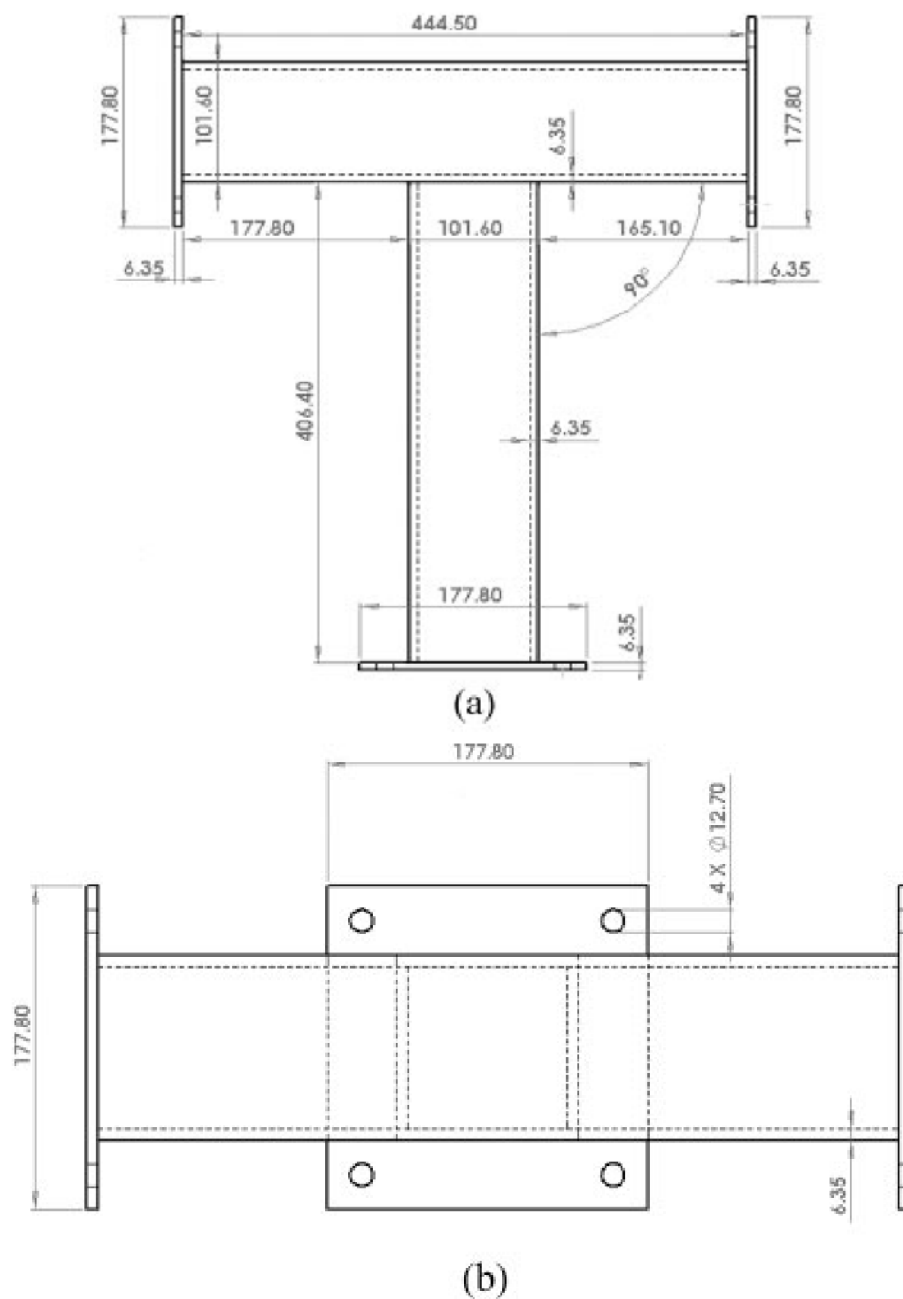


Fig. 5.10. Configuración y dimensiones de la unión en T: (a) vista frontal; (b) vista superior [31]

5.3.3.2 Banco de pruebas

El banco de pruebas disponía de un actuador hidráulico capaz de generar ciclos de carga de 94 kN de tracción-compresión (Fig. 5.11). Para el montaje de la unión en T, se fijaron los extremos mediante un plato y cuatro pernos, impidiendo el desplazamiento axial de los miembros. Se aplicaron cargas de 4448N (1000 lb) a 53380N (12000 lb) sin sobrepasar el valor de 53380 N, de esta manera se aseguró que no existía deformación plástica. Los resultados de esfuerzos y deformaciones que se produjeron en la unión se recogieron mediante transductores de presión y medidores de deformación (Fig. 5.12) y se almacenaron en un programa desarrollado en Simulink (Matlab).

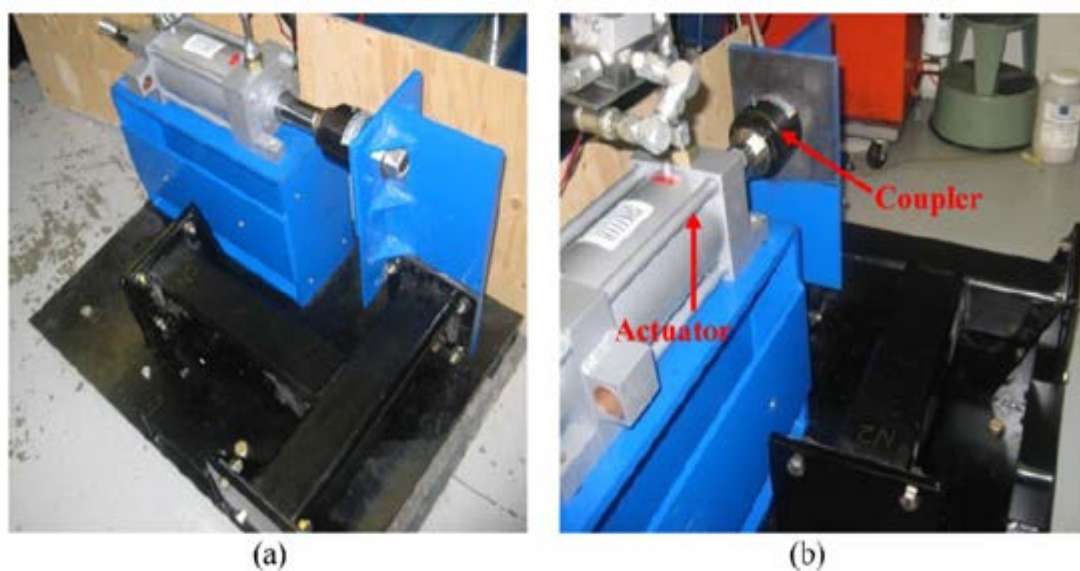


Fig. 5.11. Banco de pruebas y mecanismo de carga: (a) vista frontal; (b) vista lateral [31]

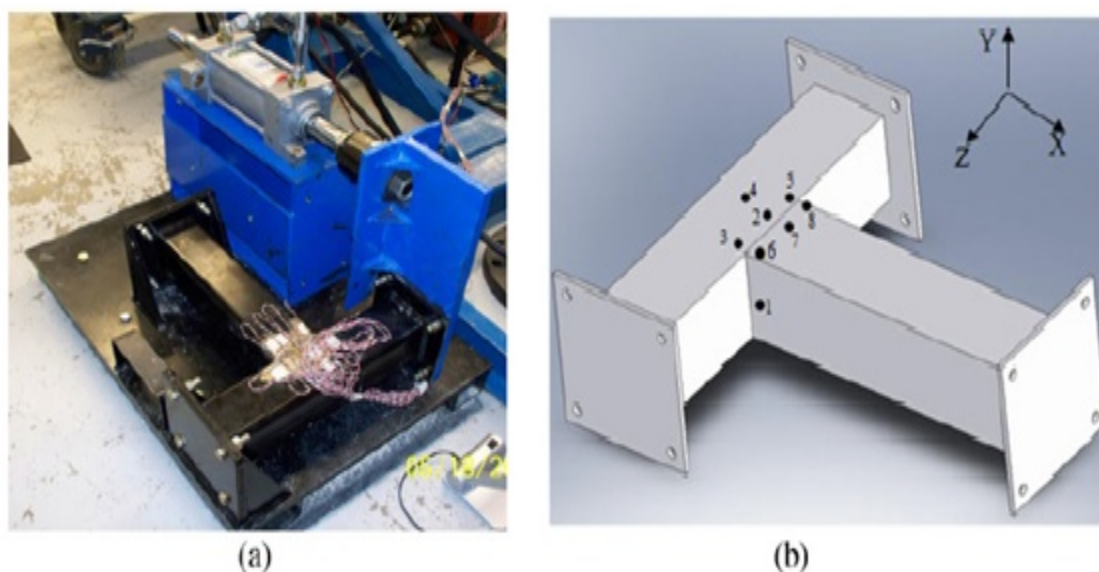


Fig. 5.12. Localización de galgas de deformación: (a) vista global del ensayo; (b) disposición 3D [31]

5.3.4 Conclusión

Se determinó que la investigación experimental más completa fue la realizada por los autores Feng y Young [9], ya que quedó determinado el tipo de ensayo que realizaron, la geometría y dimensiones de los perfiles tubulares y las curvas tensión-deformación de los materiales empleados. También proporcionaron las curvas fuerza-desplazamiento para el ensayo de varias uniones en T, en función del material empleado y los distintos modos de fallo característicos de este tipo de unión, resultando un estudio muy útil para la validación de un modelo.

Por otro lado, el empleo de este ensayo experimental tiene la ventaja de que sus autores continuaron con sus propias investigaciones en años posteriores, en el artículo Feng y Young [11], donde desarrollaron un modelo numérico de elementos finitos en ABAQUS para modelizar uniones en T con perfiles tubulares, que puede servir de orientación a la hora de implementar un modelo numérico en ANSYS.

5.4 MODELO NUMÉRICO DE NUDOS EN T

5.4.1 Introducción

El análisis de cualquier fenómeno físico o mecánico mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) se presenta como una potentísima herramienta que en combinación con la capacidad computacional disponible hoy en día, permite el estudio de estos fenómenos de una manera rápida y barata. En los fenómenos complejos en los que es imprescindible el estudio mediante ensayos experimentales, este método permite la realización de innumerables modelizaciones de estos ensayos con un coste muy inferior al de los ensayos reales, lo que permite la obtención de más información y conclusiones más precisas.

El estudio del comportamiento de una unión en T de perfiles tubulares de acero (SHS y RHS), es claramente un fenómeno en el que el empleo del análisis mediante elementos finitos puede resultar beneficioso. Por ello, en el presente proyecto se procede a la creación de diversos modelos numéricos que simulen las condiciones de carga y de contorno de diferentes uniones en T de perfiles tubulares, en función de la disposición, geometría y materiales de los miembros que la componen. De esta manera, poder calibrar los modelos con ensayos experimentales reales y comprobar que los resultados obtenidos en el modelo de elementos finitos reproducen fidedignamente la realidad.

Los modelos numéricos se han realizado con el programa de cálculo de Elementos Finitos ANSYS versión 14.5 [25].

5.4.2 Modelado con el programa ANSYS

5.4.2.1 Introducción

En este apartado se explica el proceso de diseño e implementación de los diferentes modelos que se han desarrollado para reproducir de la forma más exacta posible los ensayos experimentales llevados a cabo por Feng y Young [9], para uniones en T de perfiles tubulares de acero. Acorde a las conclusiones y datos obtenidos de la bibliografía se han reproducido 3 modelos:

- Modelo1. Formado por elementos lámina sin modelización de la soldadura.
- Modelo2. Formado por elementos sólidos con modelización de la soldadura para valores de $\beta < 1$.
- Modelo3. Formado por elementos sólidos con modelización de la soldadura para valores de $\beta = 1$.

El objetivo de realizar varios modelos es abordar varias posibilidades geométricas que puede presentar la unión en T, y reproducir diferentes formas de ésta en función del ratio β . Cotejando los modos de fallo que pueden aparecer, con las normativas e investigaciones que han realizado diversos autores hasta la fecha con programas de elementos finitos, obteniendo así, un modelo que proporcione resultados precisos que simulen la realidad.

La geometría de los miembros que conforman la unión en T, consiste en láminas de un determinado espesor, que se doblan y unen mediante cordones de soldadura.

El primer paso para el modelado de los miembros de una unión en T de perfiles tubulares, consiste en realizar un diseño CAD. Para ello se ha utilizado el entorno Design Modeler del dominio Workbench del programa de elementos finitos ANSYS versión 14.5.

El programa ANSYS permite la parametrización de los miembros que componen la unión en T. De esta manera, con la realización de un modelo, se pueden estudiar diferentes ensayos experimentales si se varían estos parámetros, los cuales cambiarán las dimensiones de cordón y montante. Para el desarrollo del modelo se emplearán los mismos parámetros que en el estudio de Feng y Young [9], y que pudieron apreciarse en la Tabla 5.1.

5.4.2.2 Croquis (Modelo1)

El Modelo 1 corresponde a una modelización de una unión en T de perfiles tubulares de acero inoxidable correspondiente al ensayo experimental TD-C160x3-B40x2 presentado por Feng y Young en 2008.

Este modelo emplea elementos lámina, los cuales han sido utilizados por muchos investigadores para determinar el comportamiento de perfiles tubulares de acero y las uniones de estos, sin necesidad de modelizar la soldadura entre los distintos miembros. Mediante el Modelo 1, se determina la importancia del uso de la soldadura y la precisión del uso de este tipo de elementos.

Teniendo en cuenta esto, el *sketch* de cada chapa que conforman el cordón y el montante, se representan como una recta. En la Fig. 5.13 y Fig. 5.14 se puede ver el dibujo de la sección de los distintos miembros.

El sistema de coordenadas global escogido ha sido el que hace coincidir al eje Z con el eje longitudinal del cordón, y el eje Y con el eje longitudinal del montante. La sección transversal del cordón queda contenida en el plano XY, mientras que la sección transversal del montante queda contenida en el plano XZ.

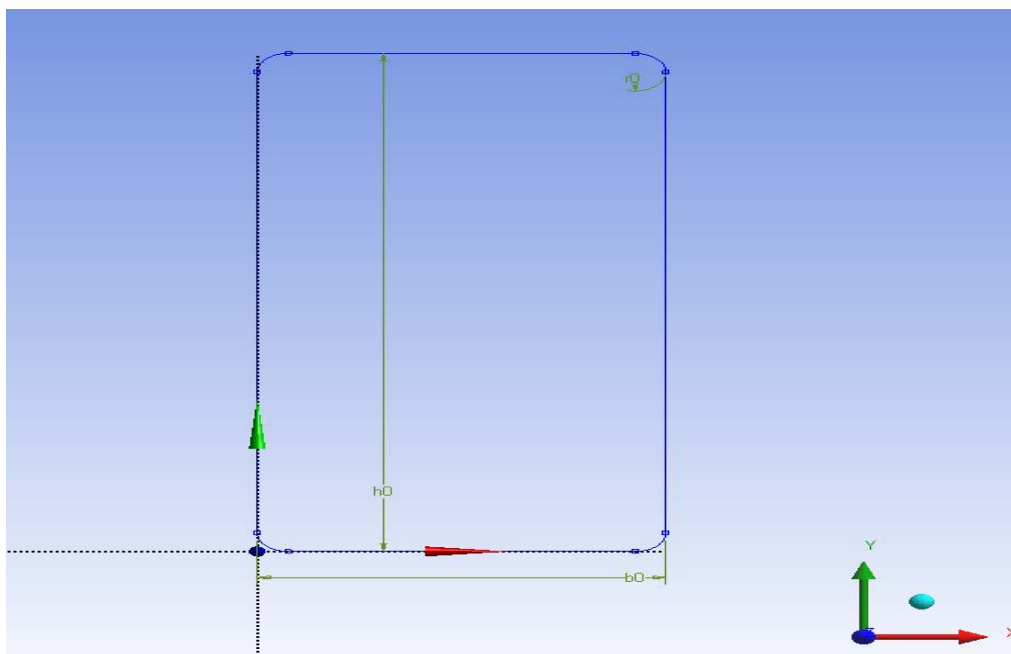


Fig. 5.13. Modelo 1. Sketch de la sección transversal del cordón

A partir del *sketch* de la sección transversal del cordón, mediante una primera extrusión con magnitud igual a la longitud de este y perpendicular al plano XY se obtiene el primer miembro. El *sketch* de la sección transversal del montante, se centra en la superficie de contacto de la unión (cara superior del cordón). Con la extrusión de este *sketch*, perpendicular al cordón generado, y una profundidad de valor igual la longitud del montante, se obtiene el segundo miembro, y en consecuencia la unión en T. Finalmente, se realizan cortes en los planos XY e YZ a 20 mm de la cara del montante en la dirección Z, para poder medir la deflexión de la cara superior del cordón, tal y como lo haría una galga en los ensayos reales. Se puede observar el modelo CAD completo en la (Fig. 5.15), así como, el sistema de coordenadas global que se ha utilizado.

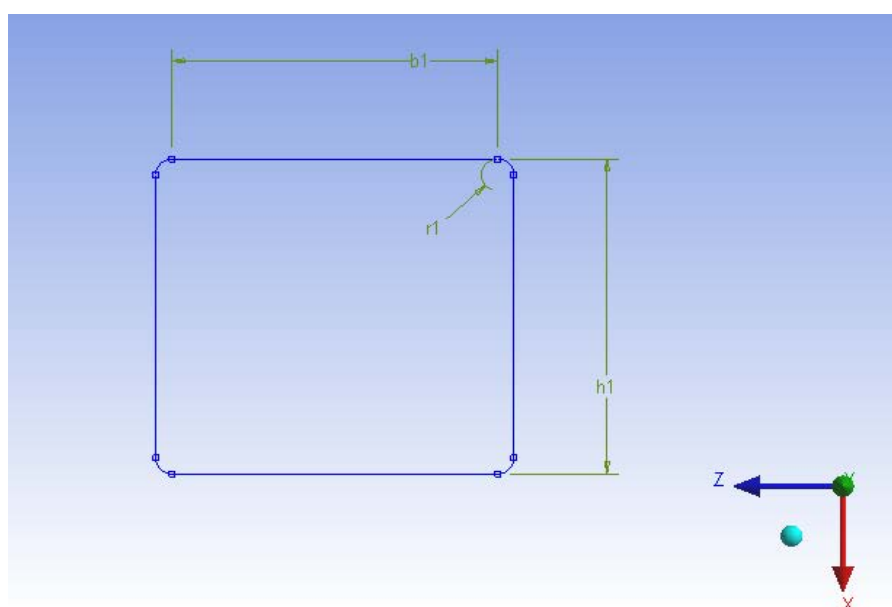


Fig. 5.14. Modelo 1. Sketch de la sección transversal del montante

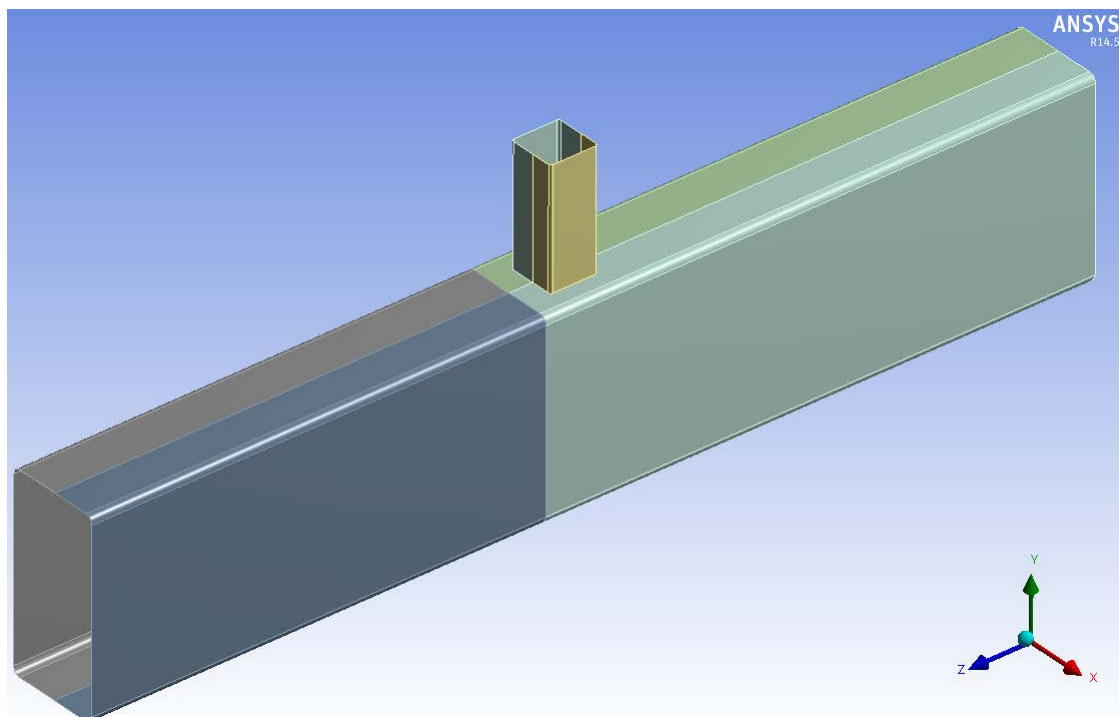


Fig. 5.15. Modelo 1. Vista 3D de la unión en T completa

5.4.2.3 Croquis (Modelo2)

El Modelo 2 corresponde a una modelización de una unión en T de perfiles tubulares de acero inoxidable correspondiente al ensayo experimental TD-C160x3-B40x2 presentado por Feng y Young en 2008.

Este modelo emplea elementos sólidos, los cuales han sido utilizados en los últimos años por varios investigadores para determinar el comportamiento de perfiles tubulares de acero y las uniones de estos, proporcionando mejores resultados que con elementos lámina, ya que ofrecen un comportamiento más realista, permitiendo el modelizado de la soldadura entre los distintos miembros. El empleo de elementos sólidos tiene un gasto computacional asociado, por lo que se aplica simetría a un cuarto de la unión en T, de manera que el empleo de tiempo y memoria computacional se reduzca. Mediante el Modelo 2, se determina la validez de la simetría y se mejoran notablemente los resultados acordes a los datos experimentales, tomando una importancia relevante el empleo de la soldadura.

Los elementos sólidos se distribuyen de manera uniforme por el espesor de las chapas de los miembros formando capas. Teniendo en cuenta esto, se aplica el comando *thin* disponible en ANSYS a los *sketches* de cada chapa que conforman el cordón y el montante, para dar el espesor de chapa adecuado a los distintos miembros. En la Fig. 5.16 y Fig. 5.17 se puede ver el dibujo de la sección transversal de los distintos miembros.

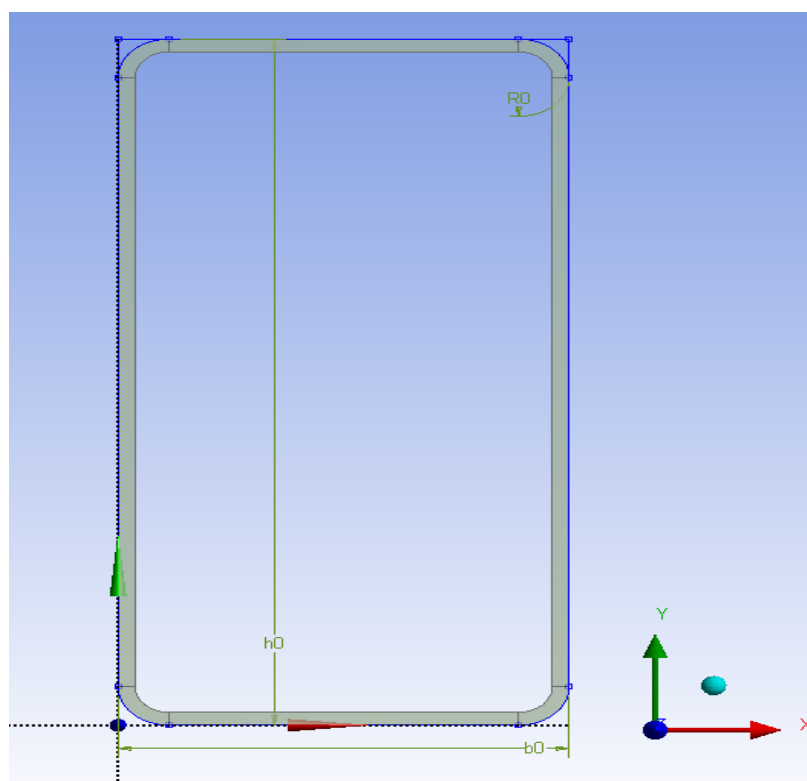


Fig. 5.16. Modelo 2. Sección transversal del cordón

El sistema de coordenadas global escogido ha sido el que hace coincidir al eje Z con el eje longitudinal del cordón, y el eje Y con el eje longitudinal del montante. La sección transversal del cordón queda contenida en el plano XY, mientras que la sección transversal del montante queda contenida en el plano XZ.

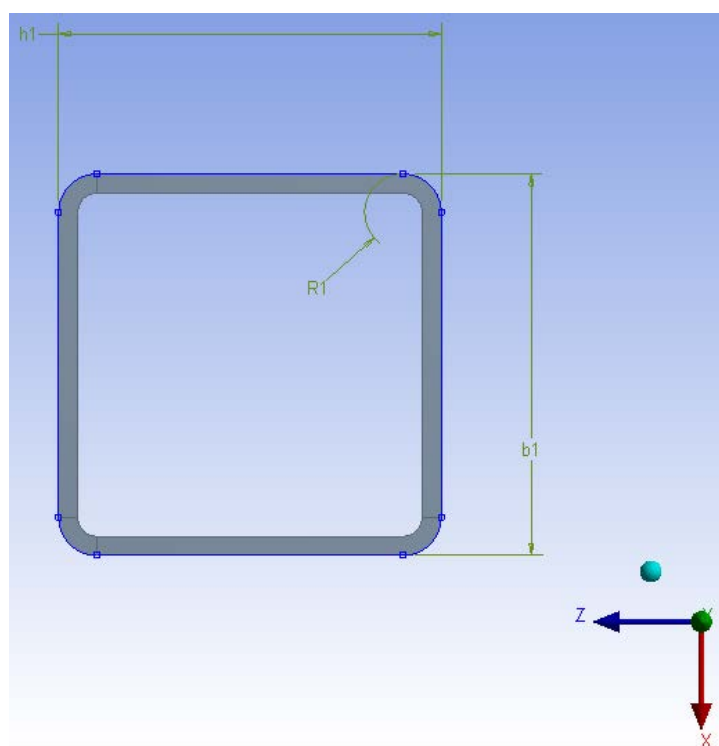


Fig. 5.17. Modelo 2. Sección transversal del montante

A partir del *sketch* de la sección transversal del cordón, mediante una primera extrusión con magnitud igual a la longitud de este y perpendicular al plano XY se obtiene el primer miembro. El *sketch* de la sección transversal del montante, se centra en la superficie de contacto de la unión (cara superior del cordón). Con la extrusión de este *sketch*, perpendicular al cordón generado, y una profundidad de valor igual la longitud del montante, se obtiene el segundo miembro, y en consecuencia la unión en T.

Posteriormente se realiza el modelizado de las soldaduras que se explica en el apartado 5.4.8.2. Se efectúan una serie de cortes en las piezas para poder trabajar con comodidad en los siguientes pasos de la modelización por elementos finitos, así como, para facilitar el mallado y medición de las deformaciones. Se puede observar el modelo CAD completo en la Fig. 5.18, y el sistema de coordenadas global que se ha utilizado.

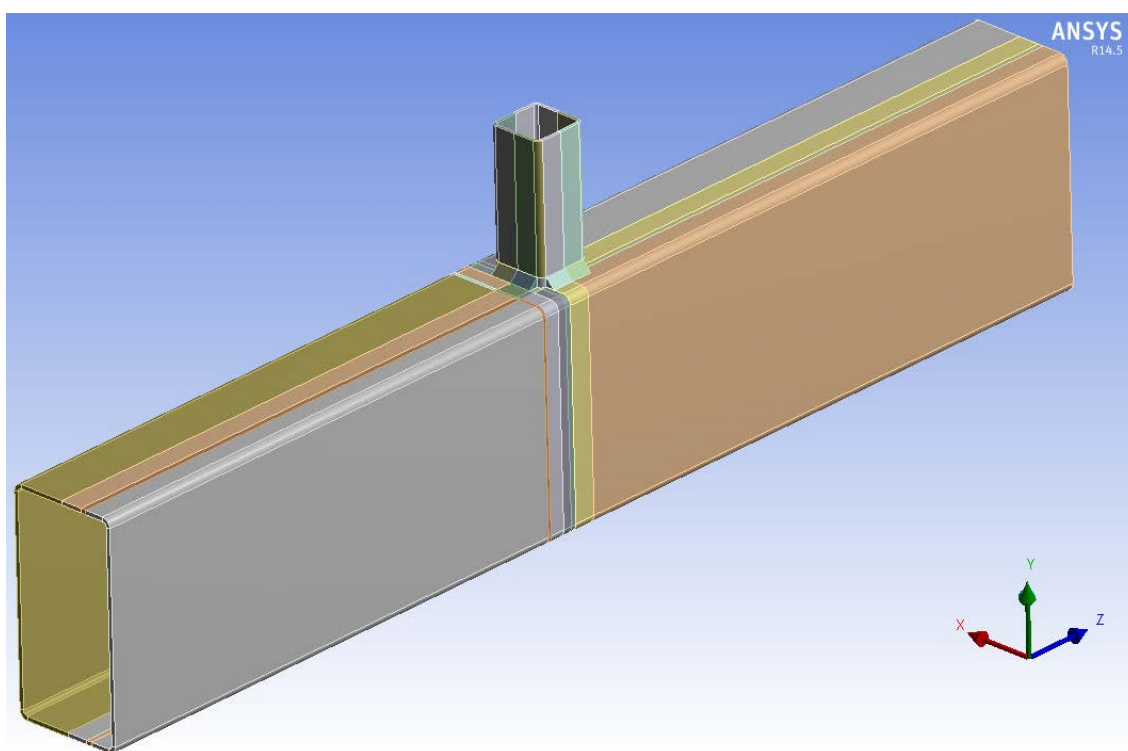


Fig. 5.18. Modelo 2. Vista 3D de la unión en T completa

Para el modelado de la simetría se aplican dos cortes a la unión en T de perfiles tubulares, uno en el plano XY, dividiendo la unión en T en dos cuerpos, y aplicado en la longitud media de la sección transversal del montante en el eje X; y otro corte en el plano YZ, dividiendo la unión en T en cuatro cuerpos, y aplicado en la longitud media de la sección transversal del montante en el eje Z. ANSYS permite la eliminación de tres de los cuatro cuerpos y la implementación de simetría respecto al eje normal en las regiones simétricas A y B (Fig. 5.19).

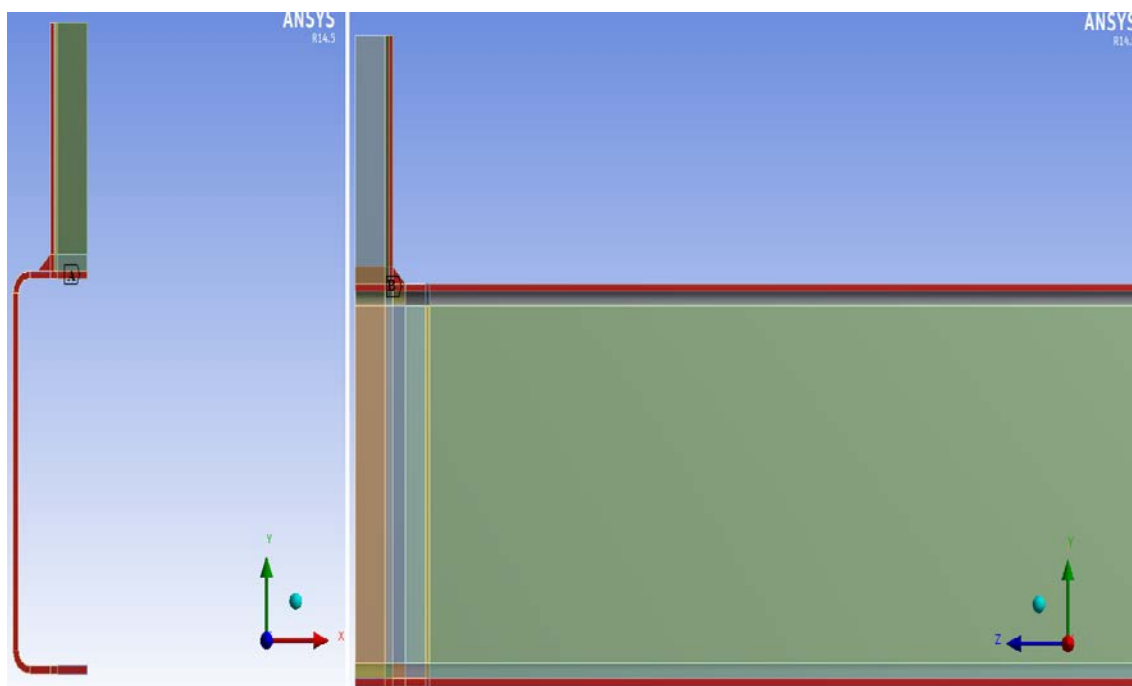


Fig. 5.19. Modelo 2. Regiones A y B de simetría

Para probar la validez del modelo es necesario realizar ciertos experimentos con un plato de elementos sólidos en la base de la unión en T. Para el modelizado de este plato se realiza una extrusión de la cara de la base de la unión en la dirección del eje Y de valor 5 mm y otra extrusión de 10 mm desde la cara lateral de este nuevo cuerpo. Creando así, un prisma rectangular que simulará el plato de elementos sólidos en la base de la unión para la correcta implementación de las condiciones de contorno y la simulación del modelo (Fig. 5.20).

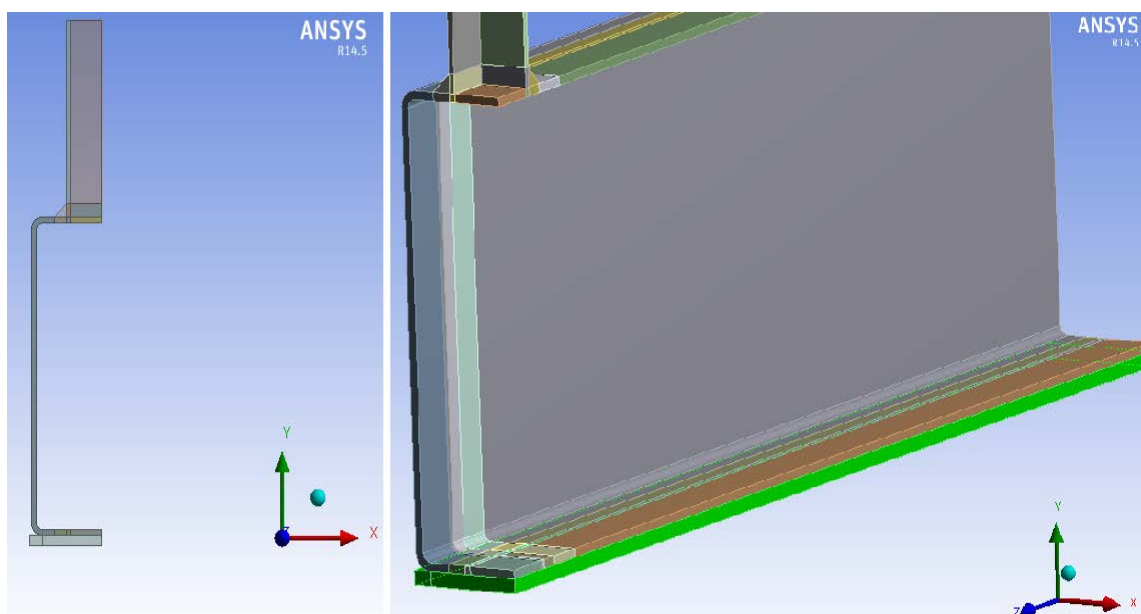


Fig. 5.20. Modelo 2. Plato de elementos sólidos en la base

De esta manera, las regiones A y B de simetría quedan como se ve en la Fig. 5.21.

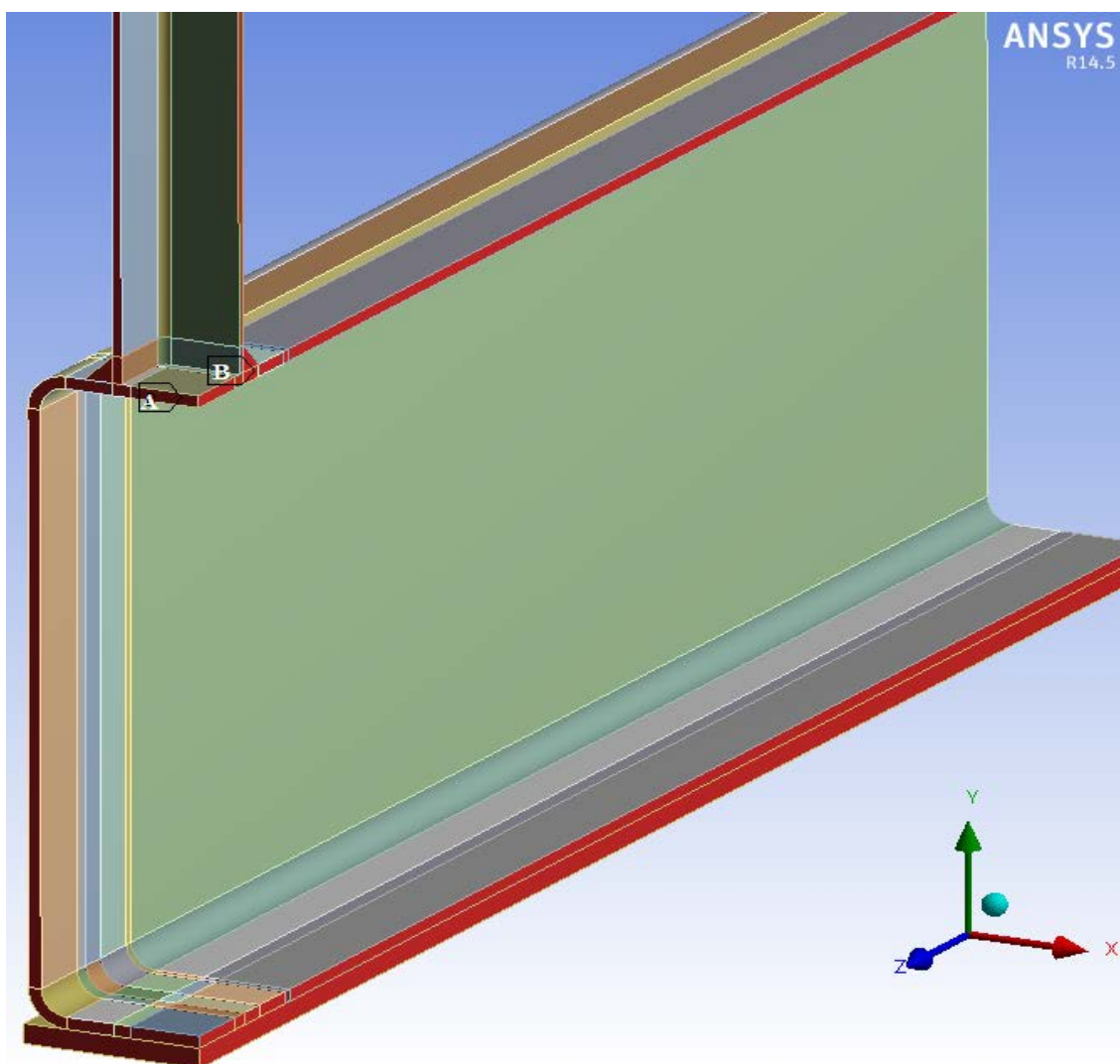


Fig. 5.21. Modelo 2. Vista 3D de la unión en T descrita por simetría, regiones A y B

5.4.2.4 Croquis (Modelo3)

El Modelo 3 corresponde a una modelización de una unión en T de perfiles tubulares de acero inoxidable correspondiente al ensayo experimental TD-C40x2-B40x2 presentado por Feng y Young en 2008

Este modelo emplea elementos sólidos como en el Modelo 2 y por lo tanto, también se aplica simetría a un cuarto de la unión en T, de manera que el empleo de tiempo y memoria computacional se reduzca.

Los elementos sólidos se distribuyen de manera uniforme por el espesor de las chapas de los miembros formando capas. Teniendo en cuenta esto, se aplica el comando *thin* disponible en ANSYS a los *sketches* de cada chapa que conforman el cordón y el montante, para dar el espesor de chapa adecuado a los distintos miembros. En la Fig. 5.22 y Fig. 5.23 se puede ver el dibujo de la sección transversal de los distintos miembros.

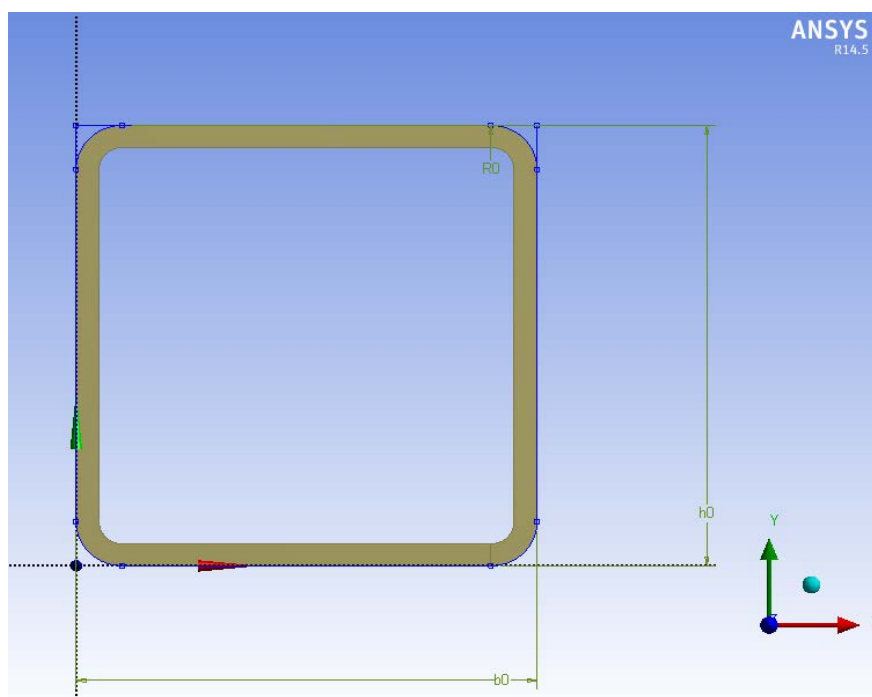


Fig. 5.22. Modelo 3. Sección transversal del cordón

El sistema de coordenadas global escogido ha sido el que hace coincidir al eje Z con el eje longitudinal del cordón, y el eje Y con el eje longitudinal del montante. La sección transversal del cordón queda contenida en el plano XY, mientras que la sección transversal del montante queda contenida en el plano XZ.

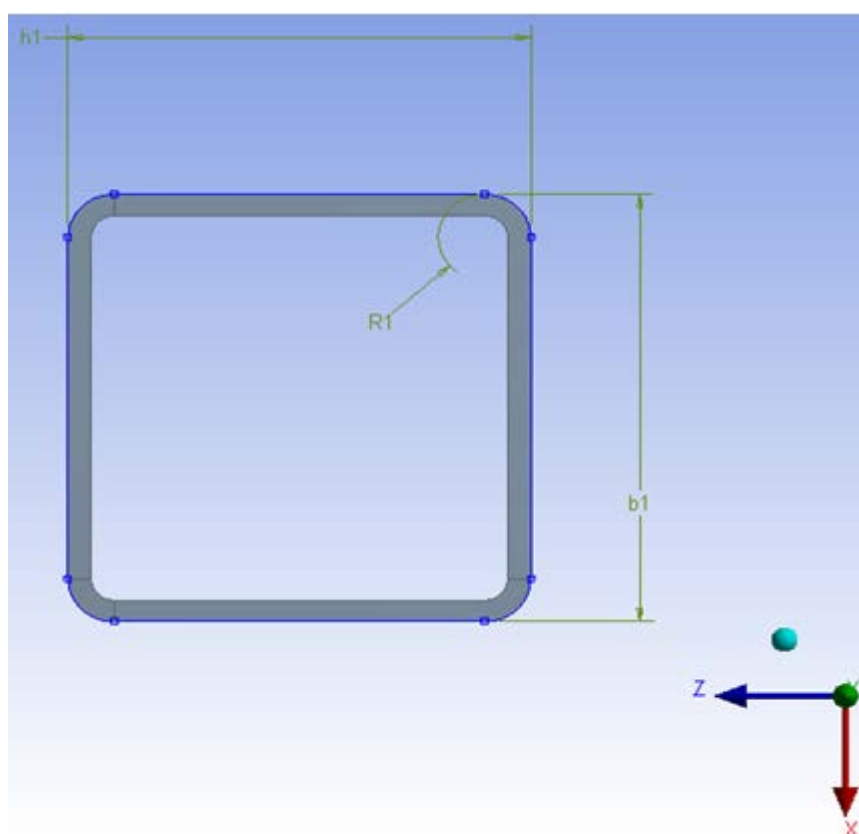


Fig. 5.23. Modelo 3. Sección transversal del montante

A partir del *sketch* de la sección transversal del cordón, mediante una primera extrusión con magnitud igual a la longitud de este y perpendicular al plano XY se obtiene el primer miembro. El *sketch* de la sección transversal del montante, se centra en la superficie de contacto de la unión (cara superior del cordón). Con la extrusión de este *sketch*, perpendicular al cordón generado, y una profundidad de valor igual la longitud del montante, se obtiene el segundo miembro, y en consecuencia la unión en T (Fig. 5.24).

Posteriormente se realiza el modelizado de las soldaduras que se explica en el apartado 5.4.8.3. Se efectúan una serie de cortes en las piezas para poder trabajar con comodidad en los siguientes pasos de la modelización por elementos finitos, así como, para facilitar el mallado y medición de las deformaciones.

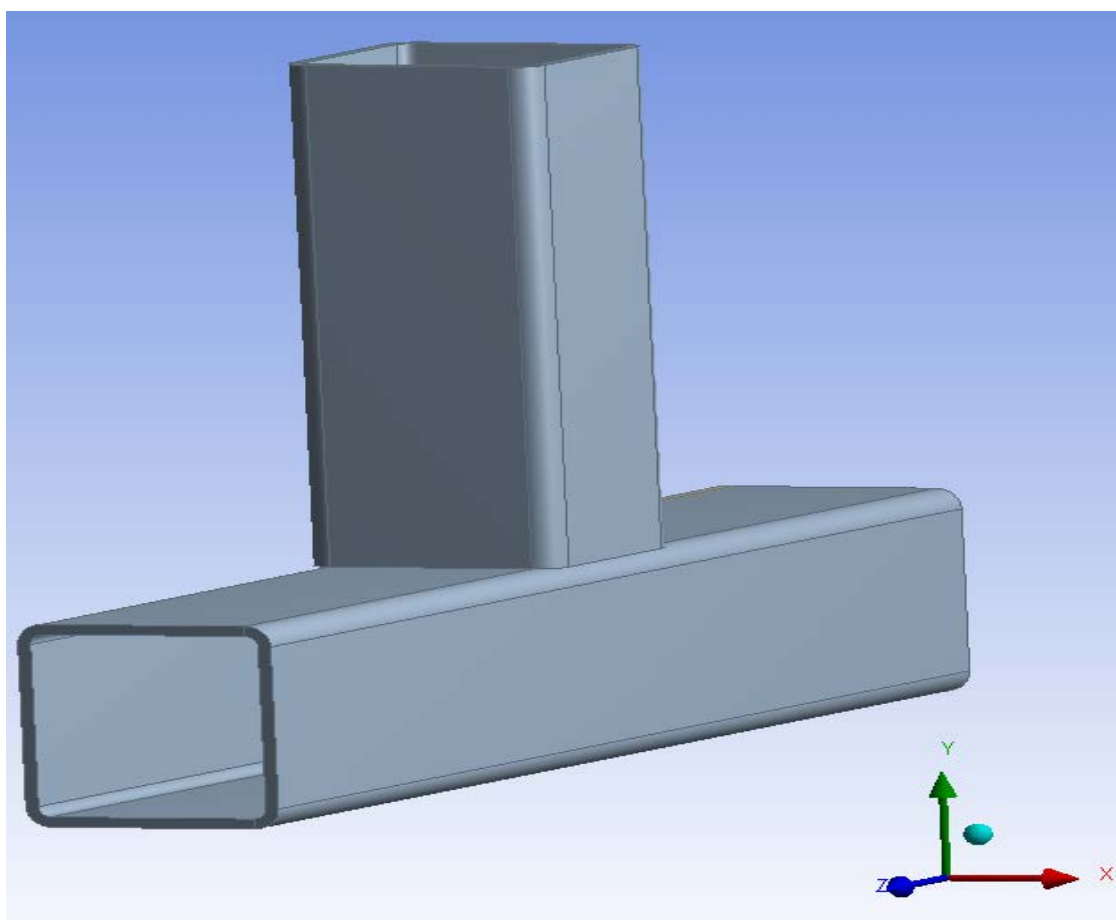


Fig. 5.24. Modelo 3. Vista 3D de la unión en T sin soldadura

Para el modelado de la simetría se aplican dos cortes a la unión en T de perfiles tubulares, uno en el plano XY, dividiendo la unión en T en dos cuerpos, y aplicado en la longitud media de la sección transversal del montante en el eje X; y otro corte en el plano YZ, dividiendo la unión en T en cuatro cuerpos, y aplicado en la longitud media de la sección transversal del montante en el eje Z. ANSYS permite la eliminación de tres de los cuatro cuerpos y la implementación de simetría respecto al eje normal en las regiones simétricas A y B (Fig. 5.25).

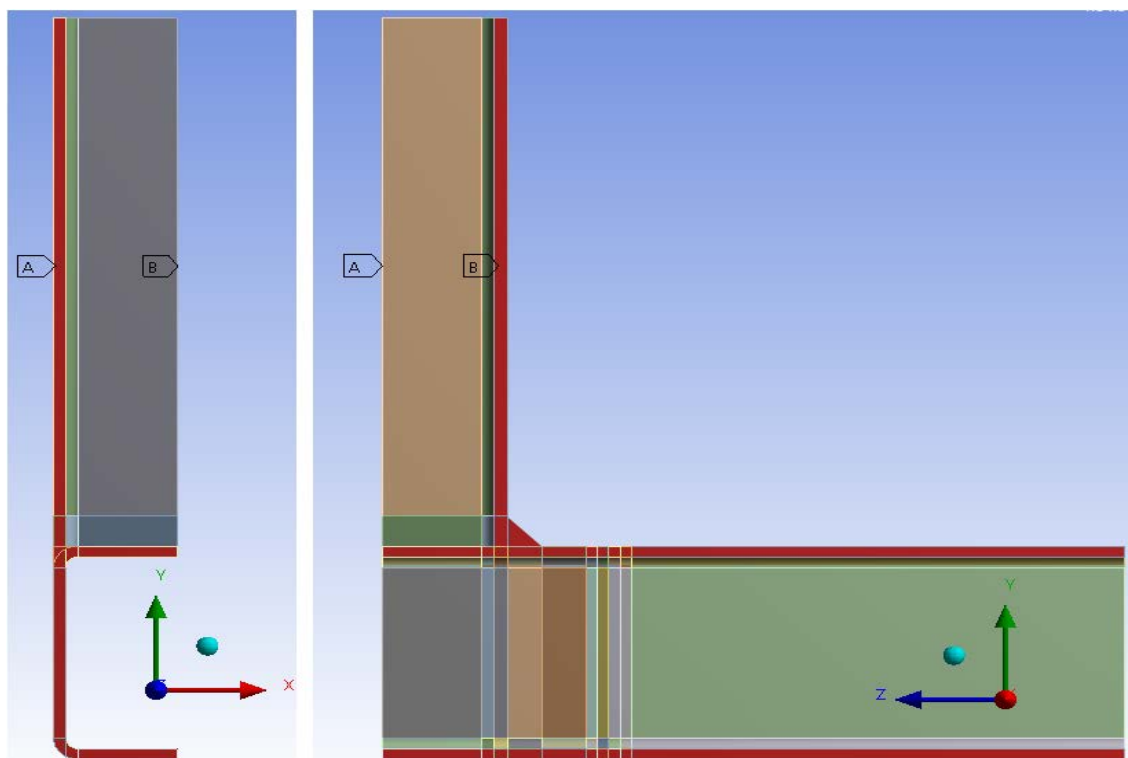


Fig. 5.25. Modelo 3. Regiones A y B de simetría

Para probar la validez del modelo es necesario realizar ciertos experimentos con un plato de elementos sólidos en la base de la unión en T. Para el modelizado de este plato se realiza una extrusión de la cara de la base de la unión en la dirección del eje Y de valor 4 mm y otra extrusión de 5 mm desde la cara lateral de este nuevo cuerpo. Creando así, un prisma rectangular que simulará el plato de elementos sólidos en la base de la unión para la correcta implementación de las condiciones de contorno y la simulación del modelo (Fig. 5.26).

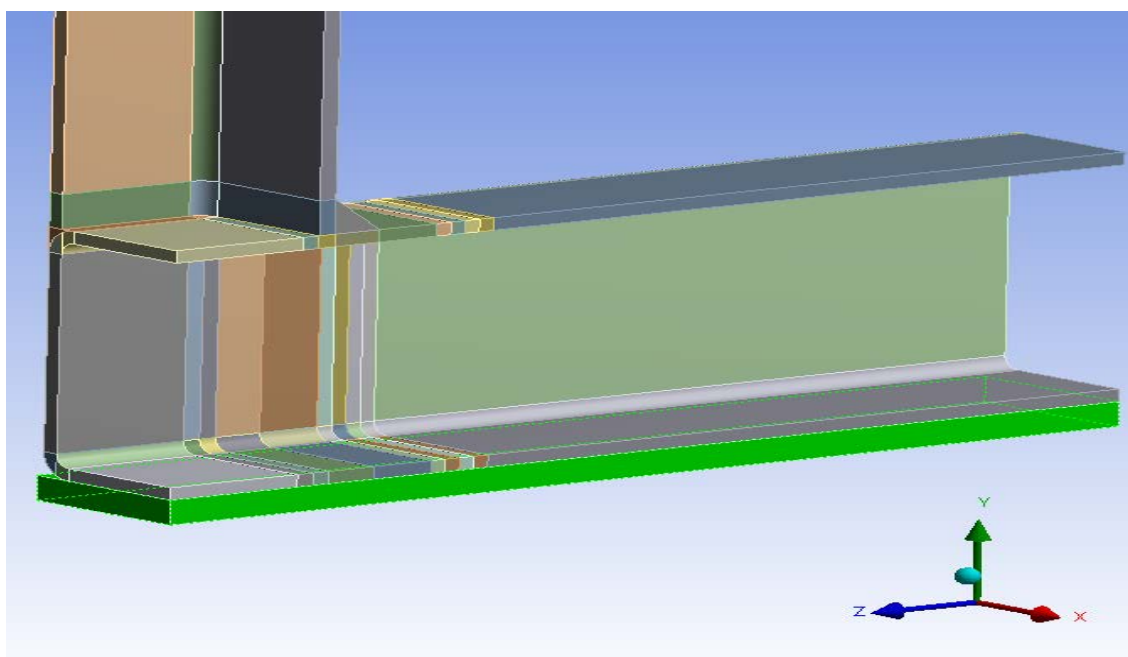


Fig. 5.26. Modelo 3. Plato de elementos sólidos en la base

De esta manera, las regiones A y B de simetría quedan como se ve en la Fig. 5.27.

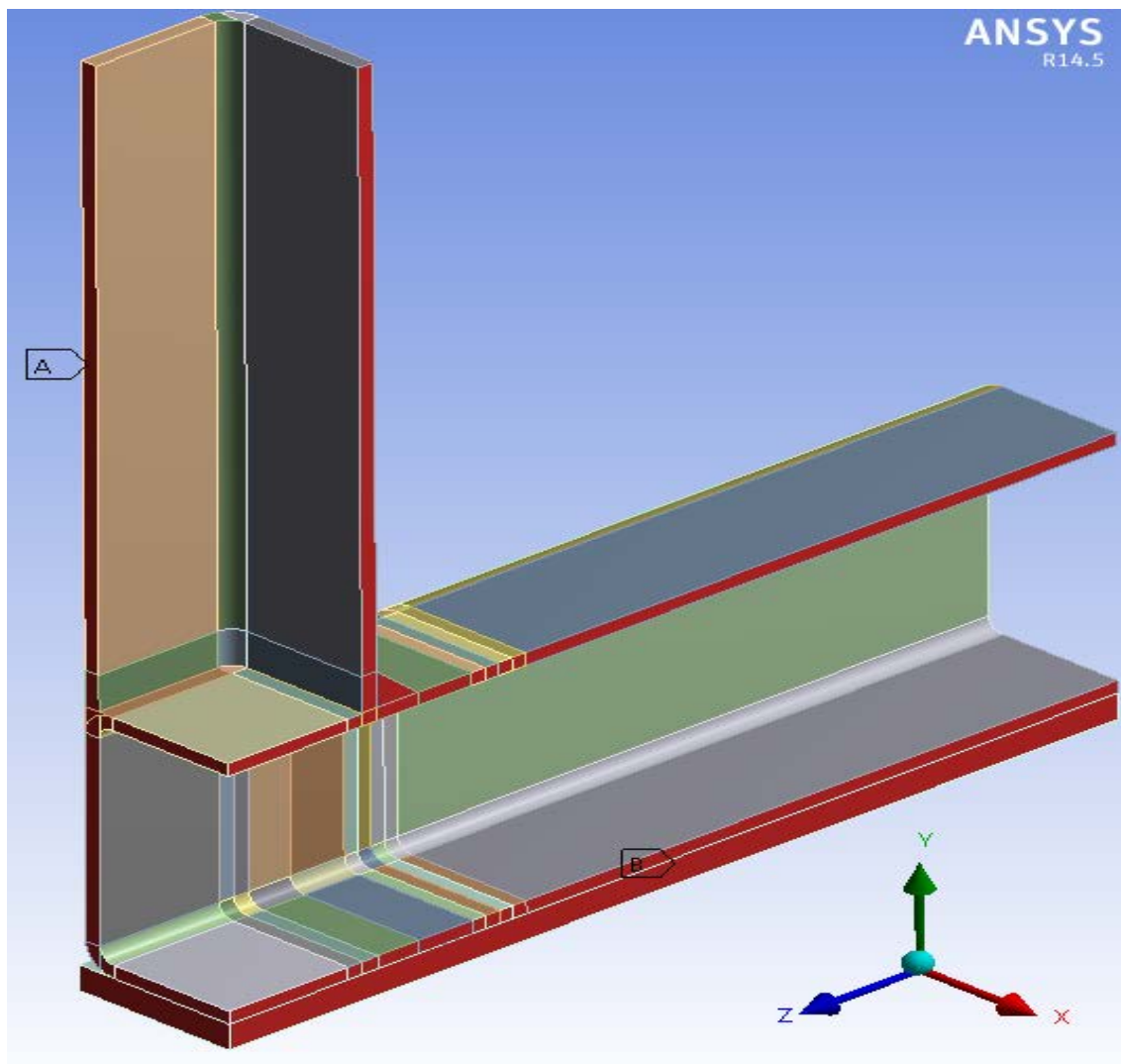


Fig. 5.27. Modelo 3. Vista 3D de la unión en T descrita por simetría, regiones A y B

5.4.3 Elección del tipo de elemento

5.4.3.1 Elementos lámina (Shell)

Los elementos lámina han sido empleados por muchos investigadores en el estudio y modelización de miembros de perfiles tubulares de acero, el más utilizado ha sido el elemento de 4 nodos de doble curvatura e integración reducida (S4R). Este elemento proporciona soluciones adecuadas permitiendo la deformación de corte transversal, la cual es importante para la simulación del espesor del elemento lámina.

Para el Modelo 1 se ha utilizado el elemento SHELL 181 disponible en el programa ANSYS por defecto. SHELL181 es un elemento de 4 nodos con 6 grados de libertad en cada nodo: traslación en los 3 ejes, y rotaciones alrededor de ellos.

Es un elemento adecuado para comportamiento lineal y no lineal. Este elemento permite la integración reducida. La (Fig. 5.28) muestra la geometría, la localización de los nodos y el sistema de coordenadas del elemento SHELL 181.

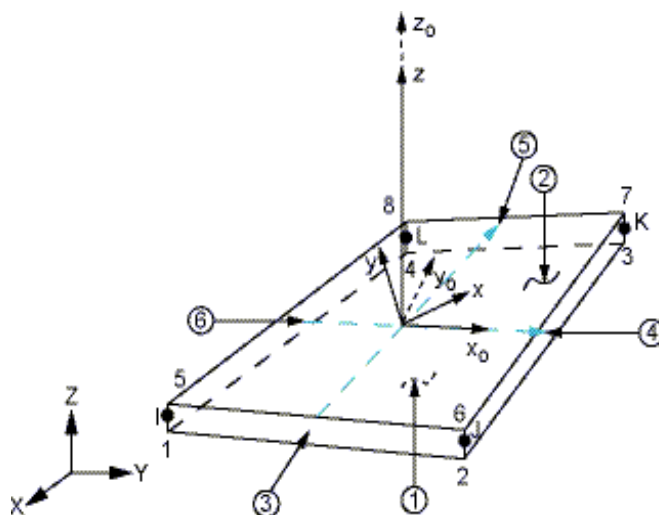


Fig. 5.28. Esquema del elemento SHELL 181 [25]

Como se puede observar, se trata de elementos planos que representan el plano medio de la chapa, a los cuales se les asigna el espesor correspondiente en cada caso.

5.4.3.2 Elementos sólidos (Solid)

Los elementos lámina presentan el inconveniente de permitir la penetración de un elemento en otro debido a la inexistencia del espesor físico de estos. En los últimos años la mayoría de investigadores que trabajan en el desarrollo de modelos de elementos finitos con perfiles tubulares han propuesto el uso de elementos sólidos 3D. De manera que, se obtienen resultados más precisos con un leve incremento del tiempo computacional, y pueden modelizarse las soldaduras de una unión de una forma real y precisa.

Los autores Feng y Young [11], realizaron modelos de elementos finitos desarrollados en el programa ABAQUS para reproducir sus ensayos experimentales de 2008[5]. Estos modelos incorporaban elementos sólidos tridimensionales de ocho nodos con integración reducida (C3D8R). Siendo completamente isoparamétricos con el primer orden de interpolación.

Para los Modelos 2 y 3, se han empleado elementos SOLID 186 disponible en el programa ANSYS por defecto. SOLID 186 es un elemento sólido 3D de 20 nodos con 3 grados de libertad en cada nodo: traslación en los 3 ejes. Es un elemento que presenta un comportamiento de desplazamiento cuadrático.

Soporta la plasticidad, hiperelasticidad, fluencia, grandes desviaciones y la deformación. Este elemento tiene la capacidad de desarrollar una formulación mixta para simular las deformaciones de materiales elastoplásticos casi incompresibles, y de materiales hiperelásticos compresibles. La Fig. 5.29 muestra la geometría, la localización de los nodos y el sistema de coordenadas del elemento SHELL 181.

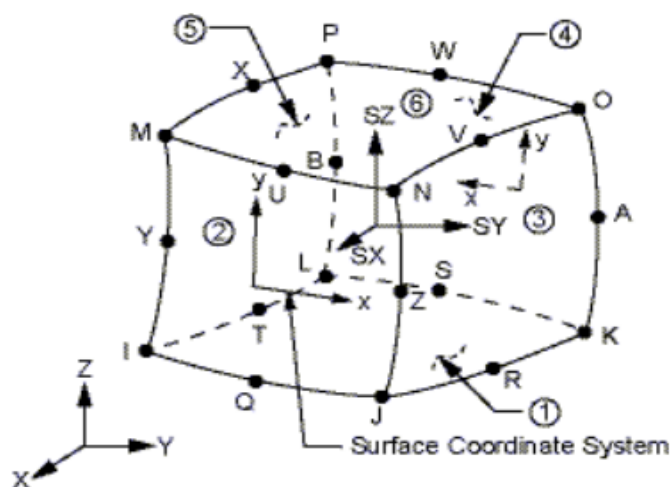


Fig. 5.29. Esquema del elemento SOLID 186 [25]

5.4.4 Definición de malla. Estudios de convergencia

5.4.4.1 Introducción

Es intuitivo que a mayor número de elementos empleados, los resultados obtenidos en un análisis de elementos finitos serán mejores. Aún así, el coste computacional que supone a nivel de memoria y tiempo de cálculo exige que se realice un estudio de la malla óptima, llegando a un compromiso entre calidad de los resultados y los recursos empleados en su obtención.

Para los miembros que conforman una unión en T de perfiles tubulares, es conveniente utilizar un mallado con elementos rectangulares uniformes, de manera que la malla sea lo más uniforme posible y se obtengan resultados precisos. El método de obtención de una malla adecuada pasa por un análisis de convergencia.

5.4.4.2 Modelo 1

En el Modelo 1 se ha realizado un mallado en los miembros cordón y montante mediante el empleo de métodos de mallado que generan cuadriláteros principalmente, disponibles en el programa ANSYS [25].

El estudio de convergencia radica en determinar el tamaño adecuado de los elementos cuadrangulares que conforman la malla de la unión en T, a partir del estudio de la deformación máxima en el eje global X, es decir, la deformación correspondiente a los lados del cordón que produce la abolladura de este, cuando se aplica la misma carga (Fig. 5.30).

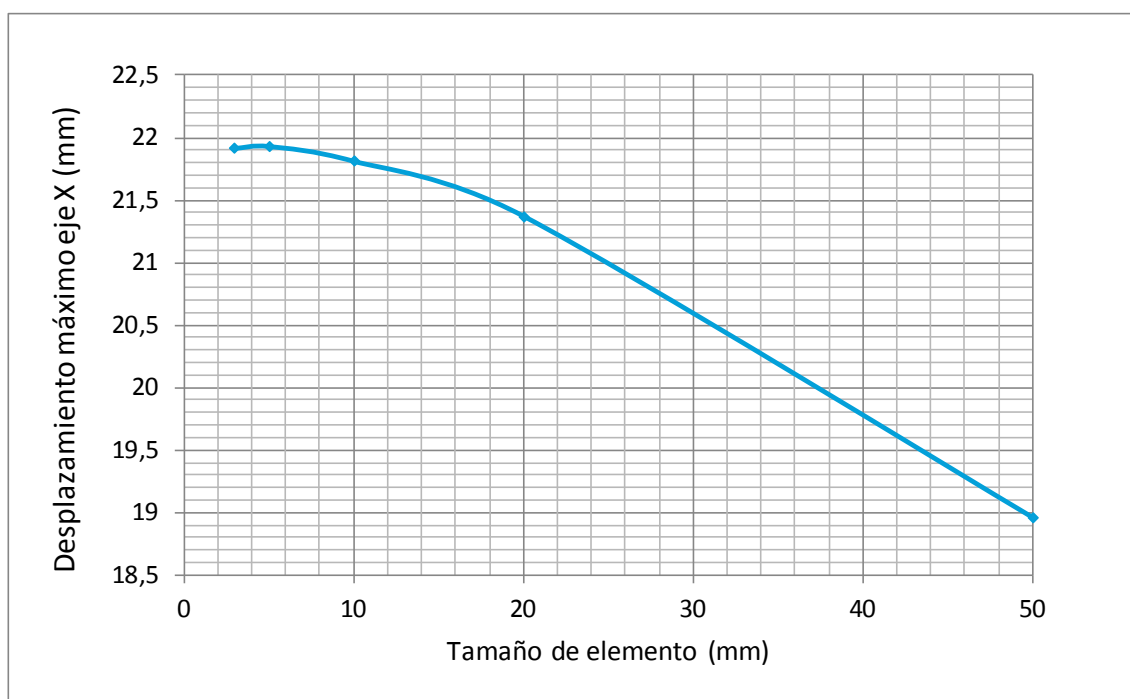


Fig. 5.30. Modelo 1. Curva desplazamiento máxima del eje X- tamaño de elementos

Se observa que el valor de la deformación converge para tamaños de elementos iguales a 6 mm. Se adopta por tanto, un tamaño de elementos de 6 mm que proporcione resultados con un alto porcentaje de fiabilidad y un coste computacional de tiempo y memoria asumibles. En la Fig. 5.31 se puede ver una vista 3D del mallado final de la unión en T para el Modelo 1.

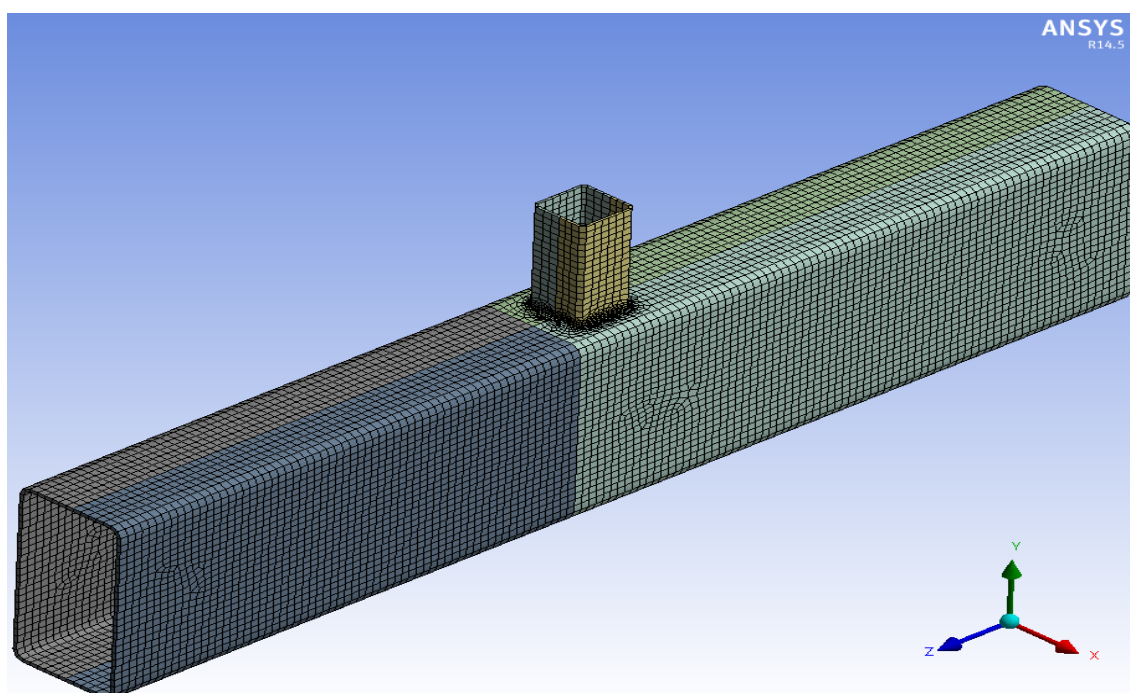


Fig. 5.31. Modelo 1. Mallado de la unión en T de perfiles tubulares

Se aplica un refinado de la malla en los ejes que representan la unión de ambos miembros, este refinado se introduce mediante el factor 1, 2 ó 3, siendo 3 el más preciso y por tanto, el empleado (Fig. 5.32). De esta manera, los resultados obtenidos tendrán la precisión requerida, habiendo más elementos en la zona de la malla que más lo requiere (las inmediaciones a los ejes de la unión), ya que son los que sustituyen a la soldadura.

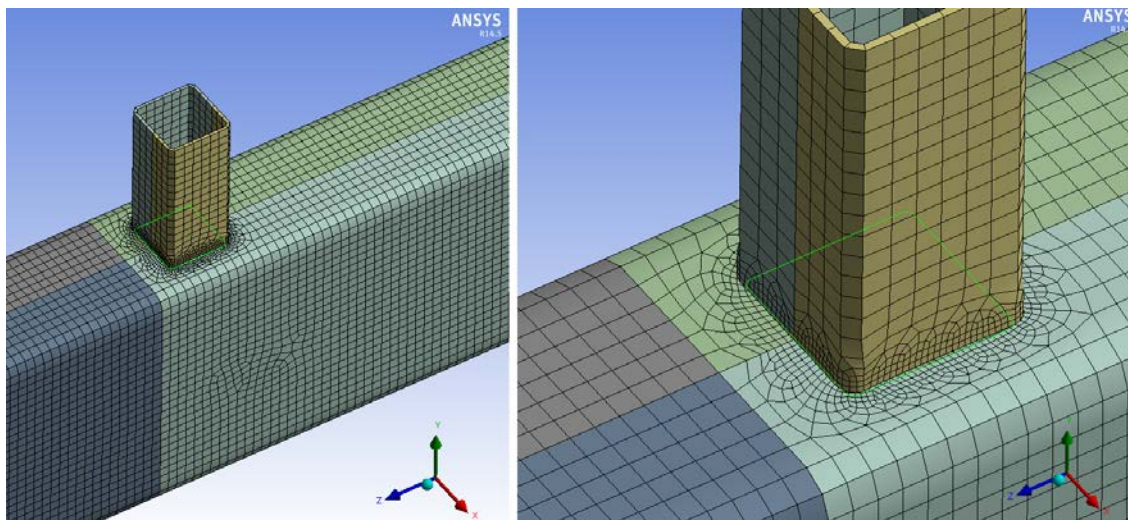


Fig. 5.32. Modelo 1. Refinado de la malla de la unión en T de perfiles tubulares

5.4.4.3 Modelo 2

En el Modelo 2 se ha realizado un mallado en los miembros cordón y montante mediante el empleo del método de mallado *multizone*, que generan cubos homogéneos de un tamaño determinado, y otorga una gran continuidad y calidad a la malla; este método está disponible en los recursos de ANSYS. Se han diferenciado dos zonas (Fig. 5.33), en la zona A, de color violeta, se aplica el mismo tamaño de elemento a todos los cuerpos. En la zona B se aplica un tamaño de elemento que va variando longitudinalmente en el eje Z, con un factor de crecimiento igual a 3, y en el que se pueden introducir el número de divisiones deseado. El número de divisiones varía hasta que los elementos de la primera división alcanzan un tamaño igual al de los elementos de la zona A. Por ejemplo, para un tamaño de elemento de 3 mm en la zona A, se aplican 40 divisiones en el eje longitudinal de la zona B, mientras que, para un tamaño de elemento de 15 mm en la zona A, se aplican 30 divisiones en el eje longitudinal de la zona B.

El estudio de convergencia (Fig. 5.34) radica en determinar el tamaño adecuado de los elementos que conforman la región A y la variación del número de divisiones de la región B. La malla de la unión en T de perfiles tubulares se obtiene a partir del estudio del desplazamiento máximo en el eje global Y, sobre el cordón a 20 mm en el eje Z de la cara del montante, es decir, el desplazamiento u correspondiente al que mediría una galga en el ensayo experimental. Este estudio se realiza con la unión apoyada en la base sin el plato de elementos sólidos.

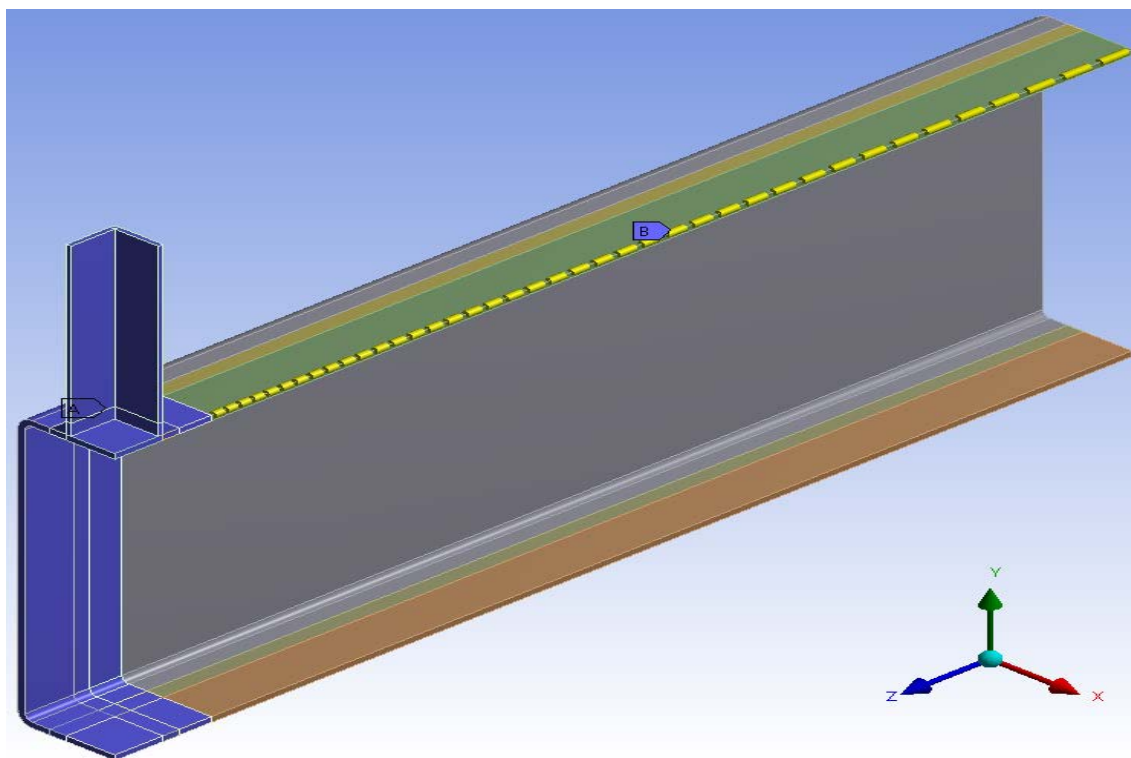


Fig. 5.33. Modelo 2. Métodos de mallado de la unión en T de perfiles tubulares. Zonas A y B.

Se realiza también, un estudio de convergencia cuando se aplica el plato de elementos sólidos, para ver la posible influencia de este sobre el mallado y obtener conclusiones precisas. (Fig. 5.35).

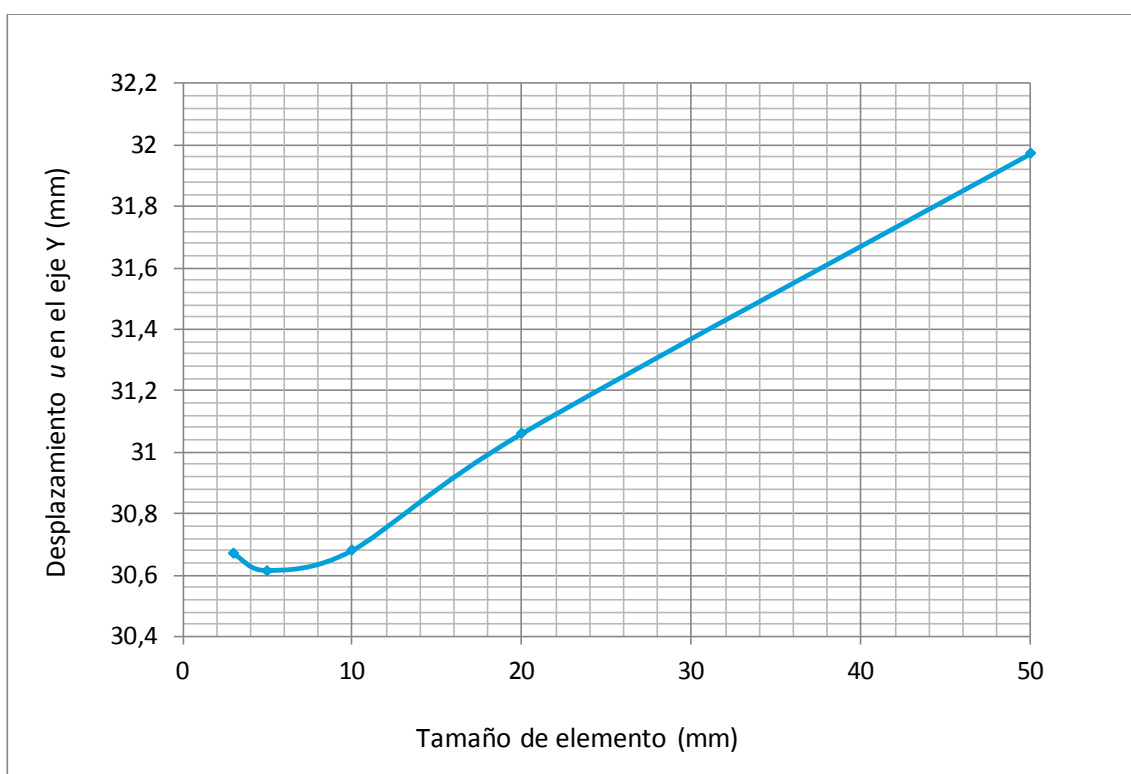


Fig. 5.34. Modelo 2. Curva desplazamiento u del eje Y- tamaño de elementos (sin plato)

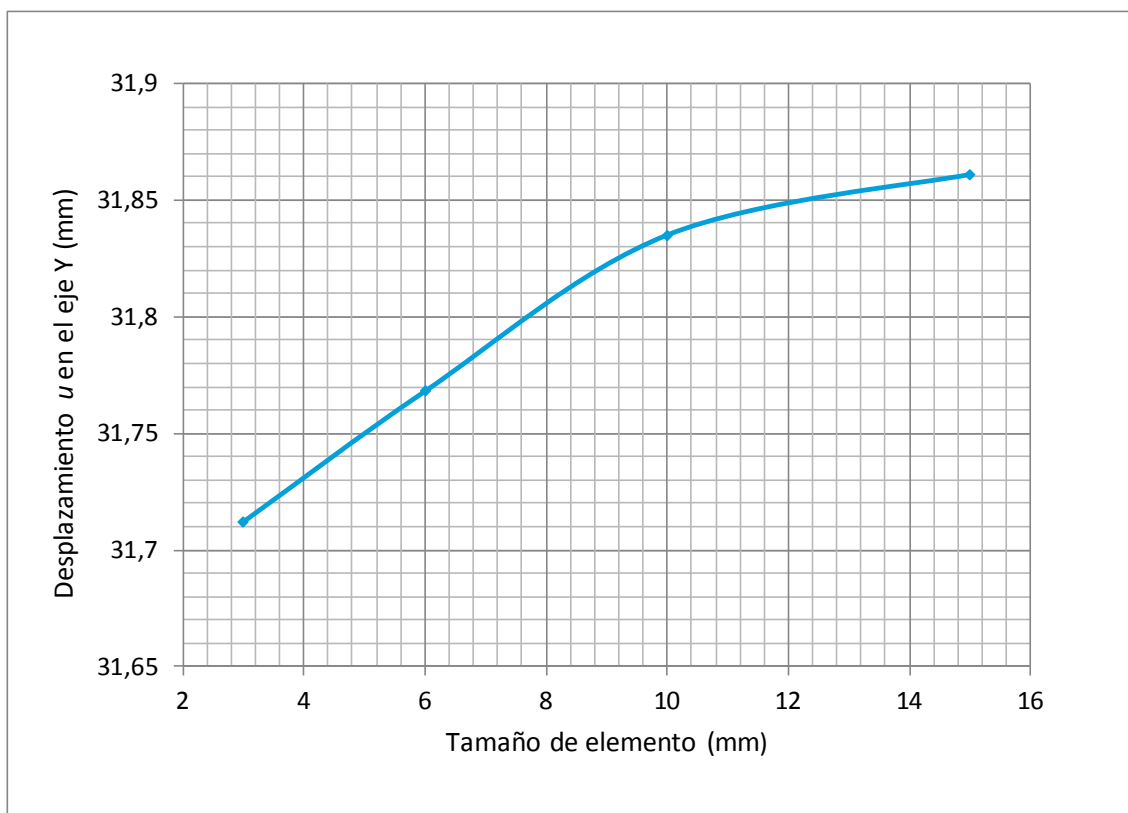


Fig. 5.35. Modelo 2. Curva desplazamiento u del eje Y- tamaño de elementos (con plato)

En el primer estudio se observa que el valor de la deformación no presenta una convergencia clara para un tamaño de elementos menor a 10 mm. Al aplicar el plato de elementos sólidos, el modelo genera problemas de convergencia para un tamaño de elementos mayor a 15 mm y menor a 3 mm en la región A.

Se adopta por tanto, un tamaño de elementos de 3 mm en la región A, acorde a la bibliografía, y 40 divisiones con un factor de 3 en la región B. Este tamaño de elementos proporciona resultados con un alto porcentaje de fiabilidad y un coste computacional de tiempo y memoria asumibles.

Para completar el mallado, se aplican diferentes capas de elementos sólidos a través del espesor de la chapa de los perfiles tubulares en base a los estudios realizados por Choo *et al.* [8]. De manera que, se emplean cuatro capas de elementos sólidos si $(b_0/t_0 \leq 20$ en el cordón y $b_1/t_1 \leq 20$ en el montante), mientras que se emplean dos capas de elementos sólidos si $(b_0/t_0 > 20$ en el cordón y $b_1/t_1 > 20$ en el montante). Esta técnica se emplea para proporcionar una simulación satisfactoria ante la posible no-linealidad en la dirección del espesor de los perfiles tubulares (izquierda de la Fig. 5.36). El mallado correspondiente a los dos tipos de soldadura que se van a emplear en este modelo se observa en la (Fig. 5.36). El mallado del plato de elementos sólidos se realiza mediante el método *multizone* y un tamaño de elementos igual a 12 mm, asegurando la convergencia del modelo y buenos resultados con un coste computacional aceptable.

Finalmente en la Fig. 5.37 se aprecia un mallado en 3D de la unión en T de perfiles tubulares para el Modelo 2.

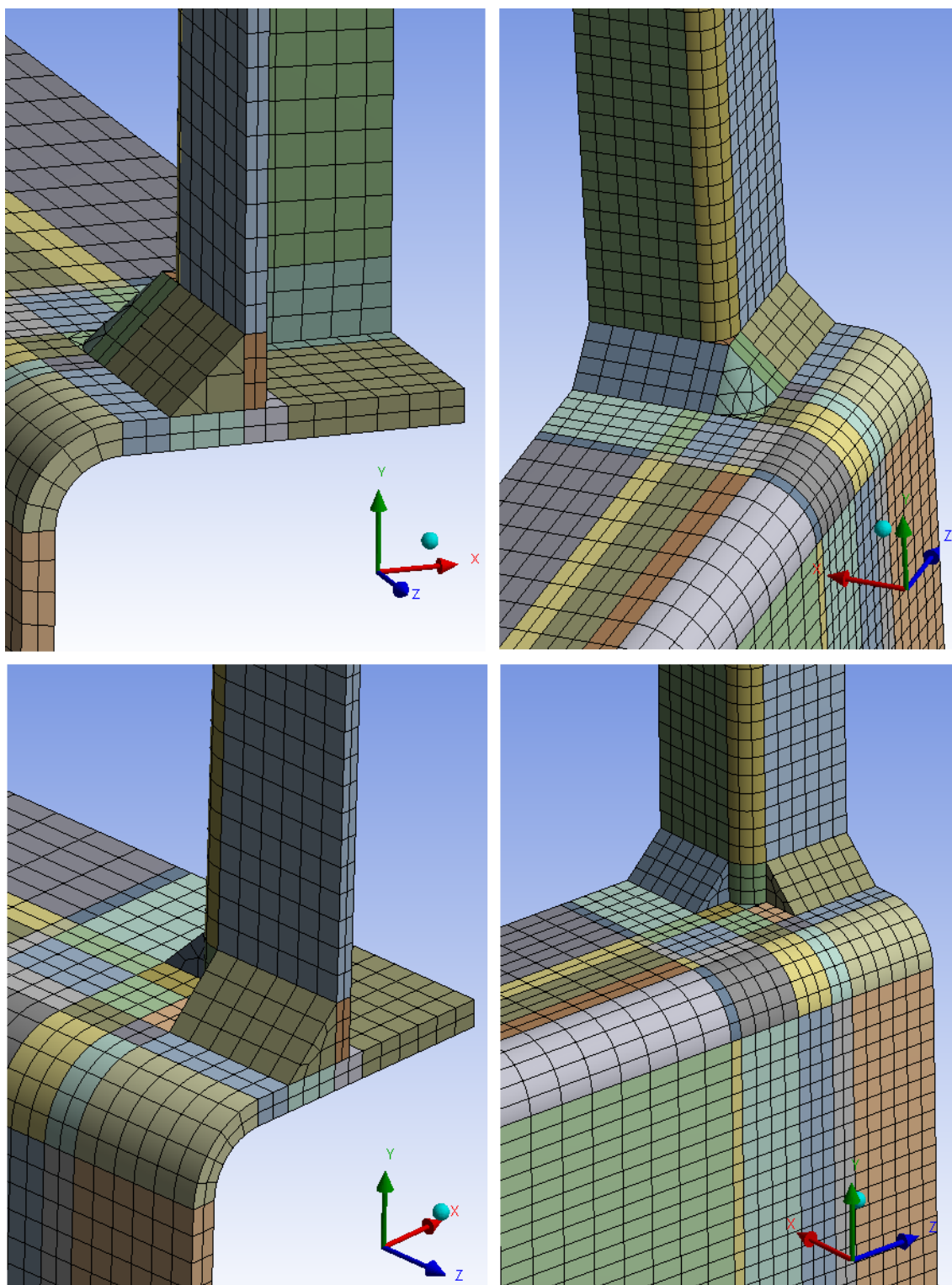


Fig. 5.36. Modelo 2. Detalles de las capas de elementos sólidos en las chapas de los tubos y soldaduras

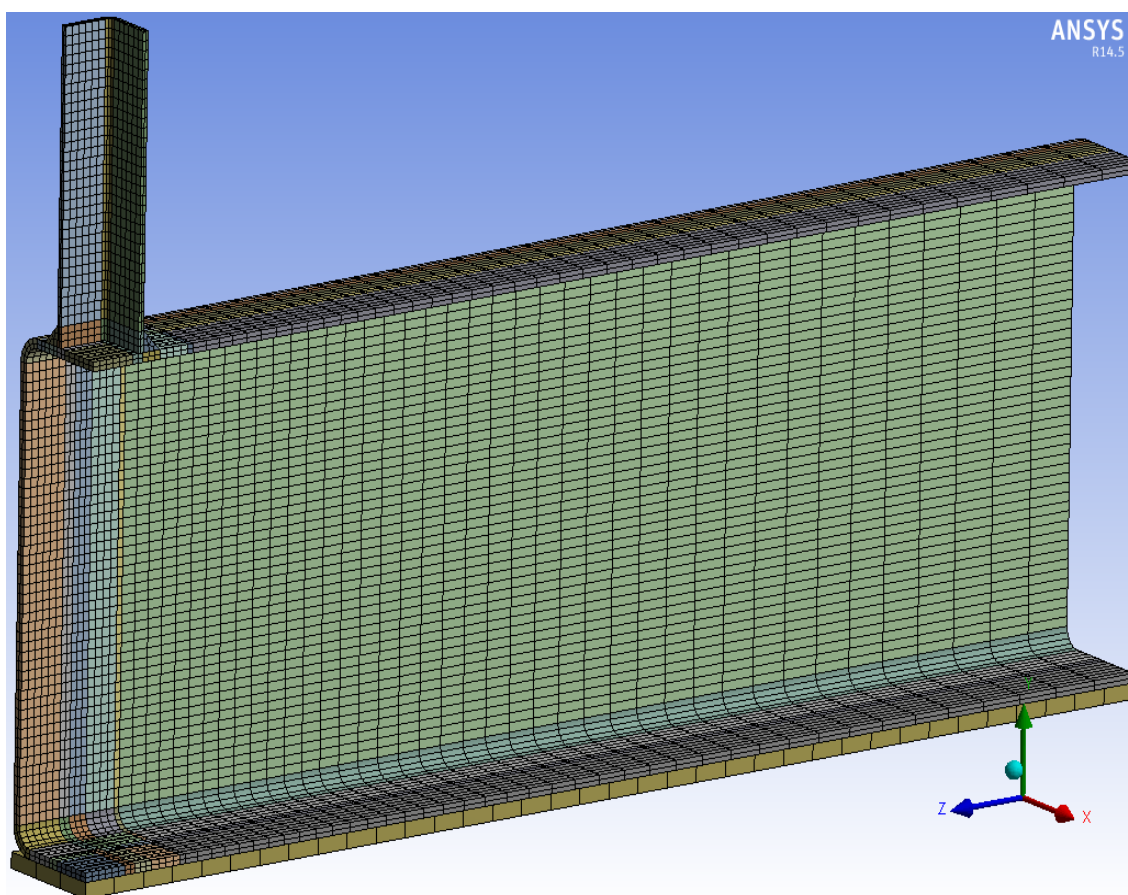


Fig. 5.37. Modelo 2. Mallado de la unión en T de perfiles tubulares

5.4.4.4 Modelo 3

En el Modelo 3 se ha empleado el método de mallado *multizone* en el miembro cordón y en la mayoría de los cuerpos que conforman el montante. La disposición y geometría de la soldadura hacen imposible el empleo de este método en todos los cuerpos del modelo, ya que, genera problemas de mallado al tener la malla poca calidad. Por ello aparecen zonas (soldadura exterior a lo largo de h_1) con elementos tetraédricos.

En este modelo no se ha realizado un estudio de convergencia, ya que al ser la longitud de los miembros de 12 y 10 cm. cuando se aplica la simetría, se opta por no aplicar un número de divisiones con factor de crecimiento en los ejes longitudinales. Por la misma causa y para evitar problemas de convergencia en el modelo, se le aplica un tamaño de 2 mm a todos los elementos que confeccionan la malla. Esto no supone un gran gasto computacional añadido, puesto que las dimensiones de los miembros son reducidas en comparación al Modelo 2. Además, si se observa el modelo numérico desarrollado por Feng y Young [11] se deduce que la malla propuesta en ANSYS puede ser de mayor calidad incluso, al emplearse elementos más pequeños y dar una continuidad adecuada.

Para completar el mallado, se aplican diferentes capas de elementos sólidos a través del espesor de la chapa de los perfiles tubulares en base a los estudios realizados por Choo *et al.* [8] y expuestos anteriormente (Fig. 5.38). El mallado correspondiente a los dos tipos de soldadura que se van a emplear en este modelo se observa en la (Fig. 5.38). El mallado del plato de elementos sólidos se realiza mediante el método *multizone* y un tamaño de elementos igual a 12 mm, asegurando la convergencia del modelo y buenos resultados con un coste computacional aceptable.

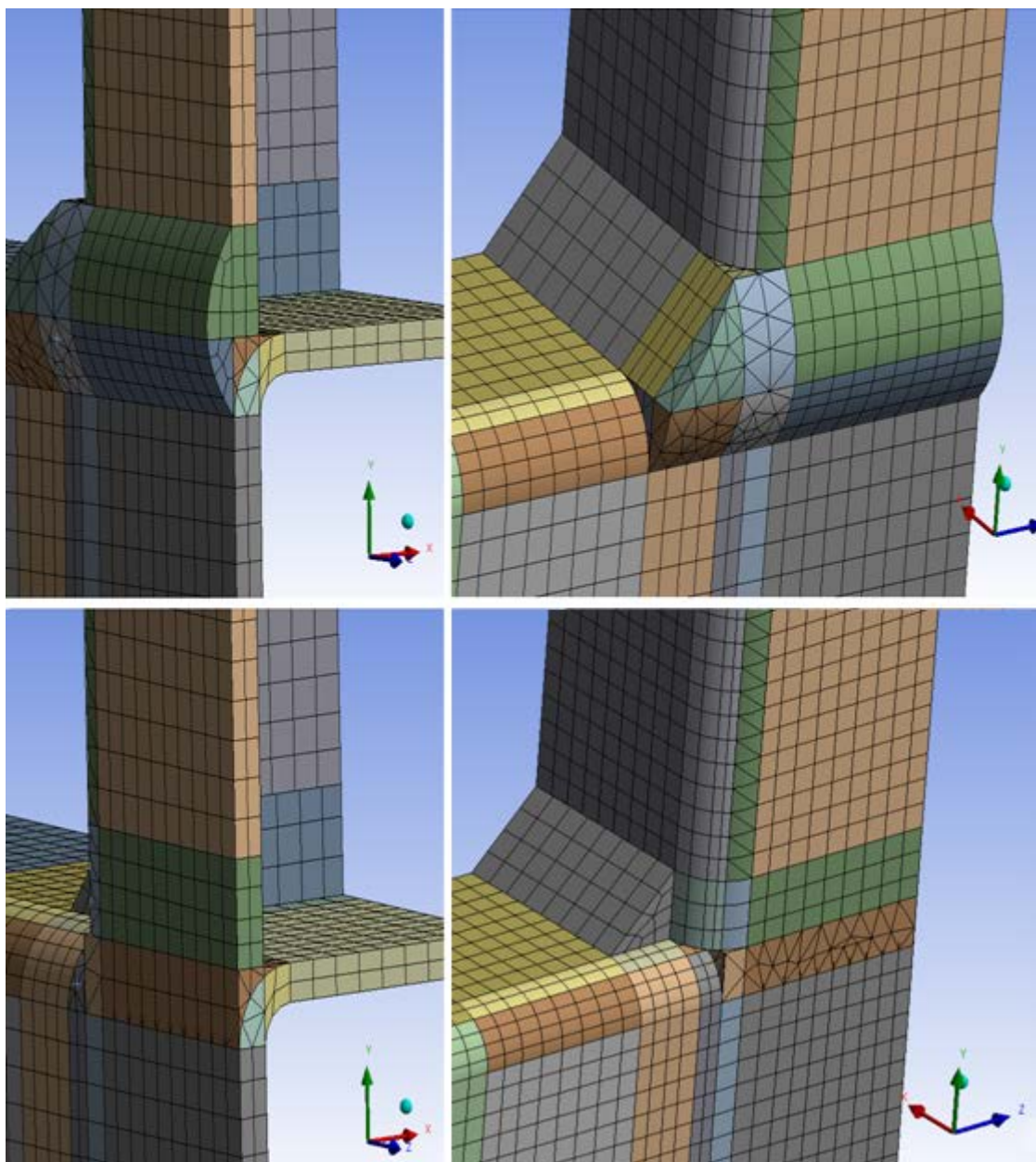


Fig. 5.38. Modelo 3. Detalles de las capas de elementos sólidos en las chapas de los tubos y soldaduras

Finalmente en la Fig. 5.39 se aprecia un mallado en 3D de la unión en T de perfiles tubulares para el Modelo 3.

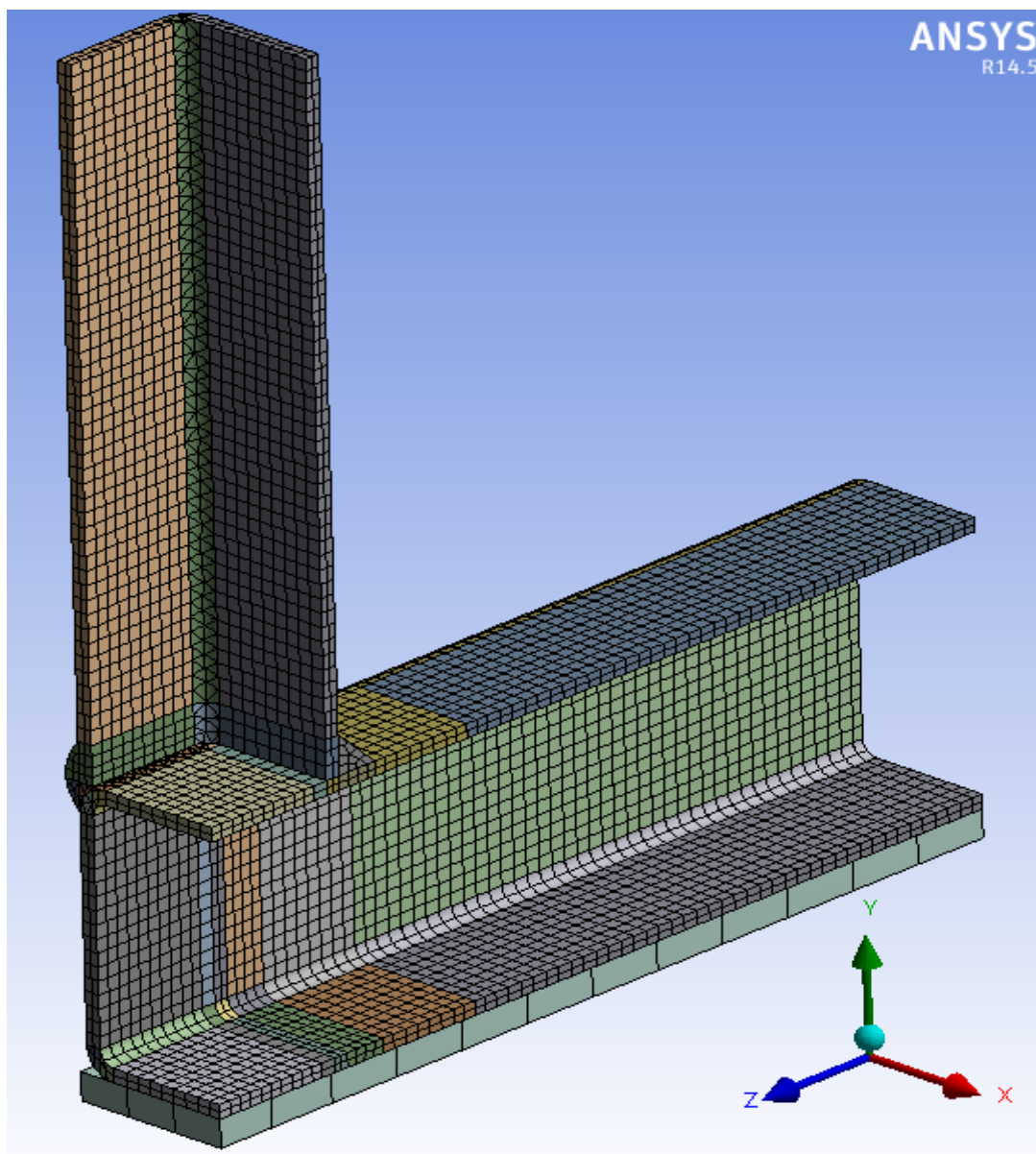


Fig. 5.39. Modelo 3. Mallado de la unión en T de perfiles tubulares

5.4.5 Modelado de imperfecciones geométricas

5.4.5.1 Introducción

La mayoría de los miembros estructurales de perfiles tubulares, laminados en caliente o conformados en frío, no se pueden considerar conformados por placas perfectamente planas, ya que estos, presentan imperfecciones geométricas iniciales, debidas principalmente a los procesos de acabado o al transporte. De manera que existen irregularidades que pueden afectar significativamente a la respuesta estructural, y que por tanto, conviene modelizar.

La medición de las imperfecciones geométricas se puede llevar a cabo mediante un dispositivo de medida 3D, mediante el cual podemos obtener con gran precisión cuál es la geometría inicial real de cada miembro.

En los estudios realizados por Feng y Young (2013) [12], se habla de la importancia de modelizar las imperfecciones geométricas usando modos críticos de pandeo, ya que, se observa experimentalmente que en los ensayos realizados a columnas de perfiles tubulares, los miembros siempre se flexionan hacia la cara que posee más imperfecciones geométricas.

5.4.5.2 Normativa y modelado

El anejo C de la norma EN 1993-1-5 [26] contempla la utilización de imperfecciones geométricas para la correcta elaboración de un modelo numérico para vigas y perfiles de chapa metálica.

Existen 2 maneras de implementar en un modelo de elementos finitos este tipo de imperfecciones:

- 1) Utilizando la deformada inicial exacta de los perfiles tubulares e introduciéndola en el modelo.
- 2) Utilizando los modos críticos de pandeo, e implementando la forma de dichos modos en la geometría inicial, donde la amplitud viene determinada por el 80% de la tolerancia de fabricación. Para obtener dichos modos de pandeo, en primer lugar es preciso realizar un análisis de estabilidad lineal, que nos proporcione las cargas críticas y los modos críticos de fallo. Posteriormente se implementa en la geometría inicial del análisis no lineal, la geometría correspondiente al primer modo de pandeo, con una amplitud regulable, ajustada lo máximo posible al comportamiento real de la estructura, en concordancia con lo establecido en la norma.

En los modelos desarrollados en este proyecto, no se requerirá la modelización de las imperfecciones geométricas. Debido a la disposición de la unión y al tipo de sollicitación del ensayo, aparecen modos de fallo claramente definidos cuando $\beta < 1$ y cuando $\beta = 1$, por lo que introducir un modo crítico de pandeo no es necesario. Por otro lado, no se han encontrado precedentes en la bibliografía que indiquen la necesidad de implementar imperfecciones geométricas en una unión en T de perfiles tubulares. En 2011 el Departamento de Ingeniería de la Construcción de la Politécnica de Cataluña realizó un estudio sobre el comportamiento estructural de perfiles tubulares de acero inoxidable [68], conformando que el efecto de las imperfecciones geométricas era muy pequeño.

5.4.6 Modelado de tensiones residuales

5.4.6.1 Introducción

Las imperfecciones estructurales deben ser definidas en forma de tensiones residuales. Éstas son tensiones que aparecen en los elementos que conforman una estructura sin que ésta esté sometida a ninguna carga. Las tensiones residuales provienen de distintos orígenes, siendo los más usuales los derivados del proceso de fabricación, como fundición, conformado en frío o soldadura, entre otros.

Los principales defectos de soldadura se aprecian en la Fig. 5.40 extraída de la Guía de diseño para perfiles tubulares de CIDECT [3, 4]. La complicación adicional que se presenta en estas imperfecciones es la necesidad de ensayos generalmente destructivos para determinar su magnitud. Ya que el empleo de ensayos no destructivos, tales como la difracción de rayos-X o neutrones, solo son adecuados para medir las tensiones cercanas a la superficie exterior de las secciones transversales.

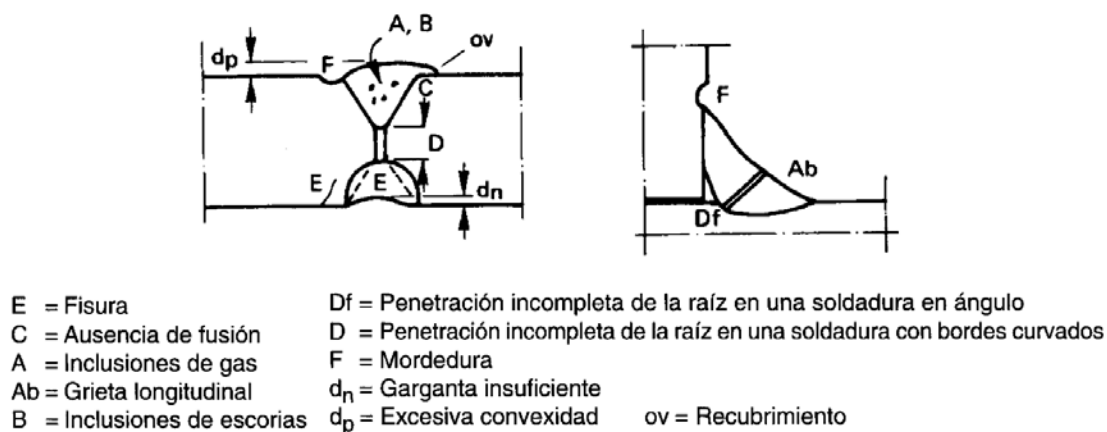


Fig. 5.40. Principales defectos de soldaduras [3]

5.4.6.2 Normativa y modelado

La norma EN 1993-1-5 [26] hace referencia a la necesidad de implementar las tensiones residuales en la construcción de un modelo numérico, pero ni en la propia normativa europea ni en ninguna española de estructuras metálicas, se propone una distribución de tensiones residuales para el modelado de una unión de perfiles tubulares.

Según CIDECT [3, 5], aparecen las tensiones residuales como esfuerzos de contracción producidos por el enfriamiento de la soldadura. Enumerando, los parámetros de los que dependen las tensiones residuales en función de la soldadura, tales como el espesor, el número de pasadas, el ángulo de inclinación, la secuencia de soldeo o el método de soldadura empleado. Pero no se dan recomendaciones específicas, de modo que, el ingeniero está limitado a reducir las deformaciones, dando lugar a tensiones residuales mayores, o bien, a reducir las tensiones residuales, lo cual, aumenta las contracciones. De esta manera, recae en la capacidad de diseño del ingeniero encontrar el perfil de tensiones adecuado para implementarlo como tensiones residuales.

Para el presente proyecto, se seguirán las observaciones de Kato y Nishiyama [35], los cuales realizaron estudios sobre la resistencia estática de la soldadura de uniones en T de perfiles tubulares de acero al carbono, donde compararon los esfuerzos producidos en perfiles tubulares (RHS) de acero al carbono, obtenidos de miembros que tenían las tensiones residuales aliviadas, con los esfuerzos de perfiles tubulares de igual geometría y dimensiones que los anteriores, pero conformados en frío. Concluyendo que el efecto del trabajo en frío y las tensiones residuales en la unión, eran despreciables.

5.4.7 Modelado del material

5.4.7.1 Introducción

Los principales materiales empleados en los ensayos Feng y Young [9], y por lo tanto para el modelo, son aceros inoxidables conformados en frío, concretamente los aceros inoxidables Dúplex (EN 1.4462), high strength austenitic (HSA) y AISI 304 (EN 1.4301).

El comportamiento tenso-deformacional del acero inoxidable difiere del comportamiento del acero al carbono, sobre todo en la curva tensión-deformación. Mientras que el acero al carbono muestra un comportamiento lineal hasta su límite elástico y una zona plana antes del endurecimiento por deformación, el acero inoxidable presenta una curva más redondeada, no lineal desde niveles de carga pequeños, sin límite elástico claramente definido. Por ello, el límite elástico de los aceros inoxidables se expresa determinando la tensión para un valor de deformación remanente determinado, convencionalmente la deformación de 0,2%. En la Fig. 5.41 se pueden observar diferentes curvas de aceros inoxidables extraídas de Euro Inox y Steel Construction Institute (2006) [27].

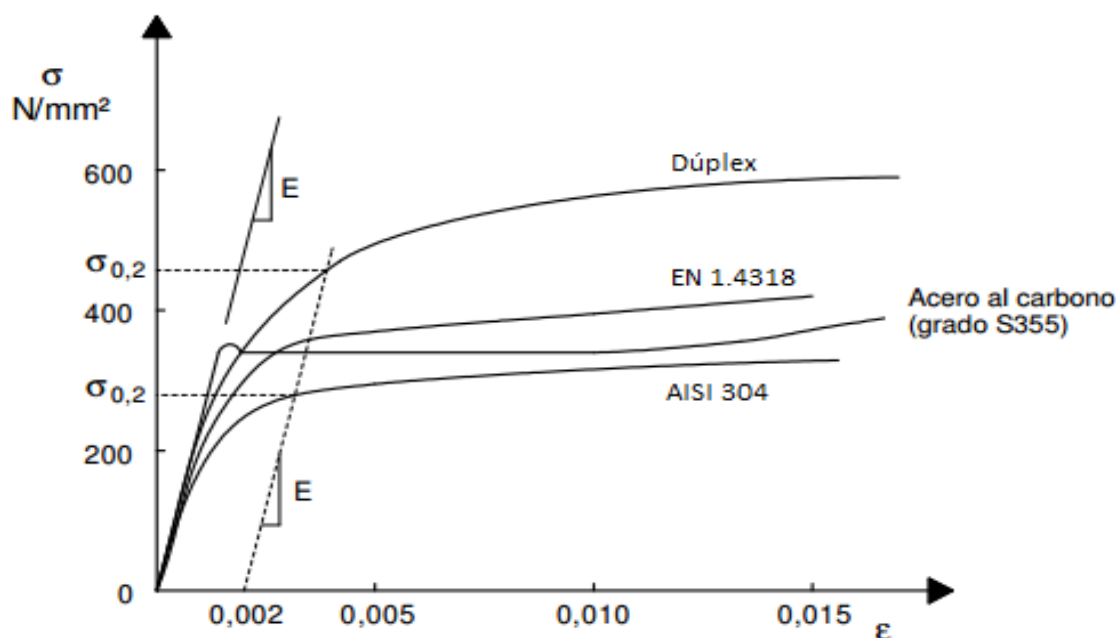


Fig. 5.41. Curvas tensión-deformación de diferentes aceros [27]

5.4.7.2 Curvas tensión-deformación

Las curvas nominales de tensión-deformación de los distintos aceros las obtuvieron Zhou y Young [28] mediante ensayos de probetas a tracción extraídas de perfiles tubulares con diferentes dimensiones y geometrías. Estas probetas cumplían las especificaciones de la normativa American Society for Testing and Materials [40] y la normativa australiana AS-1391 [41].

Estas curvas se determinaron usando cargas estáticas próximas al límite de proporcionalidad y a la tensión última a tracción del material, de esta manera se permite la mitigación del esfuerzo asociado a la plastificación. Los parámetros más importantes para la obtención de estas curvas son el módulo de Young (E), el límite de proporcionalidad de esfuerzo (σ_p), la tensión estática de fluencia (σ_y) que se tomó al 0.1% ($\sigma_{0.1}$), 0.2% ($\sigma_{0.2}$), 0.5% ($\sigma_{0.5}$) y 1% (σ_1) de la tensión de prueba, la tensión última a tracción (σ_u) y el alargamiento después de la fractura (ε_f), el cual se basó en una longitud de galga de 50 mm. Estos parámetros quedan recogidos en la Tabla 5.2 para los tres tipos de aceros inoxidables, y con diferentes dimensiones de perfiles tubulares.

Tabla 5.2 Propiedades del material para perfiles tubulares de acero inoxidable [9]

Section ($h \times b \times t$)	Type	E (GPa)	σ_p (MPa)	$\sigma_{0.1}$ (MPa)	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	$\sigma_{0.5}$ (MPa)	$\sigma_{1.0}$ (MPa)	σ_u (MPa)	ε_f (%)
40 × 40 × 2	Duplex	216	164	633	707	748	780	827	29
50 × 50 × 1.5	Duplex	200	182	574	622	662	679	770	37
140 × 80 × 3	Duplex	212	199	474	486	518	537	736	47
160 × 80 × 3	Duplex	208	167	481	536	570	595	766	40
150 × 150 × 3	HSA	189	155	380	448	492	503	699	52
150 × 150 × 6	HSA	194	147	393	497	541	561	761	52
200 × 110 × 4	HSA	200	150	403	503	567	568	961	36
40 × 40 × 2	AISI 304	194	140	411	447	476	491	704	61
40 × 40 × 4	AISI 304	196	140	494	565	624	638	725	52
80 × 80 × 2	AISI 304	201	120	360	398	426	438	608	59
100 × 50 × 2	AISI 304	198	160	299	320	341	356	635	72
100 × 50 × 4	AISI 304	195	140	350	378	404	415	603	60
120 × 60 × 4	AISI 304	200	140	364	392	419	433	696	62

5.4.7.3 Estudio de modelos para el material

Pese a que los autores aportan los parámetros necesarios para representar las curvas tensión-deformación, en la bibliografía no se han encontrado representaciones gráficas de las estas curvas y tampoco una orientación exacta de cómo reproducirlas gráficamente. Por lo que, para la implementación y representación gráfica de las curvas de los materiales se ha hecho un estudio en función de los diferentes modelos materiales existentes que representan el comportamiento tenso-deformacional no lineal del acero inoxidable partiendo de la ley de Ramberg-Osgood.

Algunos de estos modelos ya se encuentran en las normativas europeas, americanas y australianas. Todos ellos, con diferentes grados de complejidad y limitaciones, se basan en un número de parámetros materiales obtenidos generalmente de ensayos experimentales, por lo que los datos aportados en la Tabla 5.2 son fundamentales para la obtención de las curvas de tensión-deformación. Los principales modelos materiales desarrollados para los aceros inoxidables son:

- Modelo de Ramberg y Osgood (1943)

El modelo no lineal original [18] fue desarrollado para aleaciones de aluminio pero demostró ser adecuado para el acero inoxidable y otros materiales metálicos.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + K \left(\frac{\sigma}{E_0} \right)^n. \quad (5.4)$$

- Modificación de Hill (1944)

Durante el desarrollo del modelo de Ramberg-Osgood para el acero inoxidable, se propuso que el límite elástico fuera la tensión nominal correspondiente a una deformación remanente del 0,2% [43].

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2}} \right)^n, \quad (5.5)$$

donde:

- ε es la deformación en un punto (‰)
- σ es la tensión en un punto (MPa)
- E_0 es el módulo de Young inicial (MPa)
- n es el parámetro de no-linealidad, y del material de Ramberg-Osgood, se calcula del límite proporcional al 0,01%

$$n = \frac{\ln(20)}{\ln(\sigma_{0,2}/\sigma_{0,01})}. \quad (5.6)$$

Este modelo está incluido en las normas AS/NZS 4373:2001 [44], Eurocódigo 3 parte 1-4 [45] y SEI/ASCE [46]. Se presentan también las expresiones correspondientes a los módulos secante y tangente, empleados en la determinación de las flechas.

$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{E_0}{1 + 0,002 n E_0 (\sigma^{n-1} / \sigma_{0,2}^n)}, \quad (5.7)$$

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{E_0}{\sigma_{0,2} + 0,002 n E_0 (\sigma / \sigma_{0,2})^{n-1}}. \quad (5.8)$$

- Modelo Mirambell y Real (2000)

Este nuevo modelo [47] desarrollado a partir de la formulación de Ramberg-Osgood incluye también el efecto del endurecimiento por deformación y es capaz de describir el comportamiento del material con mayor precisión para deformaciones mayores que 0,2%. Introduce una nueva curva Ramberg-Osgood con origen en la tensión nominal y continúa con el mismo módulo tangente pero con un parámetro de no linealidad diferente, llamado (m) en este caso.

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E_0} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2}} \right)^n & \text{para } \sigma \leq \sigma_{0,2} \\ \frac{\sigma - \sigma_{0,2}}{E_{0,2}} + \varepsilon^* \left(\frac{\sigma - \sigma_{0,2}}{\sigma_u - \sigma_{0,2}} \right)^m + \varepsilon_{0,2} & \text{para } \sigma > \sigma_{0,2} \end{cases}, \quad (5.9)$$

donde,

$$\varepsilon^* = (\varepsilon_u - \varepsilon_{0,2}) - \frac{\sigma_u - \sigma_{0,2}}{E_{0,2}}, \quad (5.10)$$

σ_u es el valor de tensión última (MPa)

ε_u es el valor de deformación correspondiente a la tensión última (‰)

la deformación 0,2% es:

$$\varepsilon_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2}}{E_0} + 0,002 \quad (5.11)$$

y el módulo tangente:

$$E_{0,2} = \frac{E_0}{1 + 0,002 n (E_0 / \sigma_{0,2})}. \quad (5.12)$$

- Modificación de Gardner (2006)

Gardner propuso una nueva modificación del modelo Mirambell y Real, en la que la segunda parte de la curva Ramberg-Osgood pasa por la tensión correspondiente a una deformación remanente del 1,0% en vez de por la tensión última [49]. Esta opción parece ser más conveniente dado que es capaz de incluir el comportamiento a compresión (incluso hasta una deformación del 10%), donde no existe ningún valor último y finalmente, la tensión 1,0% se halla más cercana al área de aplicación del modelo material.

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E_0} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2}} \right)^n & \text{para } \sigma \leq \sigma_{0,2} \\ \frac{\sigma - \sigma_{0,2}}{E_{0,2}} + \left[0,008 - (\sigma_{1,0} - \sigma_{0,2}) \left(\frac{1}{E_{0,2}} - \frac{1}{E_0} \right) \right] \left(\frac{\sigma - \sigma_{0,2}}{\sigma_{1,0} - \sigma_{0,2}} \right)^{n_{0,2}-1,0} + \varepsilon_{0,2} & \text{para } \sigma > \sigma_{0,2} \end{cases} \quad (5.13)$$

El modelo de Gardner reduce el número de parámetros materiales necesarios mediante la propuesta de unos ratios entre las tensiones correspondientes a las deformaciones 1,0% y 0,2% para los diferentes grados de acero, puesto que la diferencia entre la deformación plástica 1,0% y 0,2% es conocida.

- Modelo proporcional

Este modelo consiste en obtener las deformaciones (‰) en función de las tensiones estáticas de fluencia (MPa), tomadas a 0,1% ($\sigma_{0,1}$), 0,2% ($\sigma_{0,2}$), 0,5% ($\sigma_{0,5}$) y 1% (σ_1) de la tensión de prueba, y trazando líneas paralelas al módulo de Young inicial. De manera que:

$$\varepsilon_p = \sigma_p / E_0 \quad \text{deformación correspondiente al límite proporcional,} \quad (5.14)$$

$$\varepsilon_{0,1} = \sigma_{0,1} / E_0 + 0,001, \quad (5.15)$$

$$\varepsilon_{0,2} = \sigma_{0,2} / E_0 + 0,002, \quad (5.16)$$

$$\varepsilon_{0,5} = \sigma_{0,5} / E_0 + 0,005, \quad (5.17)$$

$$\varepsilon_{1,0} = \sigma_{1,0} / E_0 + 0,01. \quad (5.18)$$

Para el presente estudio se usaron los modelos correspondientes a la modificación de Hill del modelo de Ramberg-Osgood, la modificación de Gardner del modelo de Mirambell y Real y el modelo proporcional.

El principal problema reside en que los autores no proporcionan el valor del límite proporcional al 0,01% por lo que no se ha podido determinar numéricamente el valor del parámetro de no-linealidad n . En la En la tabla 4.1 del EC3-1-4 [45] y en la bibliografía se propone el uso de $n=5$ para aceros austeníticos, pero se proporcionan diversos valores de n para el empleo de aceros inoxidables Dúplex, por lo que, se analiza la influencia del parámetro n ajustando las curvas del modelo de Ramberg y Osgood con la modificación de Hill (Fig. 5.42) y del modelo de Gardner (Fig. 5.43), a la curvatura de un acero dúplex estándar como el de la Fig.5.30. Las curvas del material estudiado corresponden a una probeta extraída de un perfil tubular de acero inoxidable Dúplex de sección cuadrada 40 x 40 mm y espesor de chapa de 2 mm.

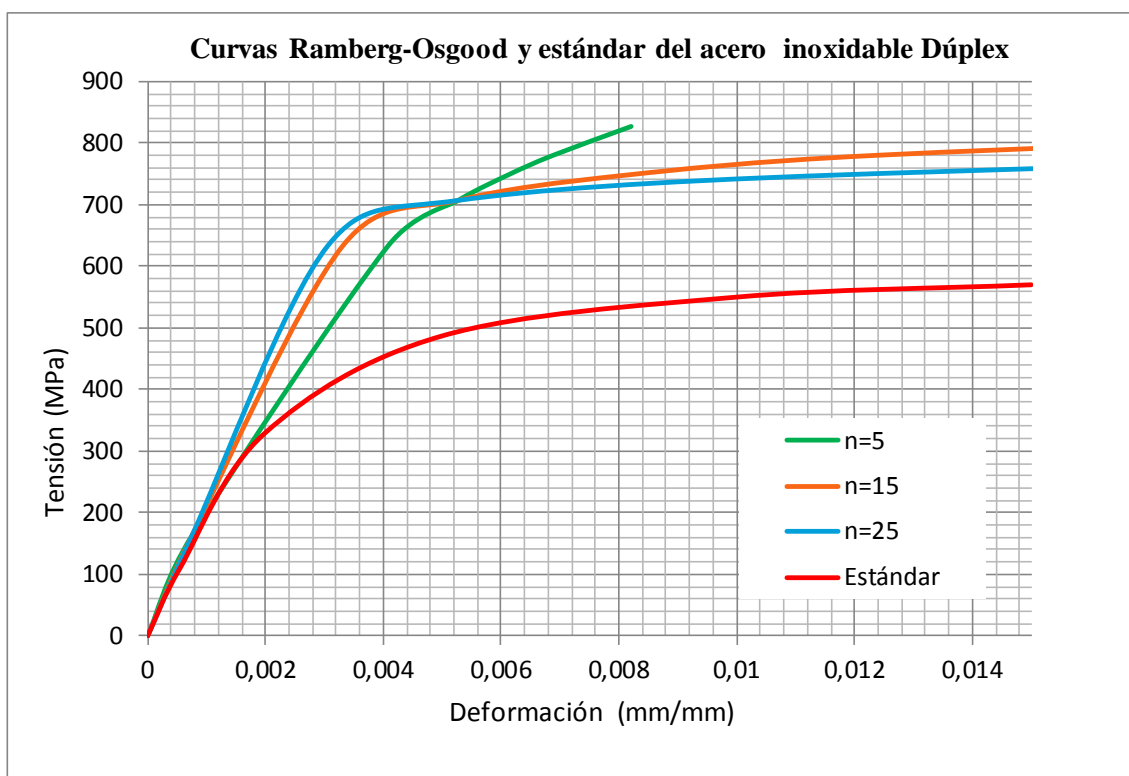


Fig. 5.42. Curvas Ramberg-Osgood y estándar del acero inoxidable Dúplex

Se observa que la curva que más se acerca a la del acero Dúplex estándar se obtiene para un valor de $n=15$. Se hace una comparativa entre los tres modelos elegidos (Fig. 5.44) para determinar el modelo de curva más adecuado. Se observa que las curvas de los 3 modelos propuestos, prácticamente se solapan a partir del límite elástico tomado al 0,2% de deformación remanente.

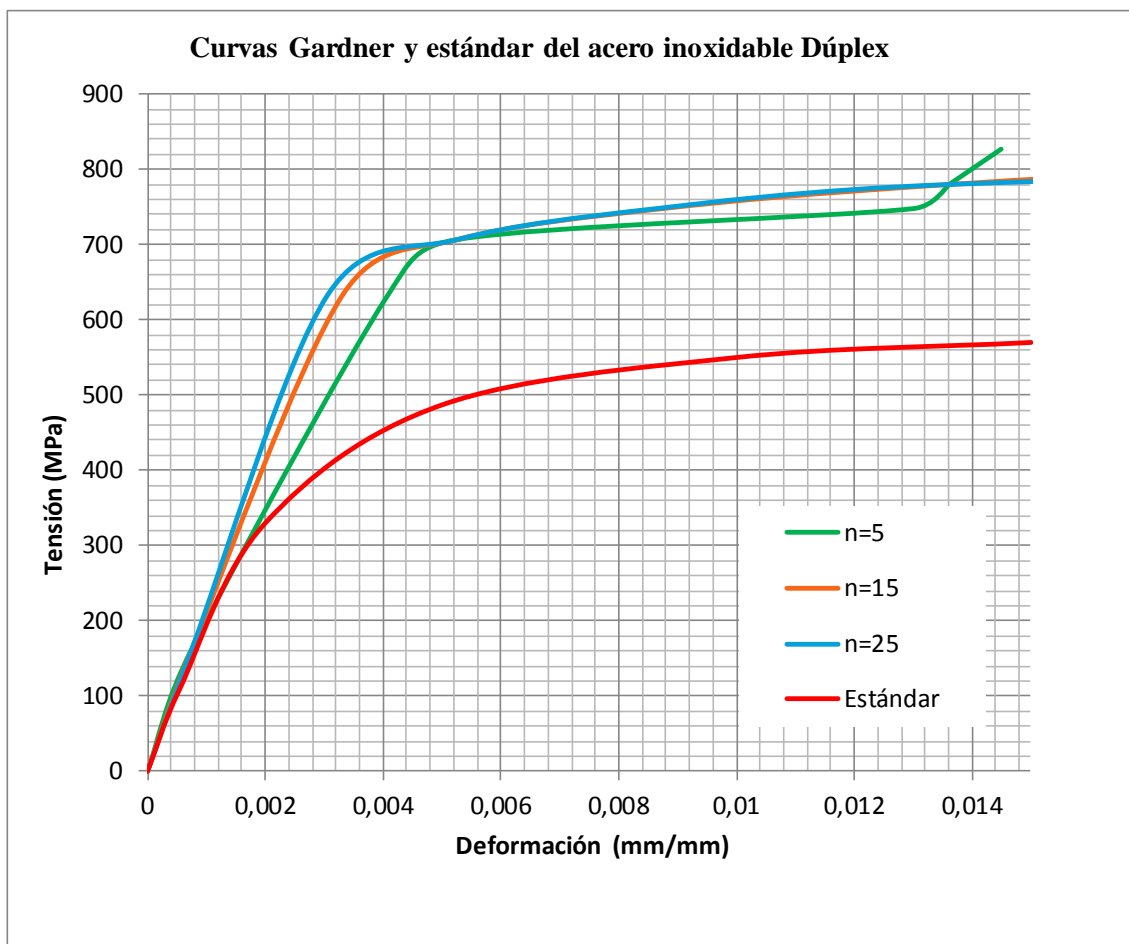


Fig. 5.43. Curvas Gardner y estándar del acero inoxidable Dúplex

Los modelos de Ramberg-Osgood y Gardner tienen la ventaja de proporcionar una deformación efectiva para el valor de tensión última, mientras que con el modelo proporcional esto no es posible. Además, se aprecia que el modelo de Gardner no proporciona una curvatura real y adecuada para valores pequeños del n a partir de una deformación del 0,012, por lo que, se determina el empleo del modelo de Ramberg-Osgood con la modificación de Hill para la representación gráfica de las curvas tensión-deformación y la implementación de los materiales en ANSYS, con un valor de $n=15$ para el acero inoxidable Dúplex y un valor de $n=5$ para los aceros AISI 304 y HSA por ser austeníticos.

Cabe destacar, que el valor del límite elástico presentado en los diferentes modelos de curvas, es superior al de un acero dúplex estándar. Si se comparan los datos proporcionados por Feng y Young [9] en la Tabla 5.2, con los valores característicos de los aceros inoxidables dados por la normativa EN 10088-2 [49] presentados en la Tabla 5.3, se observa que los valores que obtuvieron Feng y Young [9] en los ensayos experimentales están dentro de los márgenes dados por la normativa, para la resistencia mínima correspondiente al 0,2% y la resistencia última a tracción.

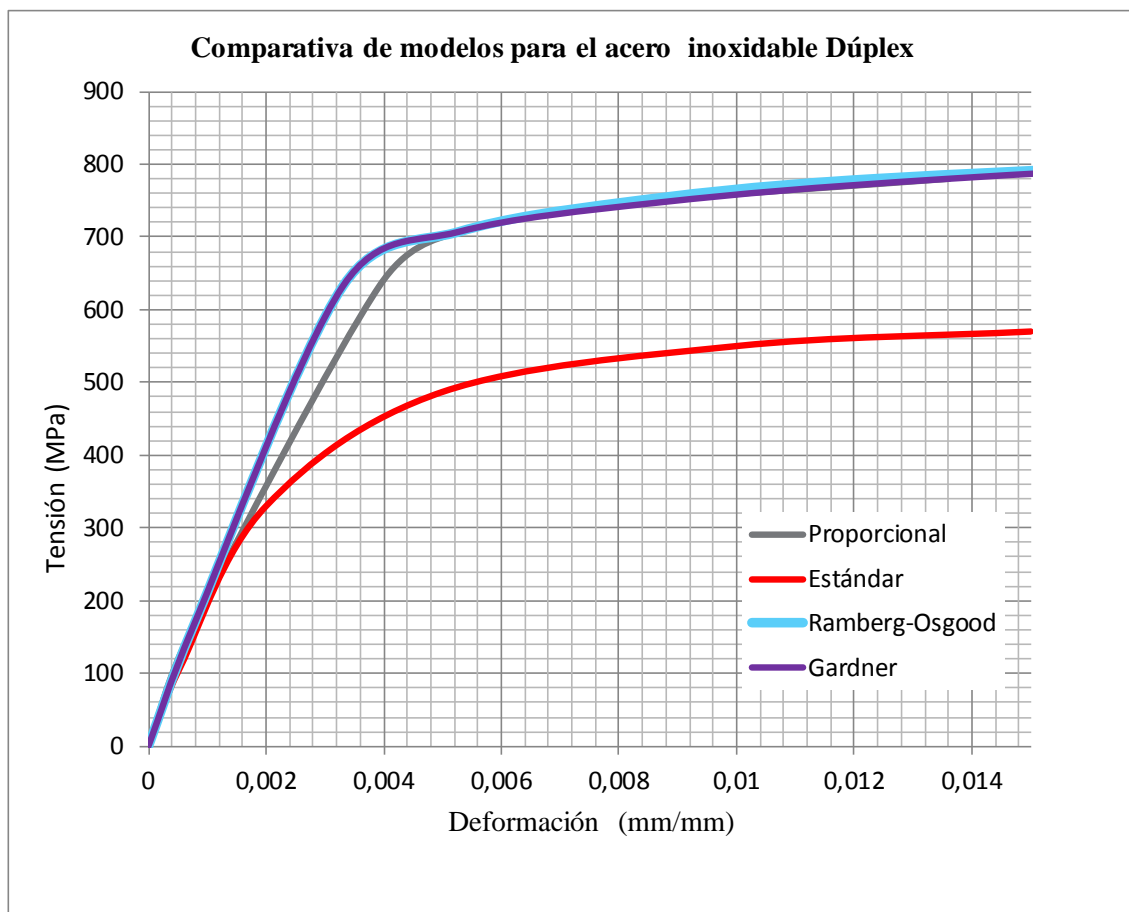


Fig. 5.44. Curvas comparativas de modelos y estándar para el acero inoxidable Dúplex

Se denota también, que la forma de la curva tensión-deformación no es la misma entre los modelos de curvas aportados y el acero dúplex estándar. Esto se debe a la existencia de diversos factores que pueden cambiar la forma de la curva básica de tensión-deformación. En este caso, los materiales usados fueron aceros inoxidables conformados en frío. El trabajo en frío de los aceros inoxidables austeníticos y dúplex aumenta los niveles de resistencia de estos, debido al endurecimiento por deformación, y pueden incluso llegar a doblar su resistencia última a tracción.

Asociada a esta mejora de los niveles de resistencia se produce una reducción de la ductilidad, aunque generalmente tiene poca importancia debido al alto valor inicial de esta. El trabajo en frío aumenta la asimetría en el comportamiento a tracción y compresión y la anisotropía (se obtienen diferentes curvas características tensión-deformación en las direcciones paralela y perpendicular al plano de trabajo en frío, como el laminado).

En la Fig. 5.45 se presentan las curvas tensión-deformación para el acero inoxidable de grado 1.4318 trabajado en frío, extraídas de Euro Inox y Steel Construction Institute [27]. Si se compara con la curva tensión-deformación del acero inoxidable de grado 1.4318 trabajado en frío y sometido a tracción longitudinal (Fig. 5.45), con la curva tensión-deformación del acero inoxidable estándar de la Fig. 5.41, se aprecia un cambio significativo en las propiedades mecánicas del acero inoxidable de grado 1.4318, pudiendo pasar de un límite elástico máximo de 400 MPa a un límite elástico de 600 MPa si se trabaja en frío.

De esta manera se justifica que las curvas tensión-deformación correspondientes a los modelos de Ramberg-Osgood, Gardner y Proporcional de la Fig. 5.44 para un acero inoxidable Dúplex trabajado en frío, presenten diferentes propiedades mecánicas que la curva del el acero inoxidable Dúplex estándar.

Tabla 5.3 Propiedades mecánicas para aceros inoxidables usuales [49]

	Grado	Producto ¹⁾	Espesor máximo (mm)	Mínima resistencia ²⁾ correspondiente al 0.2% (N/mm ²)	Resistencia última a tracción (N/mm ²)	Alargamiento de rotura (%)
Aceros inoxidables austeníticos básicos de cromo y níquel	1.4301	C	8	230	540 – 750	45 ⁽³⁾
		H	13,5	210	520 – 720	45 ⁽³⁾
		P	75	210	520 – 720	45
	1.4307	C	8	220	520 – 700	45
		H	13,5	200	520 – 700	45
		P	75	200	500 – 700	45
Aceros inoxidables austeníticos de molibdeno, cromo y níquel	1.4401	C	8	240	530 – 680	40
		H	13,5	220	530 – 680	40
		P	75	220	520 – 670	45
	1.4404	C	8	240	530 – 680	40
		H	13,5	220	530 – 680	40
		P	75	220	520 – 670	45
Aceros inoxidables austeníticos estabilizados	1.4541	C	8	220	520 – 720	40
		H	13,5	200	520 – 720	40
		P	75	200	500 – 700	40
	1.4571	C	8	240	540 – 690	40
		H	13,5	220	540 – 690	40
		P	75	220	520 – 670	40
Aceros inoxidables austeníticos bajos carbono, altos nitrógeno	1.4318	C	8	350	650 – 850	35
		H	13,5	330	650 – 850	35
		P	75	330	630 – 830	45
	1.4362	C	8	450	650 – 850	20
		H	13,5	400	650 – 850	20
		P	75	400	630 – 800	25
Aceros inoxidables dúplex	1.4462	C	8	500	700 – 950	20
		H	13,5	460	700 – 950	25
		P	75	460	640 – 840	25

Notas:

- 1) C=fleje laminado en frío, H=fleje laminado en caliente, P=chapa laminada en caliente
- 2) Propiedades transversales
- 3) Para material más estirado, los valores mínimos son un 5% más bajos

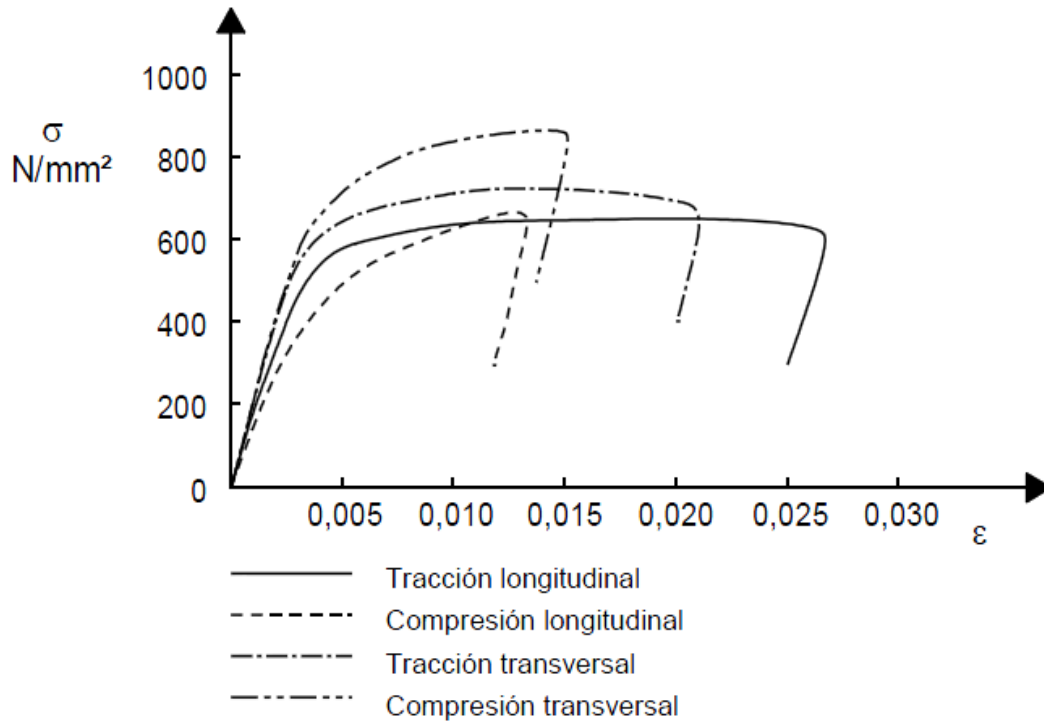


Fig. 5.45. Curvas tensión-deformación para el grado 1.4318 [27]

5.4.7.4 Curva real

El análisis no lineal de elementos finitos incluye grandes plastificaciones, por lo que, las curvas nominales estáticas de tensión-deformación obtenidas mediante ensayos, se han de transformar en curvas reales de tensión-deformación plástica logarítmica. La tensión real (σ_{true}) y deformaciones plásticas logarítmicas (ϵ_{ln}^p) se han obtenido siguiendo las recomendaciones del manual de ANSYS [25]

$$\sigma_{true} = \sigma (1 + \epsilon), \quad (5.19)$$

$$\epsilon_{ln}^p = \ln(1 + \epsilon) - \sigma_{true}/E_0, \quad (5.20)$$

donde E es el módulo de Young inicial, σ y ϵ son las medidas de tensión y deformación nominales, respectivamente.

La parte inicial de la curva tensión deformación se basa en un modelo elástico lineal, dado por ANSYS, hasta el límite proporcional tomado al 0,2% de tensión remanente, determinado por los valores conocidos del módulo de Young inicial (E_0) y el coeficiente de Poisson (ν). La parte no lineal de la curva se basa en un modelo de comportamiento isotrópico, dado por ANSYS, el cual permite introducir de forma tabulada los valores de tensión y deformación reales logarítmicos superiores al límite proporcional al 0,2%.

5.4.8 Modelado de las soldaduras

5.4.8.1 Introducción

El modelado de las soldaduras es imprescindible para el comportamiento adecuado del modelo y la obtención de resultados precisos acorde a los ensayos experimentales. La modelización de los cordones de soldadura dependerá de la geometría de la unión, por lo que habrá que hacer una distinción entre el Modelo 2 ($\beta < 1$) y el Modelo 3 ($\beta = 1$). En la Fig. 5.6 se muestra la geometría y parámetros necesarios el desarrollo de la modelización de las soldaduras. El valor de estos parámetros queda recogido en la Tabla 5.4 y en la Tabla 5.5.

Tabla 5.4 Dimensiones de soldaduras para las uniones soldadas en T de perfiles tubulares de acero [9]

Specimen	Weld (mm)				
	r_1	L_1	w	w'	β
TD-C40 \times 2-B40 \times 2	2.0	97	5.6	8.6	1.00
TD-C50 \times 1.5-B40 \times 2	2.0	100	4.6	—	0.80
TD-C140 \times 3-B40 \times 2	2.0	99	6.3	—	0.50
TD-C140 \times 3-B40 \times 2-R	2.0	98	6.8	—	0.50
TD-C160 \times 3-B40 \times 2	2.0	99	6.7	—	0.50
TD-C50 \times 1.5-B50 \times 1.5	1.5	123	4.7	7.7	1.00
TD-C140 \times 3-B50 \times 1.5	1.5	122	7.1	—	0.62
TD-C140 \times 3-B140 \times 3	6.5	349	7.8	10.3	1.00
TD-C160 \times 3-B160 \times 3	6.0	395	7.8	9.8	1.00
TH-C150 \times 3-B150 \times 3	4.8	371	8.1	10.4	1.00
TH-C110 \times 4-B150 \times 3	4.8	371	8.3	—	0.76
TH-C150 \times 6-B150 \times 6	6.0	366	10.5	13.5	1.00
TH-C150 \times 6-B150 \times 6-R	6.0	366	9.4	15.0	1.00
TH-C110 \times 4-B150 \times 6	6.0	371	8.4	—	0.76
TH-C200 \times 4-B200 \times 4	8.5	493	8.3	14.4	1.00
TN-C40 \times 2-B40 \times 2	2.0	98	5.6	9.4	1.00
TN-C40 \times 4-B40 \times 2	2.0	99	7.5	12.1	1.00
TN-C40 \times 4-B40 \times 4	4.0	99	7.8	11.7	1.00
TN-C80 \times 2-B40 \times 4	4.0	97	7.2	—	0.50
TN-C100 \times 2-B40 \times 4	4.0	98	7.3	—	0.80
TN-C80 \times 2-B80 \times 2	4.0	193	5.8	8.3	1.00
TN-C120 \times 4-B100 \times 4	4.0	248	8.5	—	0.83

El objetivo de una buena soldadura es que el fallo ocurra en los miembros de la unión y no en la soldadura. Los materiales para la unión de los miembros cordón y montante quedan recogidos en las especificaciones de la American Welding Society (AWS) D1.1/D1.1M [7]. Se comprueba que los lados de la soldadura w son mayores que el valor más alto entre $1,5t$ ó 3 mm, donde t es el espesor de pared más pequeño de los dos miembros.

Para los aceros dúplex y HSA se usó el electrodo E2209-17 con límite elástico al 0,2% de 635 MPa, tensión última de 830 MPa y deformación máxima del 25 %. Para el acero AISI 304 se usó el electrodo E308L-17 con límite elástico al 0,2% de 440 MPa, tensión última de 570 MPa y deformación máxima del 37 %.

Tabla 5.5 Dimensiones de r_0 , R_0 , G y electrodos aplicados para las uniones soldadas en T de perfiles tubulares de acero [9]

Specimen	r_0 (mm)	R_0 (mm)	g (mm)	G (mm)	Electrode	
					E2209-17 (mm)	E308L-17 (mm)
TD-C40 × 2-B40 × 2	2.0	4.02	0	0.50	2.5	—
TD-C50 × 1.5-B40 × 2	1.5	3.05	0	—	2.5	—
TD-C140 × 3-B40 × 2	6.5	9.64	0	—	2.5	—
TD-C140 × 3-B40 × 2-R	6.5	9.59	0	—	2.5	—
TD-C160 × 3-B40 × 2	6.0	8.96	0	—	2.5	—
TD-C50 × 1.5-B50 × 1.5	1.5	3.06	0	0.34	2.5	—
TD-C140 × 3-B50 × 1.5	6.5	9.63	0	—	2.5	—
TD-C140 × 3-B140 × 3	6.5	9.65	0	2.00	3.25	—
TD-C160 × 3-B160 × 3	6.0	8.93	0	1.84	3.25	—
TH-C150 × 3-B150 × 3	4.8	7.69	0	1.41	4.0	—
TH-C110 × 4-B150 × 3	8.5	12.51	0	—	4.0	—
TH-C150 × 6-B150 × 6	6.0	11.78	0	1.41	4.0	—
TH-C150 × 6-B150 × 6-R	6.0	11.86	0	1.43	4.0	—
TH-C110 × 4-B150 × 6	8.5	12.55	0	—	4.0	—
TH-C200 × 4-B200 × 4	8.5	12.56	0	2.63	4.0	—
TN-C40 × 2-B40 × 2	2.0	4.02	0	0.47	—	2.0
TN-C40 × 4-B40 × 2	4.0	7.95	0	1.96	—	2.0
TN-C40 × 4-B40 × 4	4.0	7.94	0	0.93	—	2.5
TN-C80 × 2-B40 × 4	4.0	6.02	0	—	—	2.5
TN-C100 × 2-B40 × 4	2.0	4.01	0	—	—	2.5
TN-C80 × 2-B80 × 2	4.0	6.00	0	1.24	—	2.5
TN-C120 × 4-B100 × 4	5.5	9.38	0	—	—	2.5

El programa ANSYS permite la introducción de estos materiales mediante un comportamiento isotrópico bilineal o siguiendo la ley de Ramberg-Osgood. Al existir sólo dos puntos, se opta por introducir el material de forma bilineal mediante el módulo de Young del acero igual a 200 GPa, el límite elástico al 0,2% de la tensión de prueba y el módulo tangente para la tensión última dado por la ecuación (5.8).

5.4.8.2 Modelo 2

El modelado de las soldaduras propuesto para el Modelo 2 se basa en modelos observados en la bibliografía, para realizarlo se generan cuatro *Sketchs* triangulares isósceles rectángulos, cuyo par de catetos iguales tienen de valor w (Fig. 5.46). Estos triángulos se generan en los cuatro planos que unen las caras del montante con la superficie del miembro cordón. Mediante la extrusión de estos *Sketchs*, de longitud igual al ancho y profundidad del montante (sin tener en cuenta los radios de acuerdo), se obtienen los cuatro cordones de soldadura (Fig. 5.47).

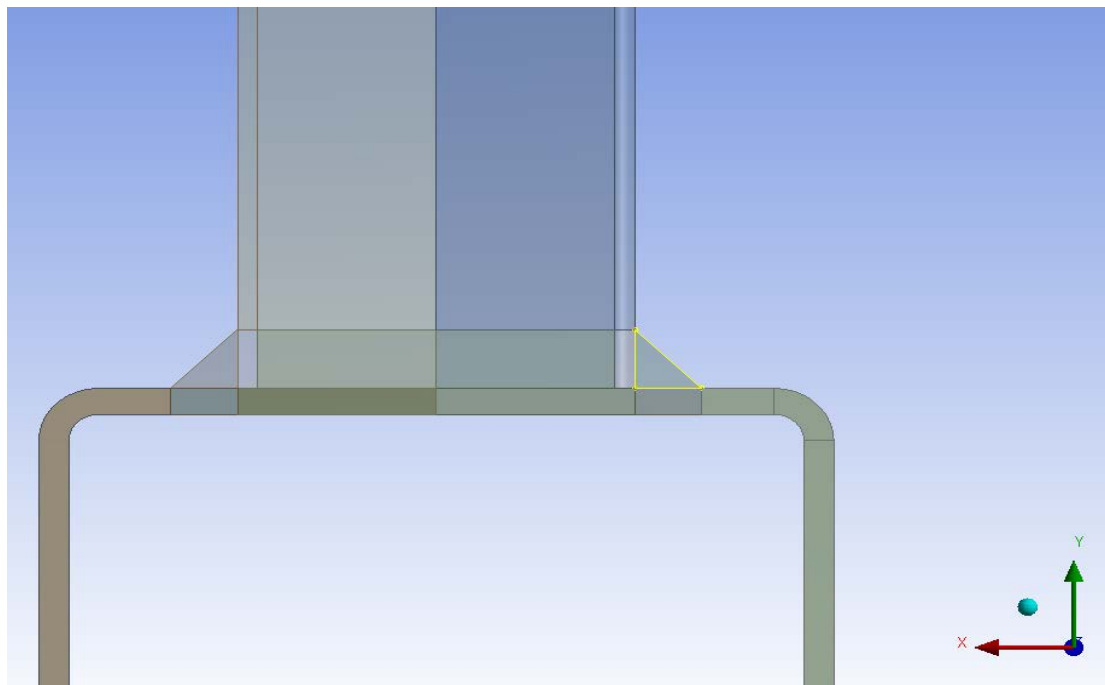


Fig. 5.46. Modelo 2. *Sketch* de la soldadura

Este modelo de soldadura suele realizarse así porque los radios de acuerdo del montante son muy pequeños en comparación con las cotas b_1 y h_1 , y los cordones de soldadura aplicados en estas cotas quedan muy próximos. Por ello, en este proyecto se propone un nuevo modelo de soldadura cubriendo los radios de acuerdo, para observar el efecto que tiene la soldadura si se aplica sobre estos radios. Para ello, al *sketch* triangular se le aplicará una extrusión circular (*revolve*) hasta el siguiente *sketch*, de manera que los prismas triangulares queden unidos en torno a los radios de acuerdo. En la derecha de la Fig. 5.48 se aprecia esta extrusión para el nuevo modelo de soldadura propuesto (después de aplicar la simetría), y en la izquierda se observa la soldadura de un ensayo experimental realizado por Feng y Young [11], muy parecido al modelizado.

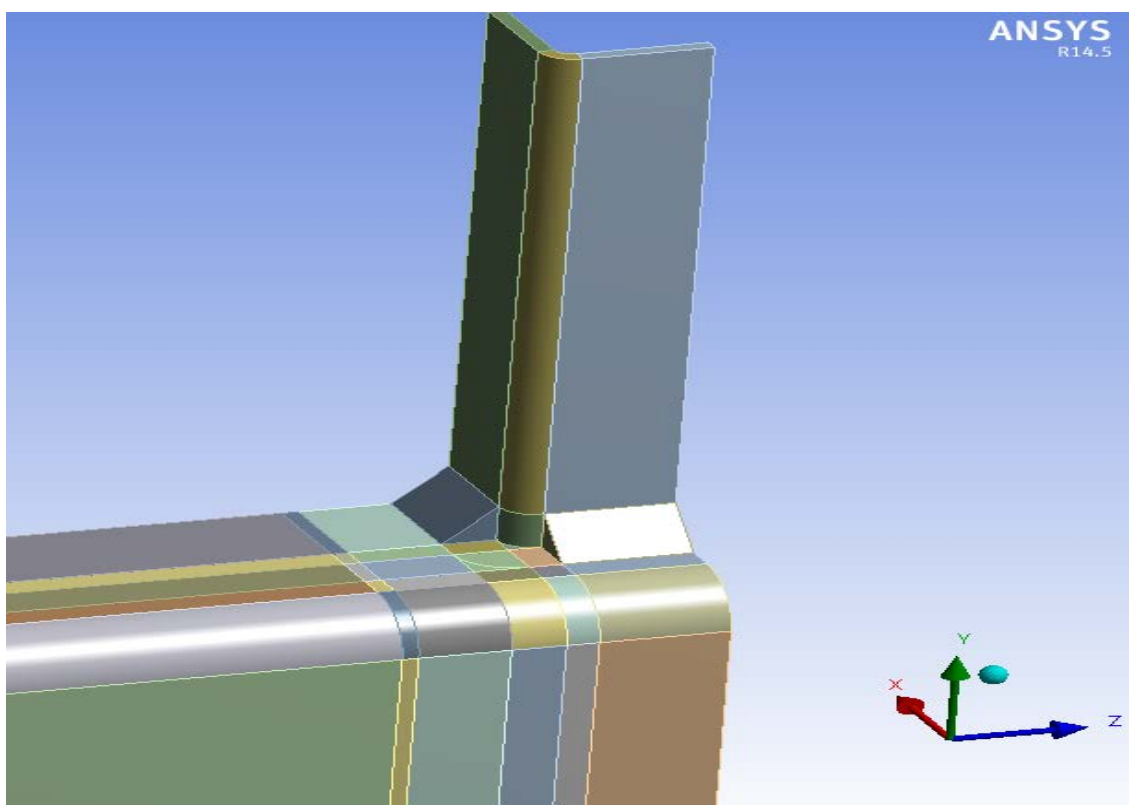


Fig. 5.47. Modelo 2. Vista 3D de las soldaduras

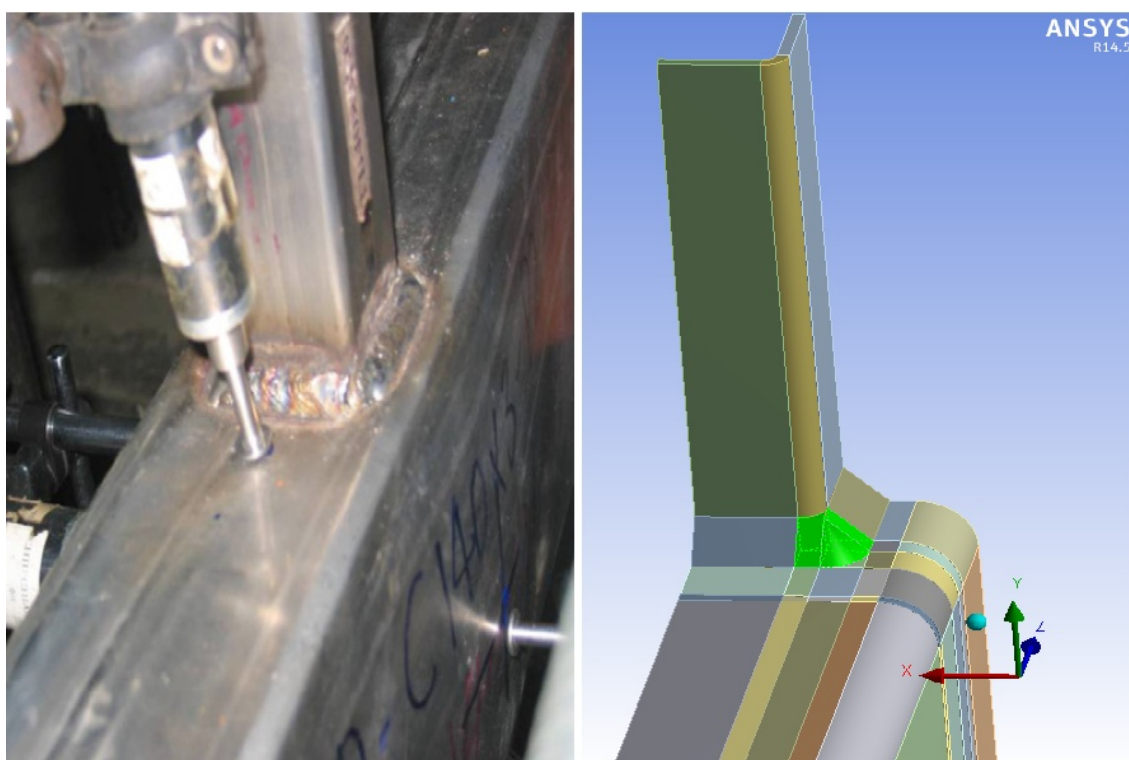


Fig. 5.48. Modelo 2. Soldadura ensayo experimental (izquierda) / nuevo modelo de soldadura (derecha)

5.4.8.3 Modelo 3

Este modelado de soldadura es el más complejo de realizar, ya que, no se han encontrado datos en la bibliografía sobre cómo implementar una soldadura en la cara exterior (profundidad del montante) de la unión en T de perfiles tubulares cuando el ancho del montante es igual al del miembro cordón y se crea un hueco G ($\beta=1$). Para rellenar el hueco se emplea el comando *fill*, disponible en ANSYS, y se realizan los cortes necesarios para eliminar los cuerpos sobrantes y facilitar el mallado (Fig. 5.49). La soldadura de la cara interior de la unión en T se realiza como la del Modelo 2, mediante la extrusión (en la dirección del ancho del montante y longitud de extrusión igual al ancho del montante este sin tener en cuenta el radio de acuerdo) de un *sketch* triangular isósceles, cuyos lados iguales tienen de cota w . En la izquierda de la Fig. 5.49 se observa el prisma triangular que representa la soldadura.

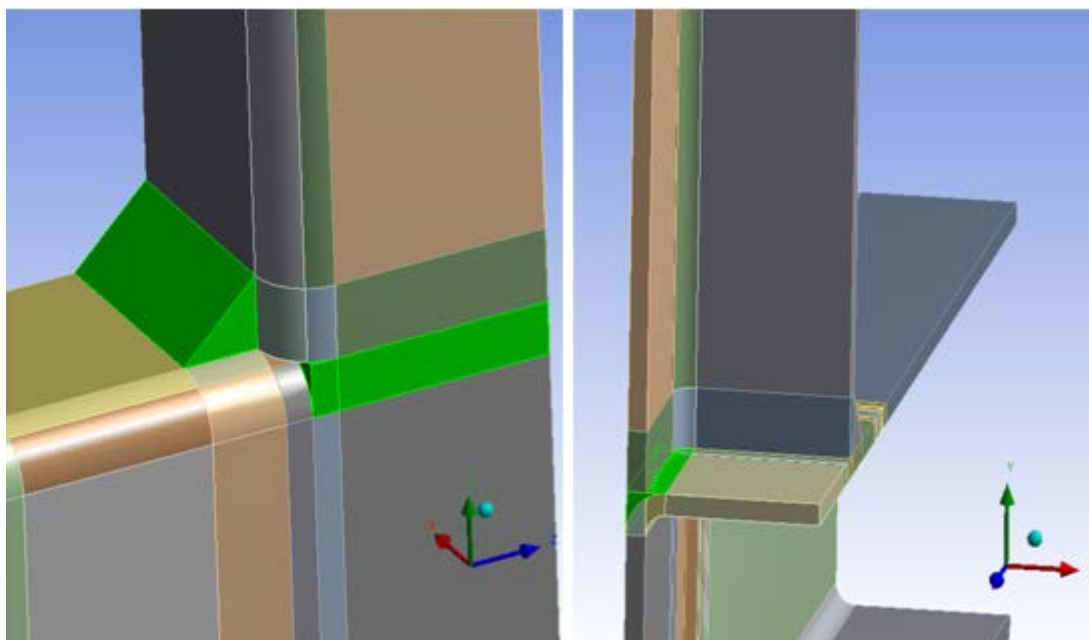


Fig. 5.49. Modelo 3. Soldadura exterior e interior de la unión en T

Como ocurre con el Modelo 2, se plantea otro modelo de soldadura en el que se tiene en cuenta el radio de acuerdo del montante y del cordón. En los ensayos experimentales de Feng y Young [9] se dio la medida del cordón de soldadura exterior que cubre el hueco G . Esta medida se puede observar en la Tabla 5.4 y corresponde al parámetro w' .

Observando el cordón de soldadura del ensayo experimental (izquierda de la Fig. 5.50) se modeliza esta nueva soldadura. Para ello se crea una extrusión del *sketch* triangular hasta cubrir toda la longitud b_1 , y se solapa con una extrusión de longitud h_1 del *sketch* de una semicircunferencia de radio $w'/2$ ubicada a la altura del hueco G . En la derecha de la Fig. 5.50 se aprecia el anillo de soldadura propuesto (después de aplicar la simetría). De esta manera se estudia el efecto que tiene la soldadura si se crea este anillo aplicado sobre los radios de acuerdo de los miembros montante y cordón.

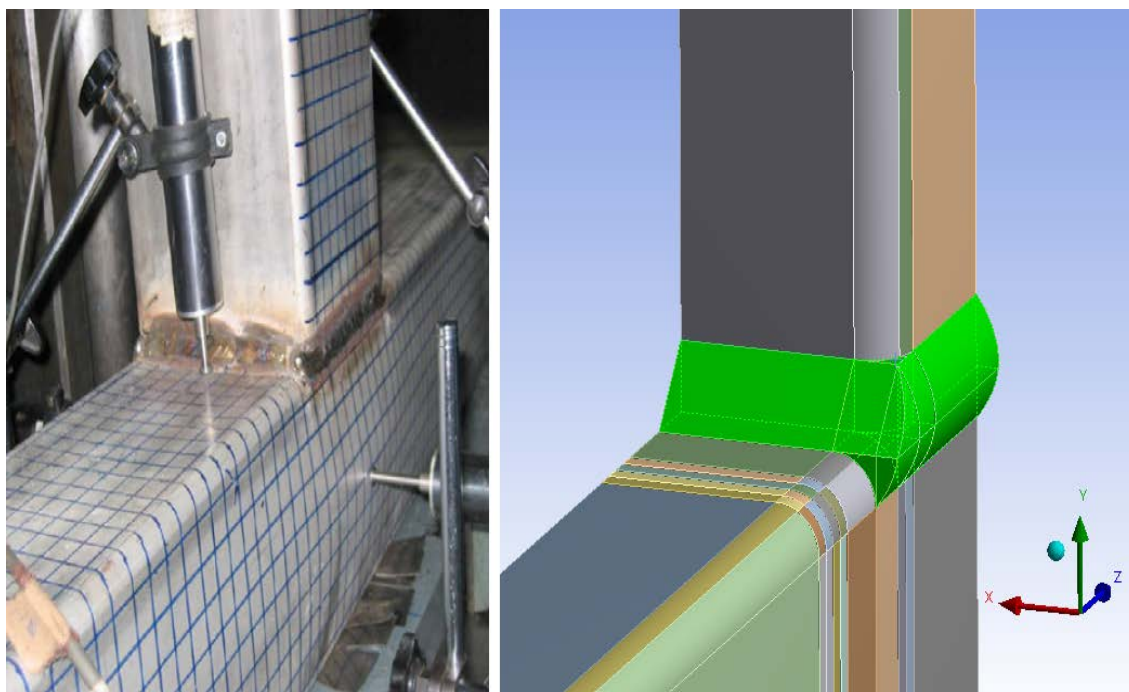


Fig. 5.50. Modelo 3. Soldadura ensayo experimental (izquierda) / nuevo modelo de soldadura (derecha)

5.4.9 Modelado de cargas

El objetivo de realizar un modelo de elementos finitos radica en determinar las tensiones y deformaciones producidas en los miembros de la unión en T, al aplicar una carga de compresión. De esta manera, se pueden reproducir las fuerzas de colapso y los distintos modos de fallo que aparecen en la unión en T. También se pueden obtener las tensiones, deformaciones y desplazamientos en los puntos que se deseen para poder crear curvas fuerza-desplazamiento o tensión-deformación como las que se obtienen en un ensayo real.

En el modelo numérico realizado por Feng y Young [11], la carga se implementó a través de un plato de elementos sólidos, solidario a la base inferior de la unión en T. Aplicando desplazamientos verticales en dicho plato, se simuló el actuador hidráulico, que introducía la carga en el ensayo experimental. De esta forma se logró la deflexión del cordón sobre el montante, o lo que es lo mismo, del montante sobre el cordón y las curvas fuerzas-desplazamiento de cada unión en T.

En el modelo realizado en ANSYS se desarrolla un plato de elementos sólidos en la base de la unión, pero por razones prácticas de ahorro computacional y evitar problemas de convergencia, es a la base de este plato de elementos sólidos a la que se le impide el desplazamiento, y la unión en T se carga a compresión desde el montante mediante el desplazamiento vertical de este (Fig. 5.51). ANSYS permite introducir esta carga directamente como un desplazamiento total en la dirección Y aplicado en la sección transversal superior del montante, el desplazamiento empieza en 0 mm y va incrementando mediante *substeps* de desplazamiento hasta alcanzar el desplazamiento total deseado. De esta manera se simula un esfuerzo de compresión sobre el montante y por lo tanto en toda la unión en T.

El desplazamiento total varía en función de la sección transversal que tengan los perfiles tubulares de la unión modelizada, simulando así, la capacidad de compresión de

la máquina hidráulica del ensayo experimental de Feng y Young [9]. En el Modelo 1 este desplazamiento se implementa en los ejes de la sección transversal del montante ya que carece de superficies (el espesor lo proporciona el elemento lámina, Fig. 5.51 A), en los Modelos 2 y 3 el desplazamiento se implementa en las superficies que conforman la sección transversal del montante (Fig. 5.51 B y C).

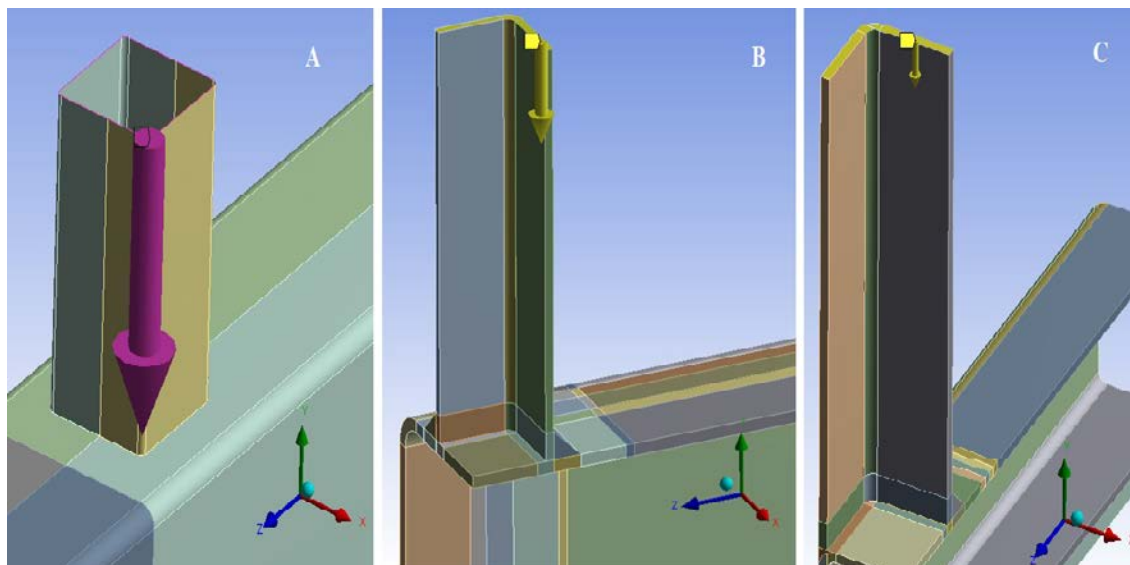


Fig. 5.51. Modelado de la carga de compresión sobre la unión en T

5.4.10 Modelado de contactos y las condiciones de contorno

5.4.10.1 Introducción

Para obtener un modelo numérico válido y preciso, es fundamental definir adecuadamente en ANSYS las condiciones de contorno que presenta la unión en T. Hay que aclarar, que por motivos de comodidad y mejora del mallado, ANSYS permite definir los cuerpos que confeccionan la unión en T como partes solidarias, y estas a su vez independientes unas de otras, según convenga y siempre en favor de mejorar el mallado. Por este motivo, será necesario implementar contactos entre las distintas partes que se hayan formado. Existen numerosos contactos aplicables en ANSYS, los concernientes a este proyecto se explican en este apartado.

En el modelo numérico realizado por Feng y Young [11], la cara inferior del cordón quedó solidaria a un plato de elementos sólidos, que mediante un comando de maestro-esclavo dado por ABAQUS, se impedía la penetración de la chapa inferior del cordón pero permitía el levantamiento de esta bajo los esfuerzos de compresión. Mientras que, el extremo superior del montante quedó impedido en todas las direcciones como en el ensayo experimental.

En este proyecto se ha modelado un plato de elementos sólidos en la base de la unión en T para el Modelo 2 y el Modelo 3. A los nodos de la base del plato de elementos sólidos se le impide el desplazamiento en los tres ejes (Fig. 5.52). El desplazamiento de los nodos de la superficie del extremo superior de la unión en T, queda restringido en todos los ejes menos en el eje Y, como se observó en la Fig. 5.51.

El desplazamiento de los nodos dispuestos en las regiones de simetría A y B queda impedido en las direcciones normales a estas, Z y X respectivamente. El resto de nodos tienen la translación y la rotación libres.

La penetración de la chapa del tubo inferior sobre el plato de elementos sólidos queda impedida en todo momento, pero al no ser solidarios se permite el levantamiento de la chapa del miembro cordón. Para ello se define un contacto de superficie *frictionless* entre las caras de ambos cuerpos. Como ejemplo, se puede apreciar el contacto entre la base del cordón y el plato, correspondiente al Modelo 2 (Fig. 5.53).

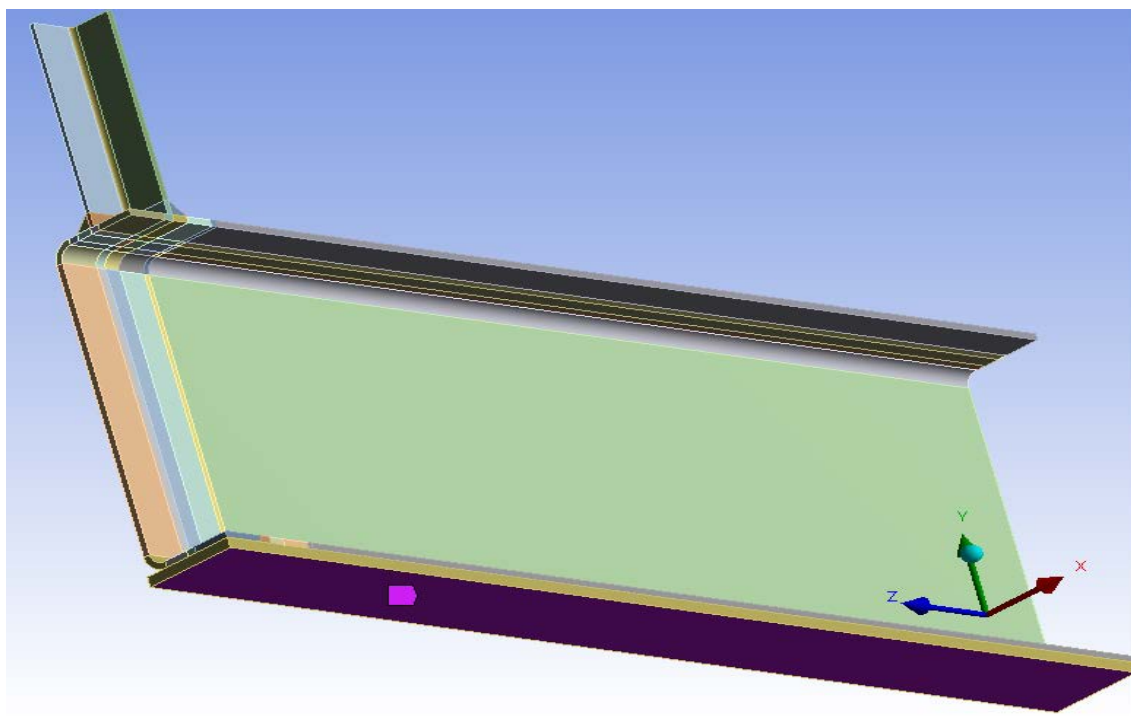


Fig. 5.52. Condiciones de contorno. Superficie fija del plato de elementos sólidos

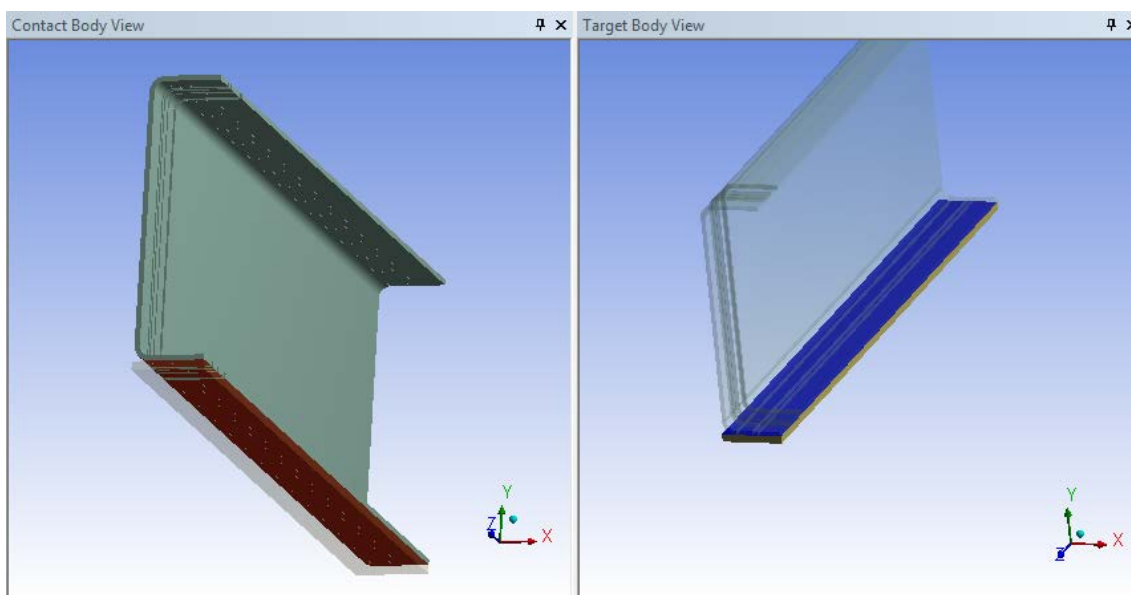


Fig. 5.53. Contacto *frictionless* entre la superficie inferior del cordón y la superior del plato

5.4.10.2 Contactos en el Modelo 2

Para facilitar el mallado en este modelo, todos los cuerpos pertenecientes al miembro cordón se definen como una sola parte, y lo mismo se aplica a todos los cuerpos que confeccionan el miembro montante. El contacto entre montante y cordón se realiza por medio de un contacto *frictionless* (Fig. 5.54), de manera que no se permita la penetración entre ambos, pero tampoco queden solidarios, ya que serán las soldaduras las encargadas de unir ambos tubos.

Por este motivo las soldaduras se definen como cuerpos aislados. El contacto entre soldaduras y miembros se puede realizar de dos maneras:

- Mediante un contacto *bounded*. Este contacto hace que las superficies o cuerpos que lo compartan queden unidos en sí. Por lo que cada soldadura dispondrá de dos contactos *bounded*, uno para el montante y otro para el cordón.
- Mediante la implementación de *comandos*. Este método consiste en nombrar superficies de contacto. Posteriormente se implementan comandos mediante una "macro" de ANSYS clásico, de manera que los nodos entre las superficies de contacto que se han definido quedan unidas. Este método mejora el gasto computacional, pero puede crear problemas de representación gráfica 3D en las versiones modernas de ANSYS.

Como ejemplo, se muestra un contacto *bounded* entre la base de una soldadura y la cara de un cuerpo perteneciente al cordón (Fig. 5.55)

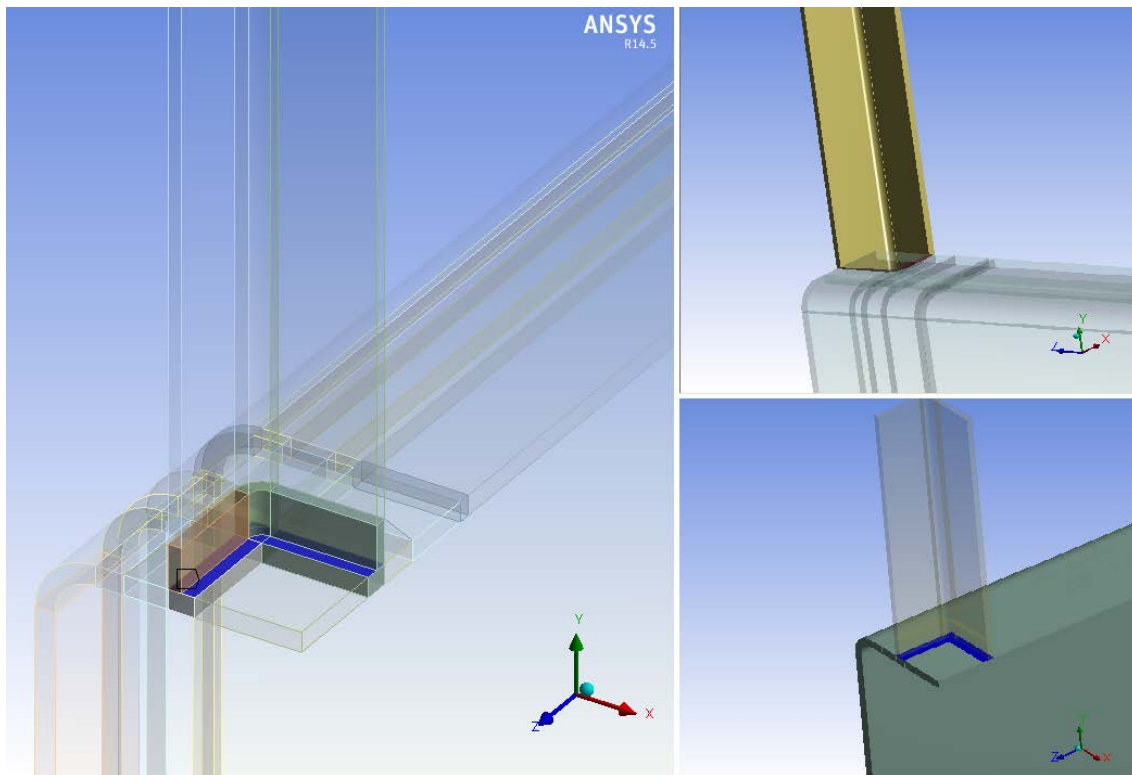


Fig. 5.54. Modelo 2. Contactos: Montante sobre cordón

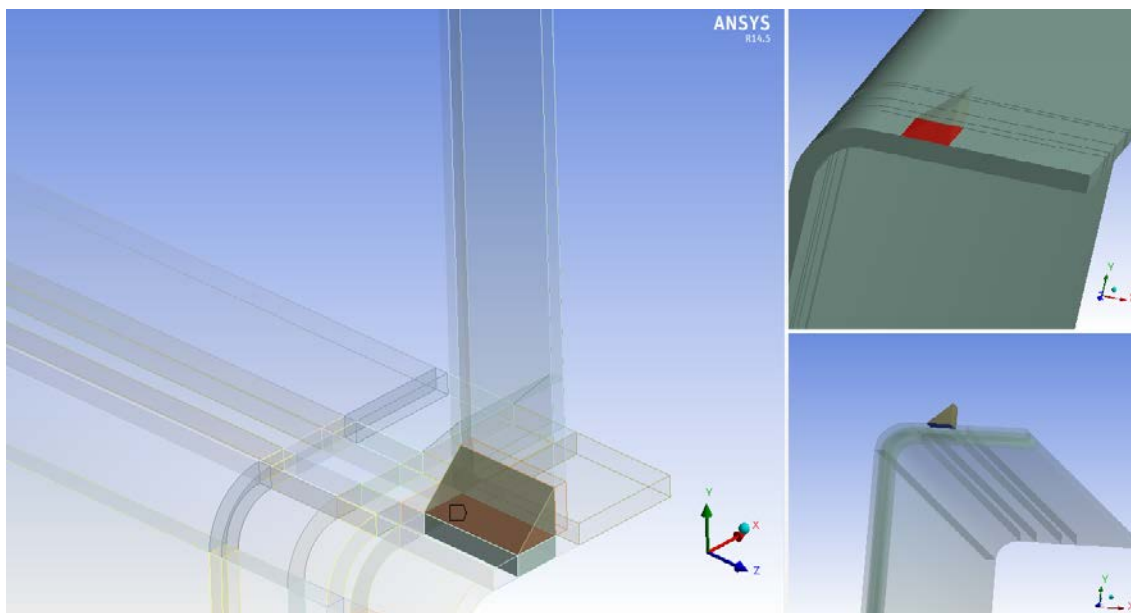


Fig. 5.55. Modelo 2. Contactos: Soldadura sobre cordón

5.4.10.3 Contactos en el Modelo 3

Este modelo tiene la peculiaridad de que en el lado en el que la soldadura va a tope (h_1), el montante no está en contacto con el miembro cordón (queda con un hueco G), por lo que se sitúa el montante sobre la soldadura (cuerpo en color verde en la Fig. 5.56) y esta sobre el miembro cordón, de esta manera se pueden definir todos los cuerpos (soldadura, montante y cordón) como una misma parte sin necesidad de introducir contactos. Sin embargo, en la cara interior de la unión (b_1 , donde la soldadura se modeliza como un prisma triangular), el montante estará en contacto con el cordón mediante un contacto *frictionless*, y será la soldadura (Fig. 5.57), la que mediante dos contactos *bounded*, uno al montante (etiqueta A) y otro al cordón (etiqueta B), mantenga unidos los miembros en dicha zona.

Para facilitar esto, se define un cuerpo del montante (Fig. 5.58), cuya base esté conectada al miembro cordón mediante un contacto *frictionless* como se ha explicado (etiqueta C), a la soldadura mediante un contacto *bounded* (etiqueta D), y al propio montante mediante contactos *bounded* (etiquetas A y B).

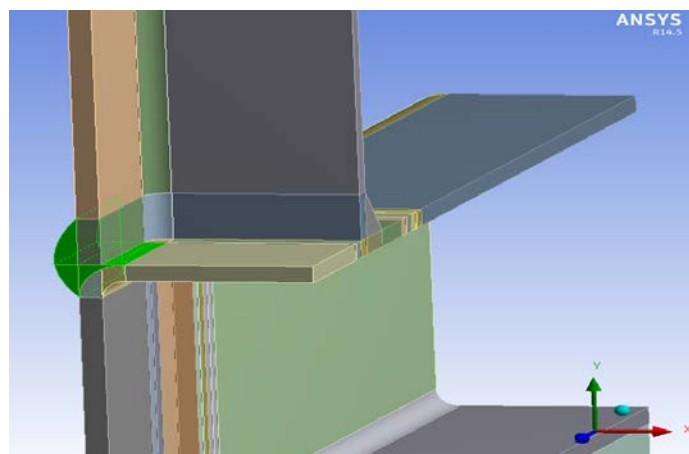


Fig. 5.56. Modelo 3. Contactos: Montante sobre cordón y soldadura exterior

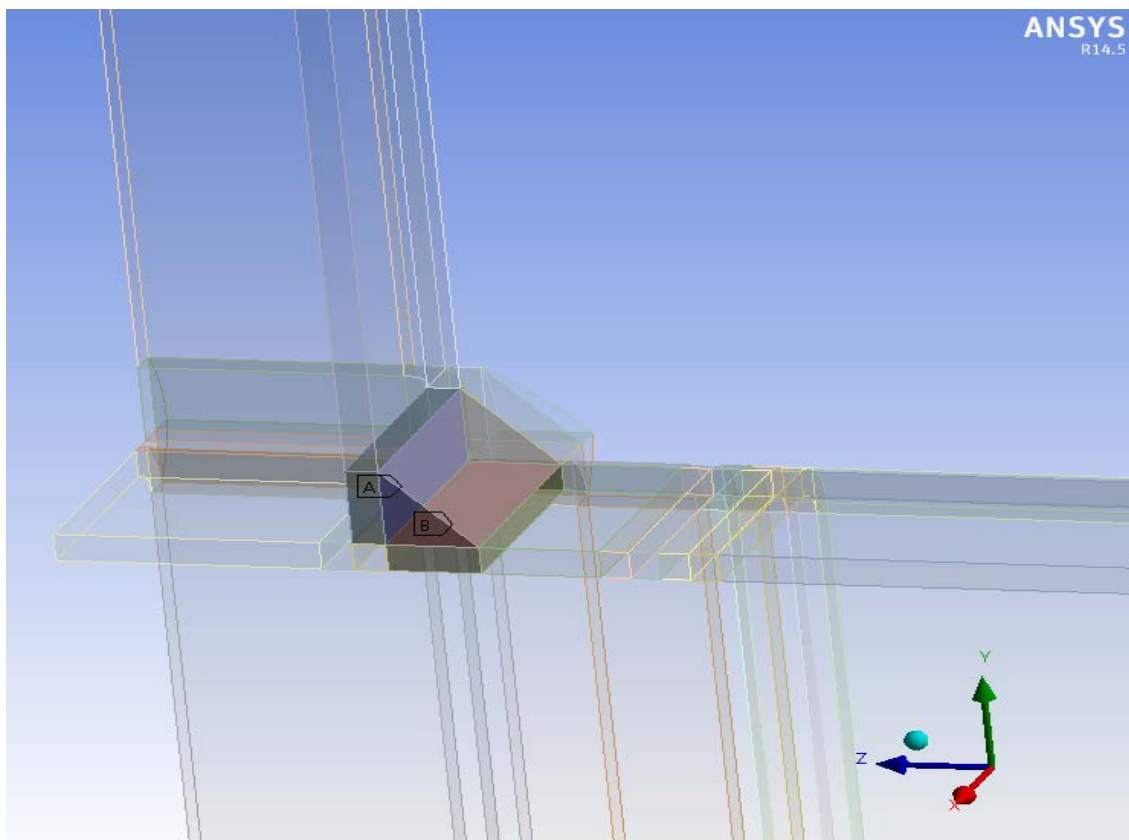


Fig. 5.57. Modelo 3. Contactos: Soldadura de la cara interior de la unión en T sobre montante y cordón

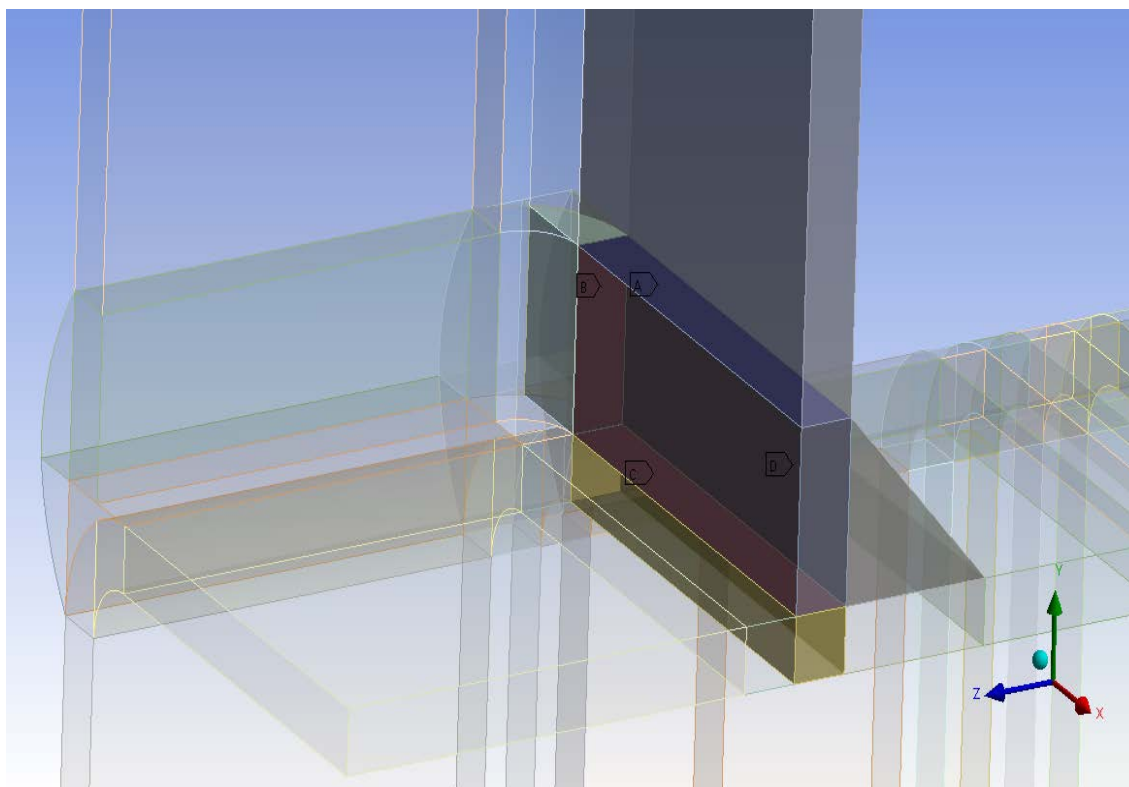


Fig. 5.58. Modelo 3. Contactos: cuerpo del montante sobre cuerpos adyacentes

5.5 VERIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

5.5.1 Introducción

Una vez descritos los modelos a utilizar (geometría, contactos, condiciones de contorno y cargas) y definidas las características y curvas tensión-deformación de los materiales, se comprueba que el modelo no genera errores y se produce convergencia en las soluciones. Esto indica que el modelo es válido y se puede proceder a su calibración y validación. En el presente proyecto se utilizan, para la validación del modelo numérico, resultados de ensayos experimentales con perfiles tubulares de acero inoxidable soldados en T y sometidos a una carga de compresión.

Las curvas fuerza-desplazamiento del comportamiento de las uniones en T de perfiles tubulares provienen de los ensayos experimentales llevados a cabo por Feng y Young [9]. Los ensayos a modelizar corresponden al ensayo TD-C160x3-B40x2 para los Modelos 1 y 2, y al ensayo TD-C40x2-B40x2 para el modelo 3. Como se observa, el material del montante del primer ensayo será el mismo que el del montante y cordón del segundo ensayo. En 2011 Feng y Young realizaron modelos numéricos de estos ensayos en ABAQUS con el fin de validarlos y poder realizar un estudio paramétrico. En la Fig. 5.59 se muestran las curvas fuerza-desplazamiento de ensayo TD-C40x2-B40x2 y las curvas fuerza-desplazamiento que se obtuvieron con el modelo de elementos finitos. En la Fig. 5.60 se muestran las curvas fuerza-desplazamiento de ensayo TD-C40x2-B40x2 y las curvas fuerza-desplazamiento que obtuvieron con el modelo de elementos finitos.

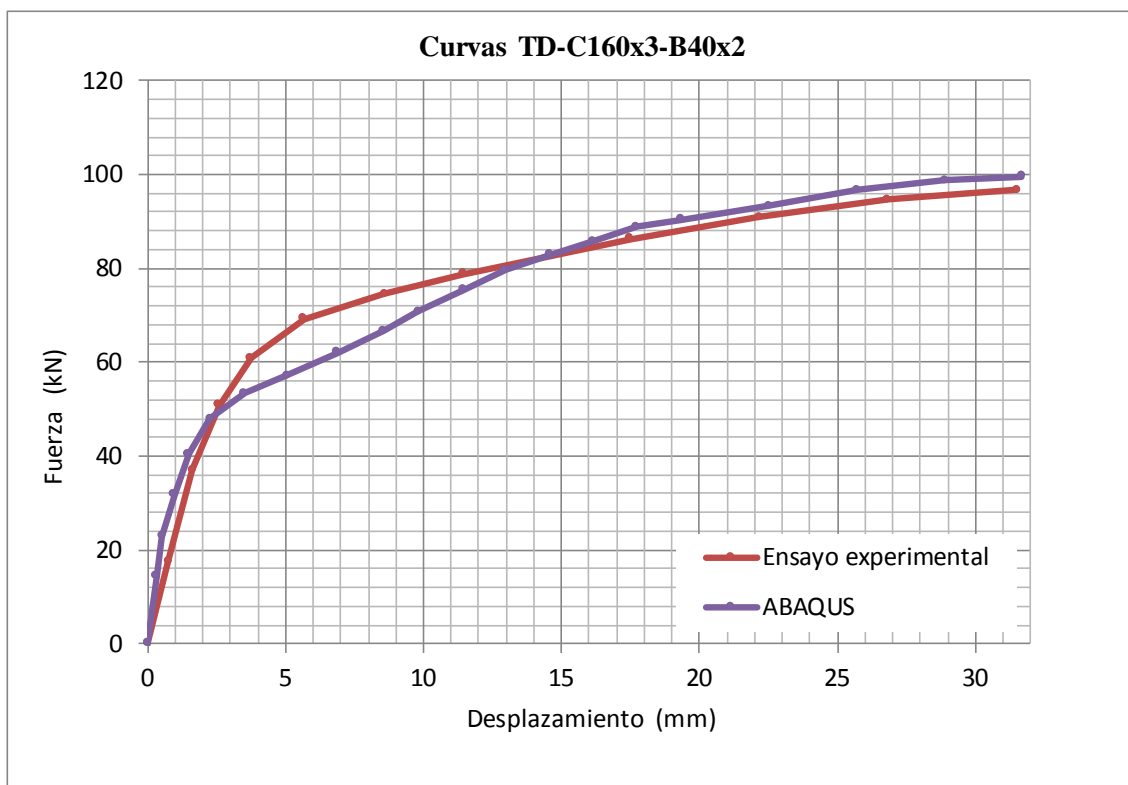


Fig. 5.59. Curvas Fuerza-Desplazamiento TD-C160x3-B40x2. Ensayo y Abaqus

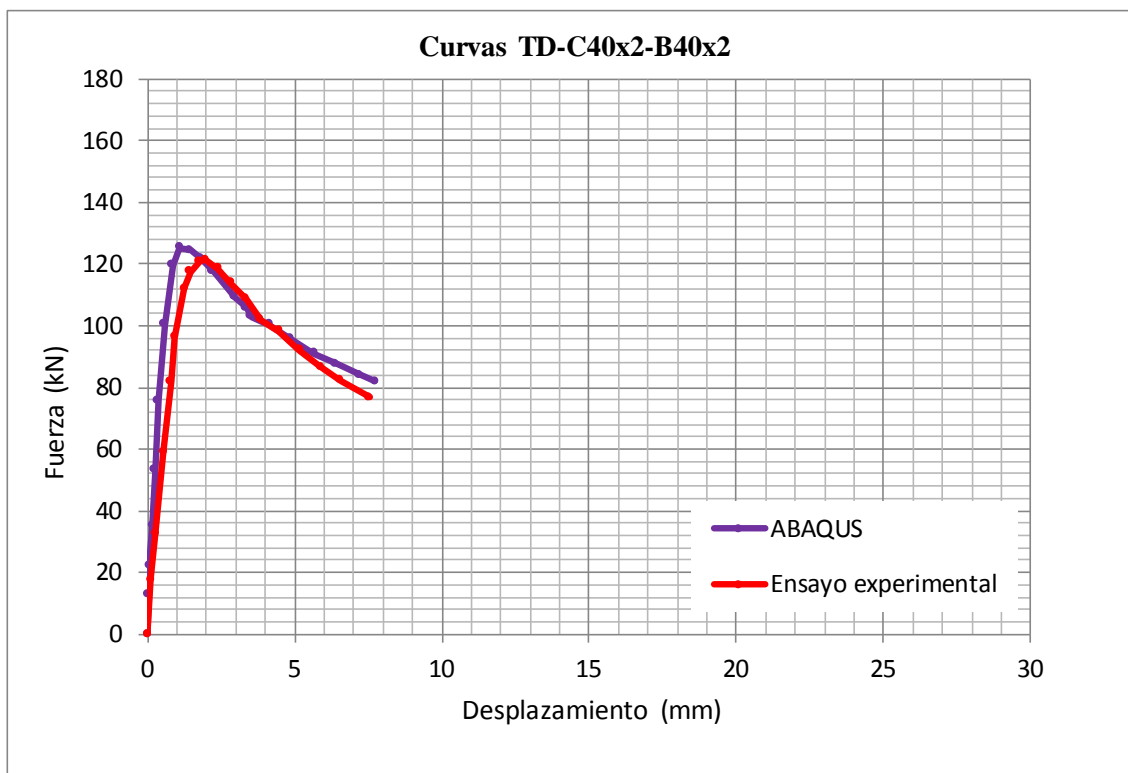


Fig. 5.60. Curvas Fuerza-Desplazamiento TD-C40x2-B40x2. Ensayo y ABAQUS

5.5.2 Pasos y procedimientos de análisis

5.5.2.1 Introducción

Para obtener una correcta simulación en los programas de elementos finitos es necesario seguir ciertas pautas en el análisis para conseguir resultados precisos y convergencia en las soluciones cuando se realiza un análisis no-lineal. Este análisis tiene en cuenta la rigidez que experimenta la unión en T ante una carga aplicada. La rigidez será función de la geometría y de los materiales que la constituyen. El algoritmo utilizado para el análisis no-lineal es el Método de Longitud de Arco.

ANSYS permite introducir la carga como un desplazamiento sobre la unión, este desplazamiento se implementa paulatinamente mediante *substeps*. El número de *substeps* que se utiliza es el suficiente en cada caso para obtener resultados suficientemente uniformes intentando que éstos no supongan un coste computacional demasiado elevado.

Finalmente se exponen los parámetros de control necesarios para una correcta simulación.

5.5.2.2 Pasos del análisis

Los pasos para realizar una correcta simulación serán:

- Decidir con el tipo de elemento que se va a trabajar (lámina, sólido).
- Definir adecuadamente la geometría y disposición de la unión en T de perfiles tubulares.

- Definir adecuadamente los materiales a emplear en cada cuerpo que constituye el modelo de elementos finitos.
- Definir contactos, cargas, condiciones de contorno y regiones de simetría.
- Definir parámetros de control
- Realizar el mallado de la unión y estudios de convergencia mediante un análisis lineal para obtener una buena densidad de malla con el menor gasto computacional asociado.
- Realizar la simulación del análisis no-lineal.
- Toma de resultados.

5.5.2.3 Parámetros de control

Los parámetros de control permiten variar la geometría de la unión, el tipo de análisis y la simulación realizada en el modelo.

Toda la geometría y el proceso de diseño de la unión en T se puede parametrizar en función de los parámetros de diseño dados por Feng y Young (Fig. 5.6), de manera que se pueda realizar un estudio paramétrico en función de la geometría de los perfiles tubulares y las soldaduras.

Una vez definida la geometría y asignado los materiales a cada cuerpo que define la unión en T, hay que activar los efectos no lineales en cada uno de los cuerpos y permitir la capacidad de realizar grandes deformaciones en la simulación (*Large Deflection On*). De esta manera se podrá realizar un análisis no-lineal, en caso contrario se realizará un análisis lineal.

El valor del desplazamiento que simula la carga de compresión varía en función de la geometría de la unión. Para los Modelos 1 y 2 es de 35 mm en el eje Y y en el sentido de la compresión, mientras que para el Modelo 3 es de 8 mm.

En los contactos *frictionless* se usa la formulación *augmented lagrange* y se programa con un factor, que permita a lo sumo, una penetración de 0,1 mm de un elemento en otro.

5.5.3 Resultados del análisis

5.5.3.1 Introducción

Con el fin de calibrar los modelos de elementos finitos y poder validarlos en función de la respuesta que dan sus curvas fuerza-desplazamiento, se realizan una serie de experimentos para ver cómo les afectan diversos factores, y obtener así, modelos fidedignos que simulen de una manera correcta los resultados obtenidos en los ensayos experimentales.

En primer lugar, se analiza el endurecimiento del material en los miembros montante y cordón correspondientes a la unión en T de ambos ensayos, en función del parámetro n de Ramberg-Osgood para cotejar y tener un valor preciso de este parámetro cuando la unión está completamente apoyada en la base del miembro cordón y no se simula en plato de elementos sólidos. Posteriormente se analiza la influencia que tiene colocar el plato de elementos sólidos y la relevancia del levantamiento de la chapa inferior del miembro cordón sobre el ensayo. Se estudia la influencia de los nuevos tipos de soldadura propuestos para los Modelos 2 y 3 (explicados en los apartados 5.4.8.2 y 5.4.8.3) y finalmente se determina la repercusión que pueden tener los medidores (galgas de medición) en función de su posición.

5.5.3.2 Endurecimiento del material

Se presenta una comparativa entre diversas curvas fuerza-desplazamiento, para el ensayo TD-C160x3-B40x2, que llevaron a cabo Feng y Young [9].

En las Fig. 5.61 Fig. 5.62 se muestran las leyes tensión-deformación que adopta el material, acero inoxidable Dúplex, para el montante de sección 40x40x2 (Fig. 5.61) y el cordón de sección 160x80x3 (Fig. 5.62), según la ley de comportamiento de Ramberg-Osgood y valores del parámetro de no-linealidad $n=15$ y $n=50$.

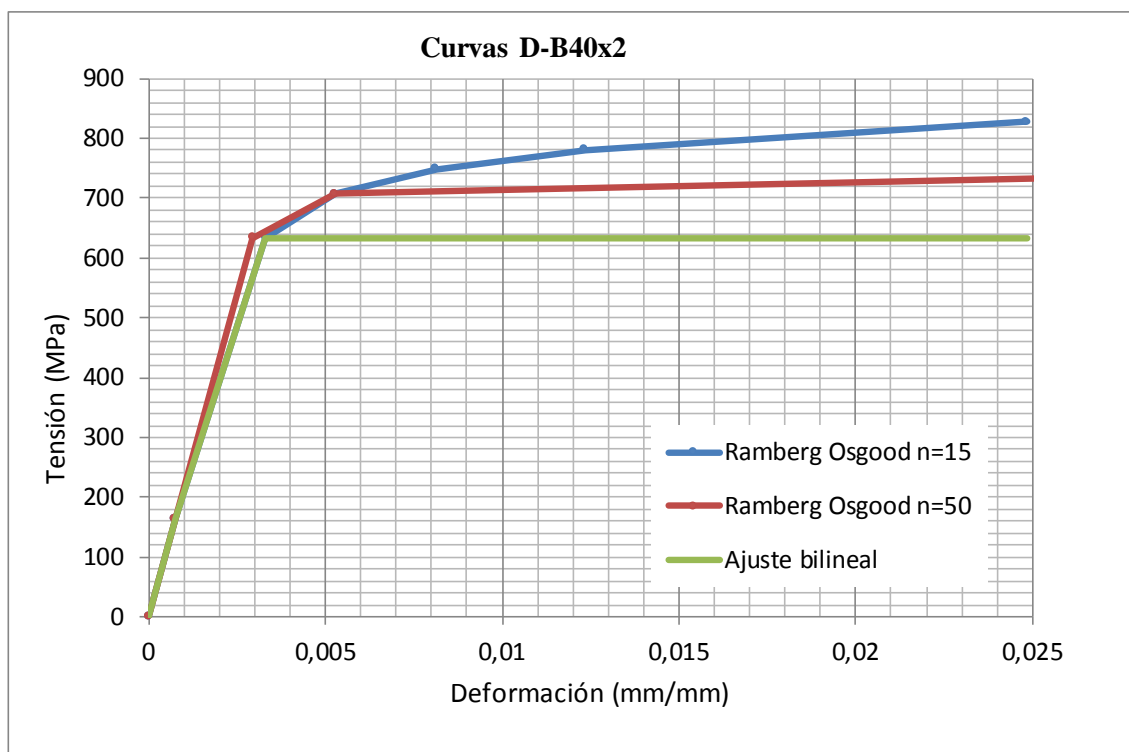


Fig. 5.61. Curva del material para montante B40x2 en función del parámetro n de Ramberg-Osgood.

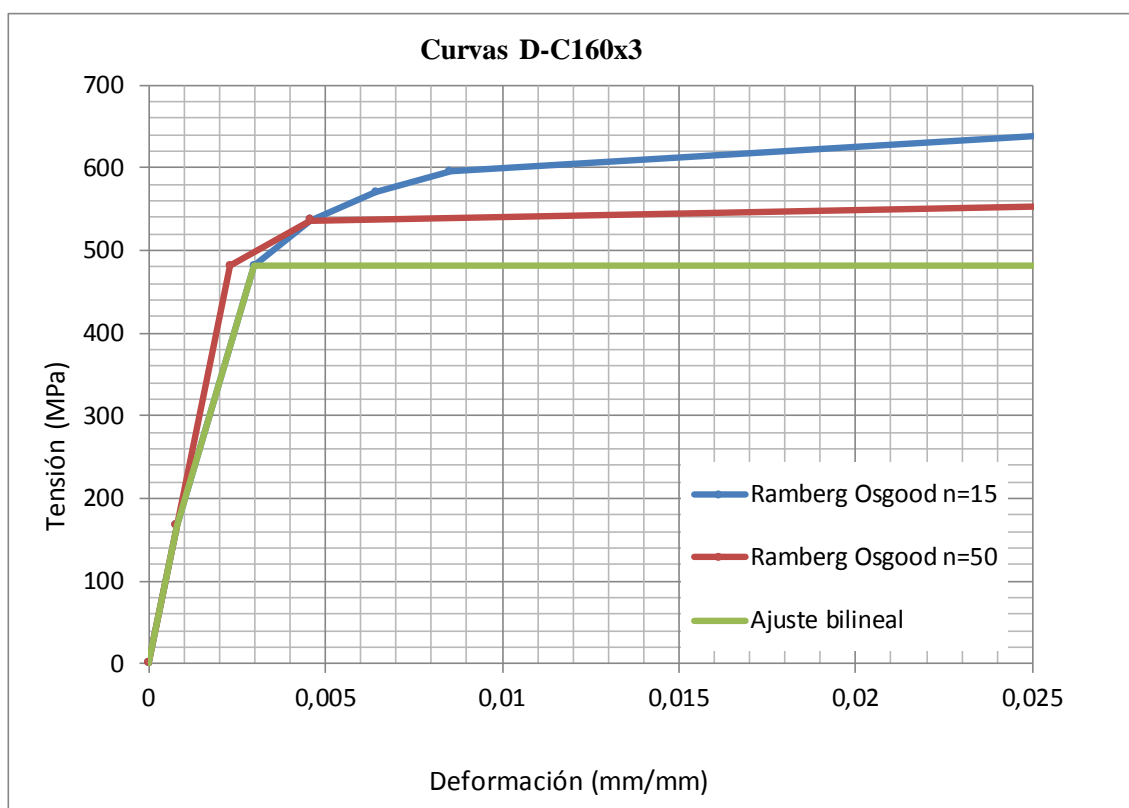


Fig. 5.62. Curva del material para cordón C160x3 en función del parámetro n de Ramberg-Osgood.

Se observa que a medida que aumenta el parámetro n , disminuye el endurecimiento del material y la curva se aproxima a la de un ajuste bilineal. Es fundamental determinar el endurecimiento de los materiales a emplear para obtener resultados precisos.

En el Capítulo 5.4.7.3 se ha realizado una primera estimación para el valor del parámetro n , el cual fue determinado mediante la aproximación de la curva del material siguiendo la ley tensión-deformación, a una curva tensión-deformación de un acero estándar inoxidable Dúplex. Para obtener un valor más preciso del endurecimiento del material, es necesario realizar diversos análisis del modelo desarrollado en ANSYS, variando el parámetro n de la ley de Ramberg-Osgood de manera que los resultados obtenidos en el modelo se ajusten al comportamiento real de los ensayos experimentales.

3.2.2.1.1 Modelo 1

En la Fig. 5.63 se representa la respuesta en ANSYS del Modelo 1 para $n=15$, dada por su curva fuerza-desplazamiento, y una comparativa con las curvas fuerza-desplazamiento del ensayo real y la curva del modelo en ABAQUS que obtuvieron Feng y Young [11]. Para obtener estos resultados, se modeliza la unión en T sin el plato de elementos sólidos y se supone la base del miembro cordón totalmente apoyada, la carga se introduce como un desplazamiento y no se realiza modelización de las soldaduras.

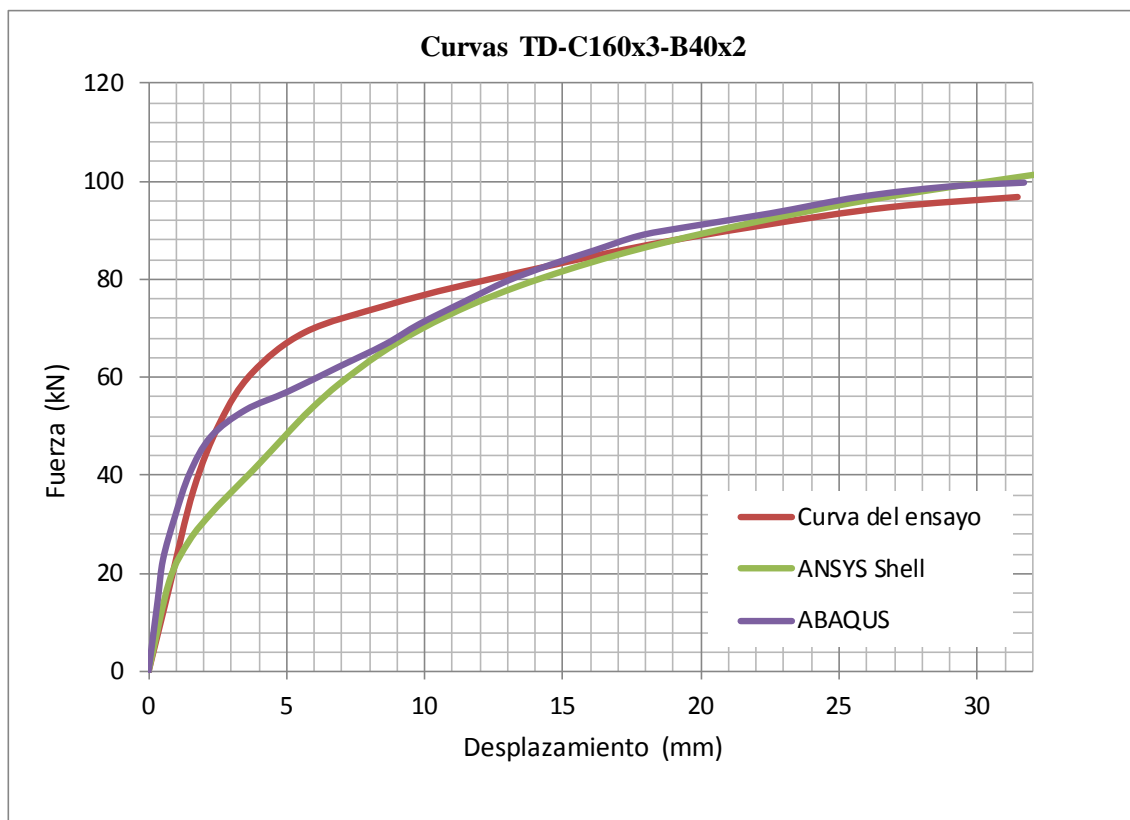


Fig. 5.63. Modelo 1. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=15$

En la Fig. 5.63 se observa que la respuesta del Modelo 1 para un valor de $n=15$ mantiene una rigidez inicial, en la zona elástica, muy próxima a los valores del ensayo experimental y mejor que la que obtuvieron los autores en ABAQUS. Pero tras superar esta primera zona, la curva presenta una gran pérdida de endurecimiento en la zona no-lineal debido a la ausencia de soldadura. Aunque el endurecimiento en el tramo final, cuando la unión en T a plastificado, es muy parecido; no se puede dar por válido este modelo mediante el empleo de elementos lámina sin modelización de la soldadura, y por lo tanto el estudio de la variación del parámetro n en este modelo sería inútil. En consecuencia, la validación del ensayo experimental TD-C160x3-B40x2, así como el resto de experimentos, se efectuarán sobre el Modelo 2 de elementos sólidos.

3.2.2.1.1 Modelo 2

En la Fig. 5.64 se presentan los resultados del análisis en ANSYS del modelo de elementos finitos para valores $n=15$ y $n=50$, en forma de curvas fuerza-desplazamiento, y una comparativa con las curvas carga-desplazamiento del ensayo real. Para obtener estos resultados, se modeliza la unión sin el plato de elementos sólidos y se supone la base del miembro cordón totalmente apoyada, la carga se introduce como un desplazamiento y se realiza la modelización de la soldadura vista en la bibliografía primera (Fig. 5.47). De esta manera sólo se observará la influencia del parámetro n en la respuesta del modelo, y posteriormente podrán analizarse el resto de factores.

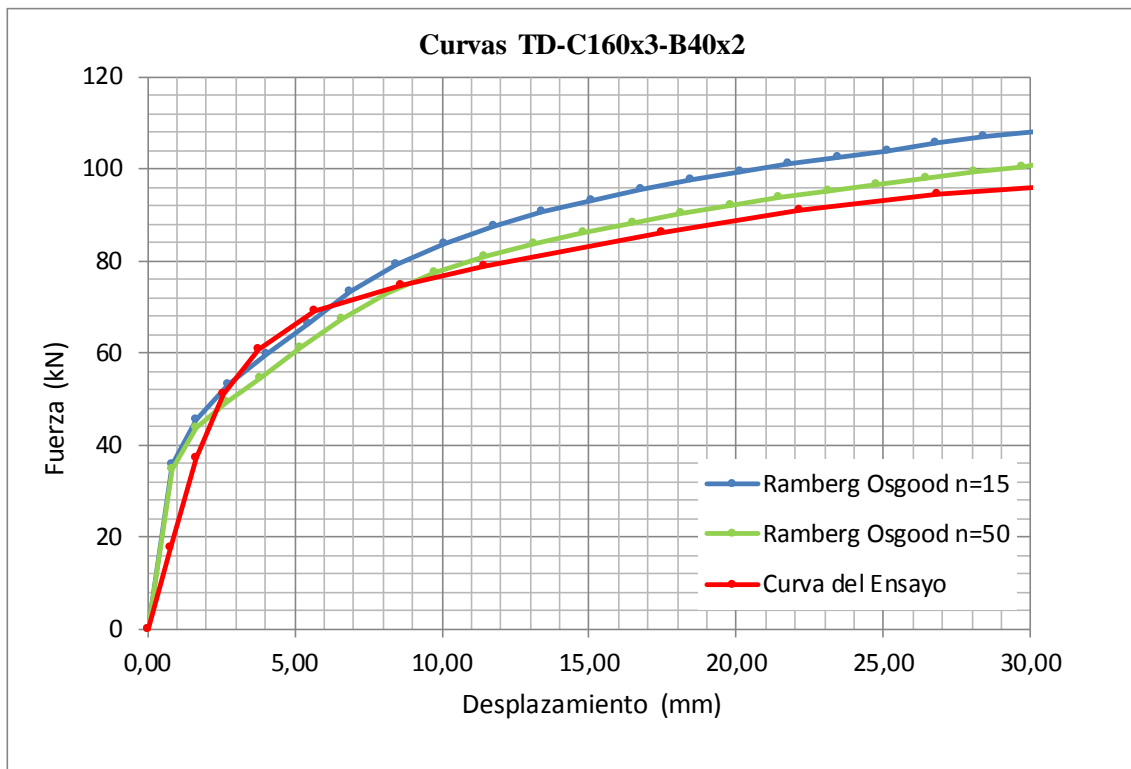


Fig. 5.64. Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=15$ y $n=50$

En la Fig. 5.65 se presentan los resultados del análisis en ANSYS del modelo de elementos finitos para valores $n=15$ y $n=75$ para ver la influencia de este parámetro al aumentar mucho, y la curva del modelo en ABAQUS que obtuvieron Feng y Young [11].

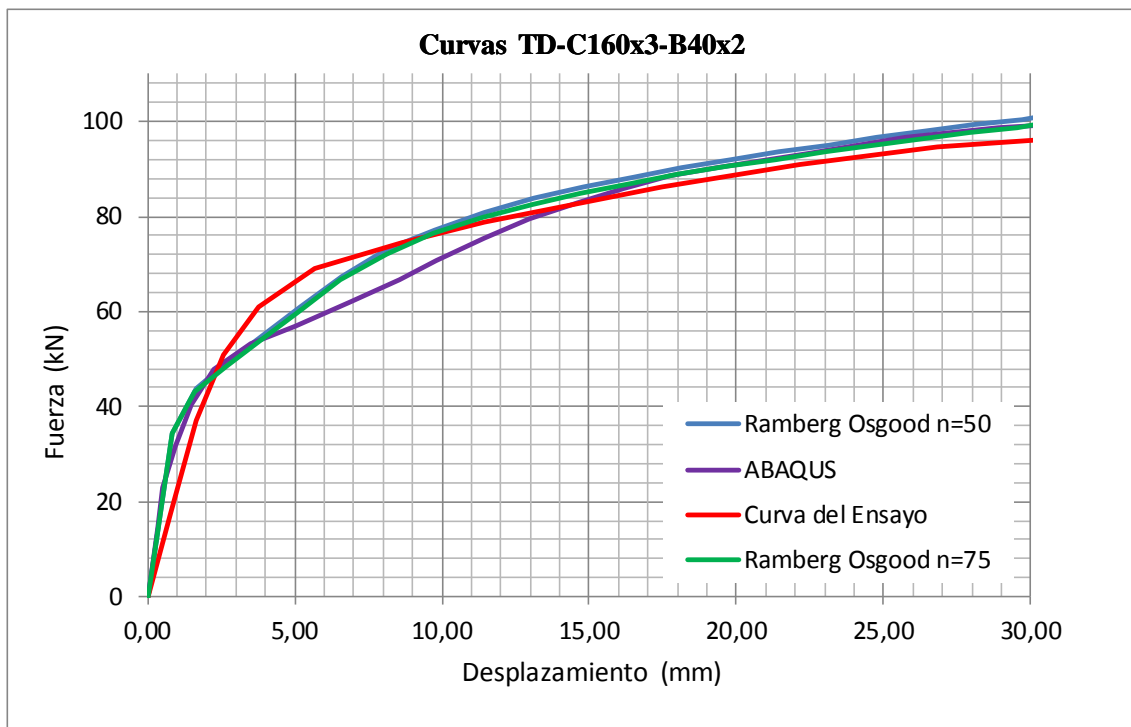


Fig. 5.65. Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=50$, $n=75$ y ABAQUS

Se observa que a medida que el parámetro n aumenta, disminuye el endurecimiento de respuesta en la unión, y la curva del modelo de Elementos Finitos en ANSYS se va asemejando a la curva del ensayo real. Para un valor de $n=50$ los resultados obtenidos en ANSYS son iguales a los del modelo en ABAQUS en el tramo final y mejores en la zona de 3 a 12 mm. Para un valor de $n=75$ los resultados obtenidos en ANSYS siempre son mejores que los resultados obtenidos en ABAQUS. En el Eurocódigo no se refleja la posibilidad de usar un valor de n tan elevado, por lo que habrá que modificar las condiciones de contorno y buscar una solución más real que acerque los resultados del modelo al ensayo experimental y se usará el valor de $n=15$ previamente establecido.

Este modelo demuestra que la modelización de la soldadura vista en la bibliografía mejora notablemente la respuesta de la unión en T, por lo que el modelo realizado con elementos sólidos puede darse por válido para seguir trabajando y obtener una respuesta que valide el modelo y simule al realidad.

Cabe destacar, que tanto la curva del modelo en ANSYS como la del modelo en ABAQUS tienen una mayor rigidez en el tramo elástico que la curva del ensayo experimental. Esta pérdida de rigidez inicial puede deberse a una imperfección geométrica en la unión ensayada que luego se corrige. Para estudiar la influencia del pérdida de rigidez inicial en la curva del ensayo experimental en relación a la curva del modelo en elementos finitos, en la Fig. 5.66 se realiza el ajuste de la curva del modelo en ANSYS (con materiales para un parámetro $n=15$ de la curva de Ramberg-Osgood), a la curva del ensayo experimental mediante un método gráfico. De manera que se haga coincidir la parte elástica de la curva del modelo con la parte elástica de la curva del ensayo.

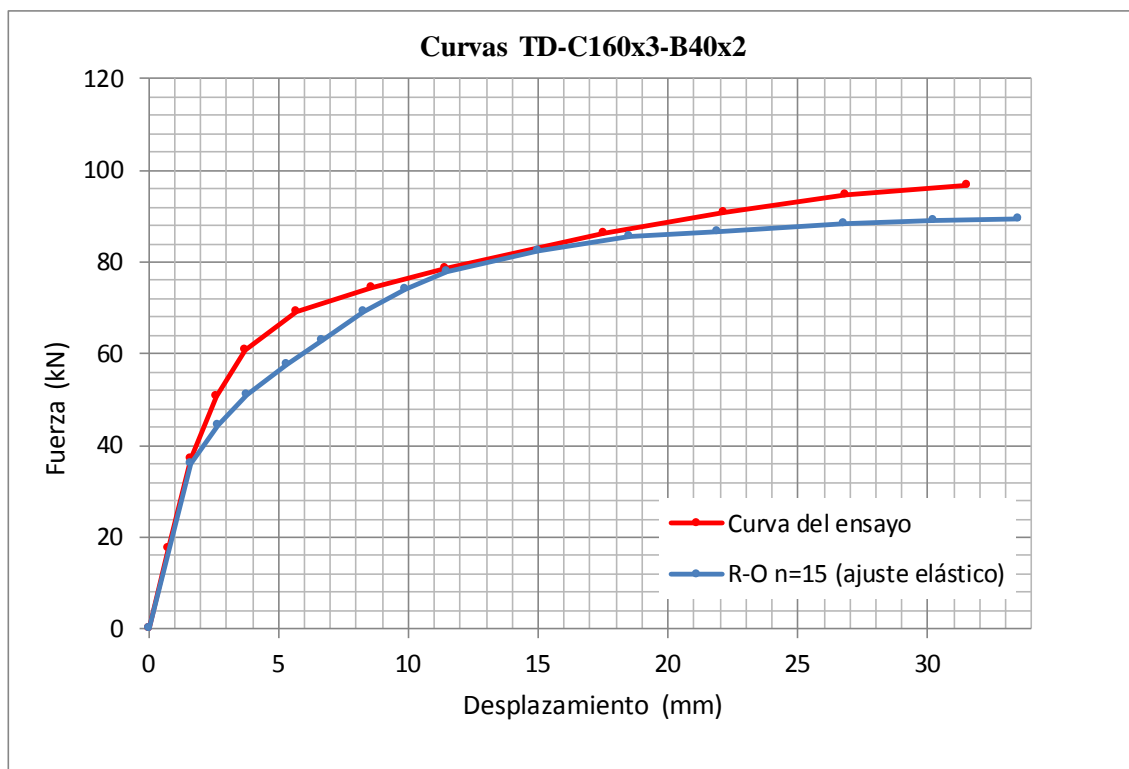


Fig. 5.66. Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento; $n=50$ (ajuste gráfico)

Se observa que al hacer coincidir la zona elástica de la curva fuerza-desplazamiento del modelo a la curva experimental, la curva del modelo tiene un menor endurecimiento en el tramo final. Por lo que esta suposición no resulta válida y será de especial interés el estudio de la influencia de un plato de elementos sólidos en la base de la unión, de manera que se modifiquen las condiciones de contorno y en modelo acorde a la realidad.

5.5.3.3 Plato de elementos sólidos

Las condiciones de contorno introducidas hasta el momento en el modelo de elementos finitos consideran que la unión está completamente apoyada, y no tienen en cuenta las posibles imperfecciones geométricas o el levantamiento que la chapa de la base del miembro cordón tiene al efectuarse la compresión de la unión en T. Para ello se modeliza un plato de elementos sólidos sobre la base del cordón (Fig. 5.20), de manera que se pueda variar la dureza del material de dicho plato

3.2.2.1.1 Material elástico

En este modelo interesa que la base del miembro cordón de la unión en T permanezca unida al plato, para modificar la elasticidad del material de este cuando se supone completamente apoyado y ajustar así, la curva del modelo a la curva del ensayo experimental en la zona elástica (Fig. 5.67).

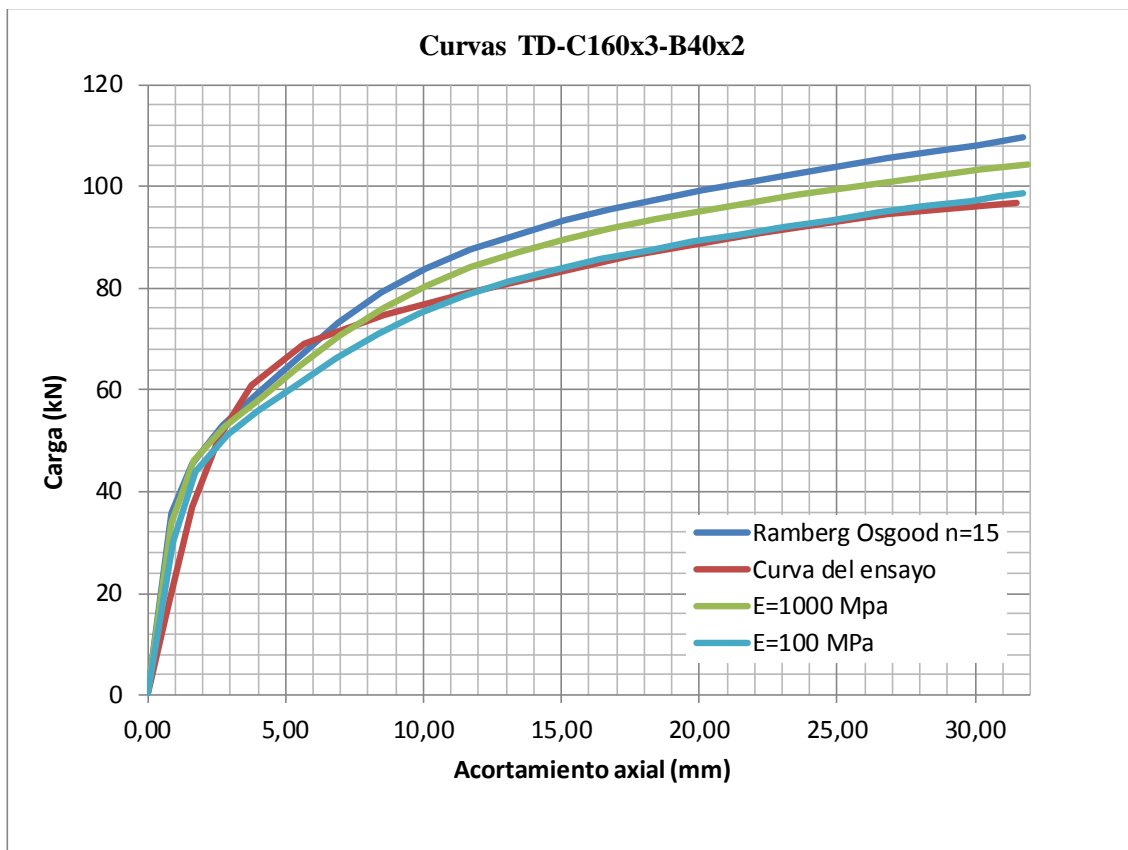


Fig. 5.67. Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento para materiales blandos del plato; $n=15$

La Fig. 5.67 muestra las curvas fuerza-desplazamiento del Modelo 2 en ANSYS, para el modelo con un parámetro $n=15$ apoyado en la base y la modelización del mismo con un plato de elementos sólidos elástico bajo la base del cordón, este modelo se ha ensayado para distintos materiales del plato, con módulos de elasticidad $E=1000$ MPa y $E=100$ MPa y un parámetro $n=15$. En el análisis con el material de módulo de elasticidad $E=100$ MPa en el plato, se consigue una respuesta del modelo con el endurecimiento deseado, pero se observa que la propuesta de este modelizado no corrige el problema en la zona elástica, y además se genera una pérdida de rigidez en toda la curva. Se descarta por tanto esta hipótesis.

3.2.2.1.1 Material rígido

Este modelo cobra importancia, ya que produce el levantamiento de la chapa en la base del tubo inferior de la unión en T, tal y como ocurre en los ensayos experimentales. Las condiciones de contorno y contactos aplicados se expusieron en el apartado 5.4.10.2. Para dar rigidez al plato de elementos sólidos se emplea un material de 1000 MPa, de manera que la unión en T se deforme contra el plato al aplicar el esfuerzo de compresión (Fig. 5.68).

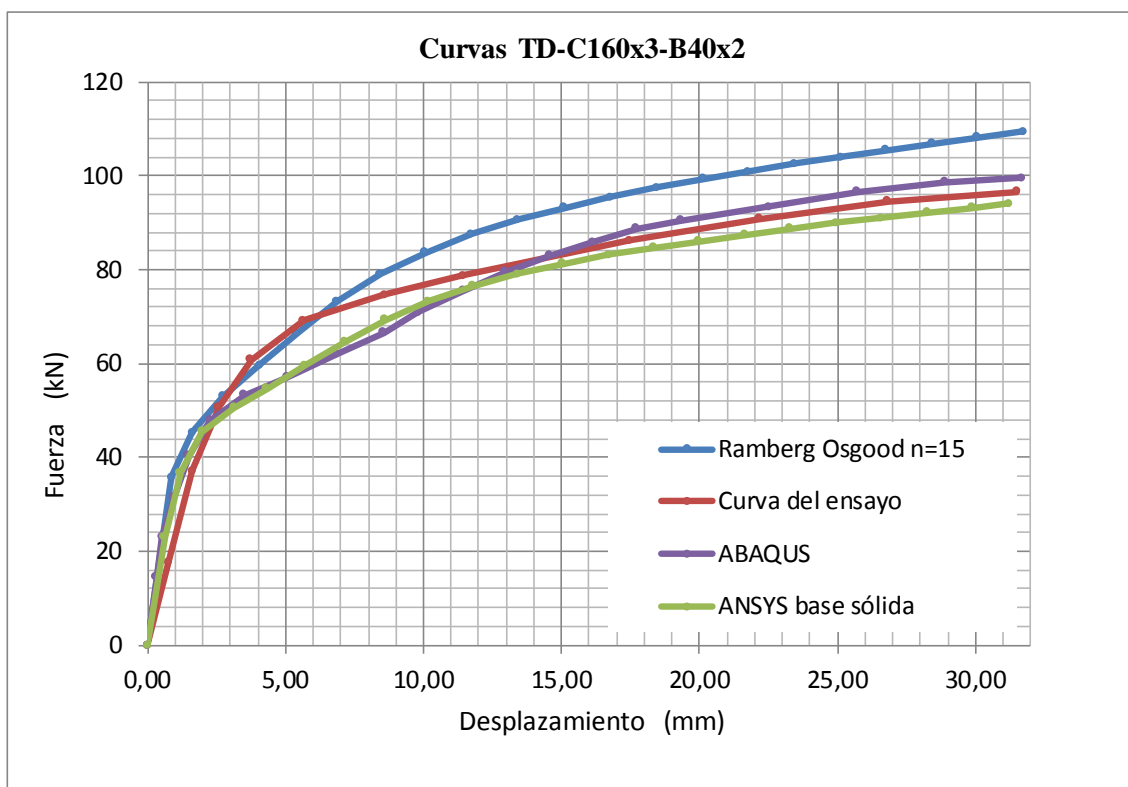


Fig. 5.68. Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento para material duro del plato; $n=15$

La Fig. 5.68 muestra las curvas fuerza-desplazamiento del Modelo 2 en ANSYS, para el modelo con un parámetro $n=15$ apoyado en la base y la modelización del mismo con un plato de elementos sólidos rígido bajo la base del cordón. Se observa que la respuesta del modelo cuando se aplica el plato rígido es mucho mejor que la que se obtenía sin este. El endurecimiento en el tramo final de la curva está muy próximo al de la curva del ensayo experimental, pero el endurecimiento en el primer tramo no-lineal

queda más bajo. Además, sigue sin corregirse el problema de rigidez inicial y hay cierta disparidad entre el modelo desarrollado en ANSYS y el ensayo experimental.

Aun así, la curva fuerza-desplazamiento del modelo en ANSYS es prácticamente igual que la del modelo en ABAQUS en la zona de 0 a 13 mm y dista a la misma distancia por defecto de endurecimiento a la curva del ensayo en el tramo final, que lo que dista por exceso de endurecimiento la curva de ABAQUS a la del ensayo en el tramo final, por lo que se puede dar el modelo en ANSYS como válido. Se comprueba que cuando se modeliza en ANSYS con la hipótesis del levantamiento de chapa, este simula la realidad de una forma precisa, haciendo válido el parámetro de $n=15$ para el uso en aceros inoxidables Dúplex.

Una vez validado el Modelo 2, se emplean los resultados obtenidos para la simulación del Modelo 3. Este modelo corresponde al ensayo TD-C40x2-B40x2, por lo que el material de los miembros de este ensayo es el mismo que el que se usó para el montante del ensayo TD-C160x3-B40x2. La curva fuerza-desplazamiento (Fig. 5.69) se obtiene usando un plato de elementos sólidos bajo la base de la unión en T, un parámetro de no linealidad igual a $n=15$, y la primera soldadura propuesta en la Fig. 5.49

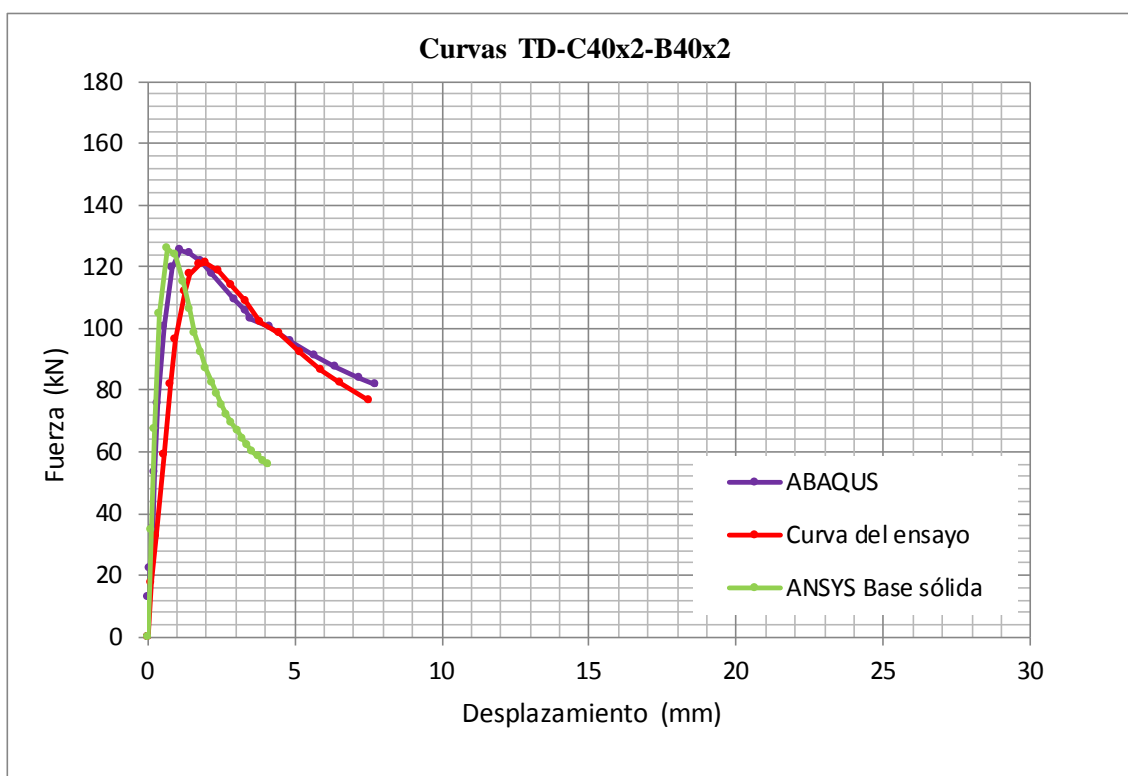


Fig. 5.69. Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento para material duro del plato; $n=15$

En la Fig. 5.69 se observa la respuesta del Modelo 3 dada por su curva fuerza-desplazamiento para un valor de $n=15$ y apoyada sobre un plato rígido que permite el levantamiento de la chapa del tubo montante, junto con la curva fuerza-desplazamiento del ensayo experimental y la que obtuvieron los autores en ABAQUS. La fuerza máxima que se obtiene en el modelo en ANSYS en la misma que se obtuvo en el modelo en ABAQUS y muy parecida a la del ensayo experimental; pero el endurecimiento en el modelo desarrollado en ANSYS está muy por debajo del que se alcanzó en el ensayo tras alcanzar el punto de fuerza máxima y plastificar la unión en T.

Para intentar asemejar la curva fuerza-desplazamiento del Modelo 3 a la que se obtuvo en el ensayo experimental, se van a realizar más experimentos con el fin de determinar la influencia de una nueva soldadura en anillo y de la posición del aparato de medida.

5.5.3.4 Simulación con nuevas soldaduras

Una vez se han intentado validar los Modelos 2 y 3, se procede a comprobar el efecto que las nuevas soldaduras propuestas tienen sobre el modelo, ya que estas se han modelizado en forma de anillo de manera que se parezcan lo más posible a las de los ensayos experimentales (Fig. 5.48Fig. 5.50).

5.5.3.4.1 Modelo 2

En la Fig. 5.70 se muestra la curva fuerza-desplazamiento del modelo desarrollado con la nueva soldadura en anillo propuesta. Se observa que en el tramo elástico no se modifica la pendiente de la curva, pero la inclusión de esta soldadura rigidiza el modelo elevando el endurecimiento en la zona no-lineal hasta valores iguales a los de la curva del ensayo.

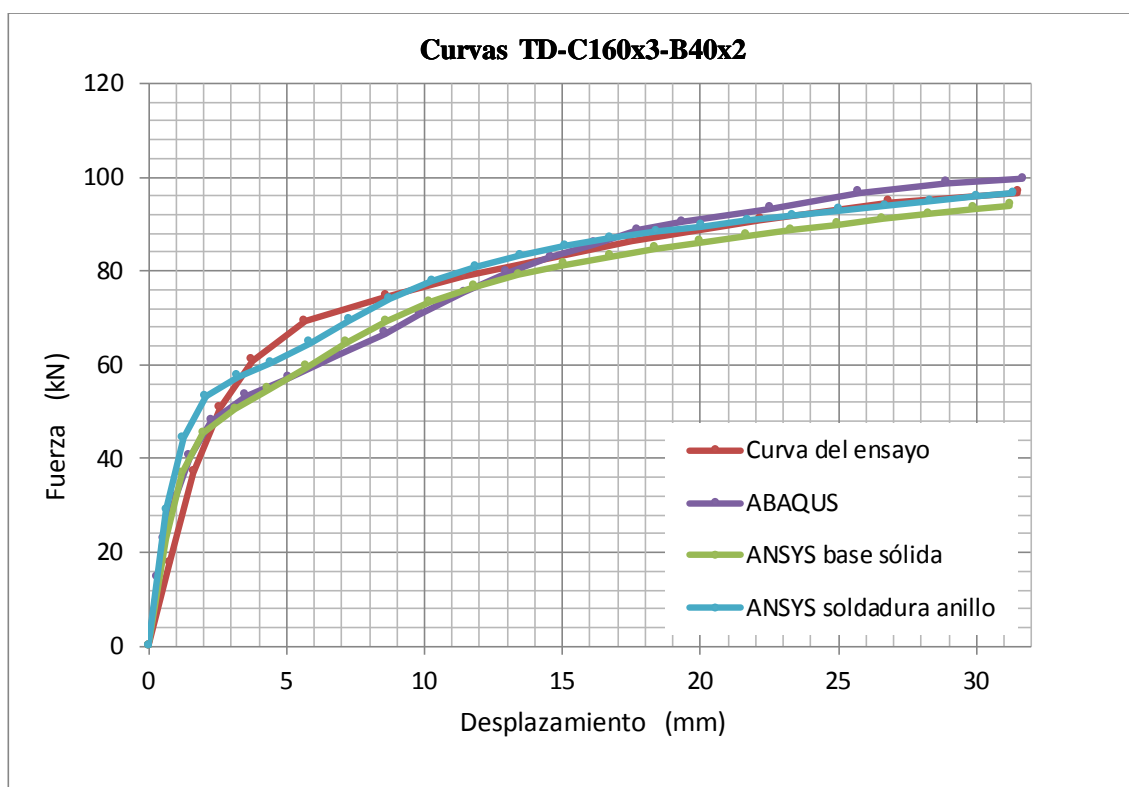


Fig. 5.70. Modelo 2. Curvas fuerza-desplazamiento con diferentes soldaduras

Puede concluirse por tanto, que la modelización de esta soldadura mejora la respuesta en comparación a la que se tenía con la soldadura previa y a la curva dada por ABAQUS, por lo que se valida el Modelo 2 con la modelización de la nueva soldadura propuesta y la inclusión de un plato rígido en la base que permita el levantamiento de la chapa inferior de la unión en T.

5.5.3.4.2 Modelo 3

En la Fig. 5.71 se muestra la curva fuerza-desplazamiento del modelo desarrollado con la nueva soldadura en anillo propuesta. Se observa que en el tramo elástico no se modifica la pendiente de la curva, pero la inclusión de esta soldadura rigidiza el modelo en ANSYS elevando el punto de fuerza máxima unos 20 kN sobre el valor del ensayo experimental, además el endurecimiento en la zona plástica sigue muy por debajo a los valores obtenidos en el ensayo experimental y en el modelo en ABAQUS.

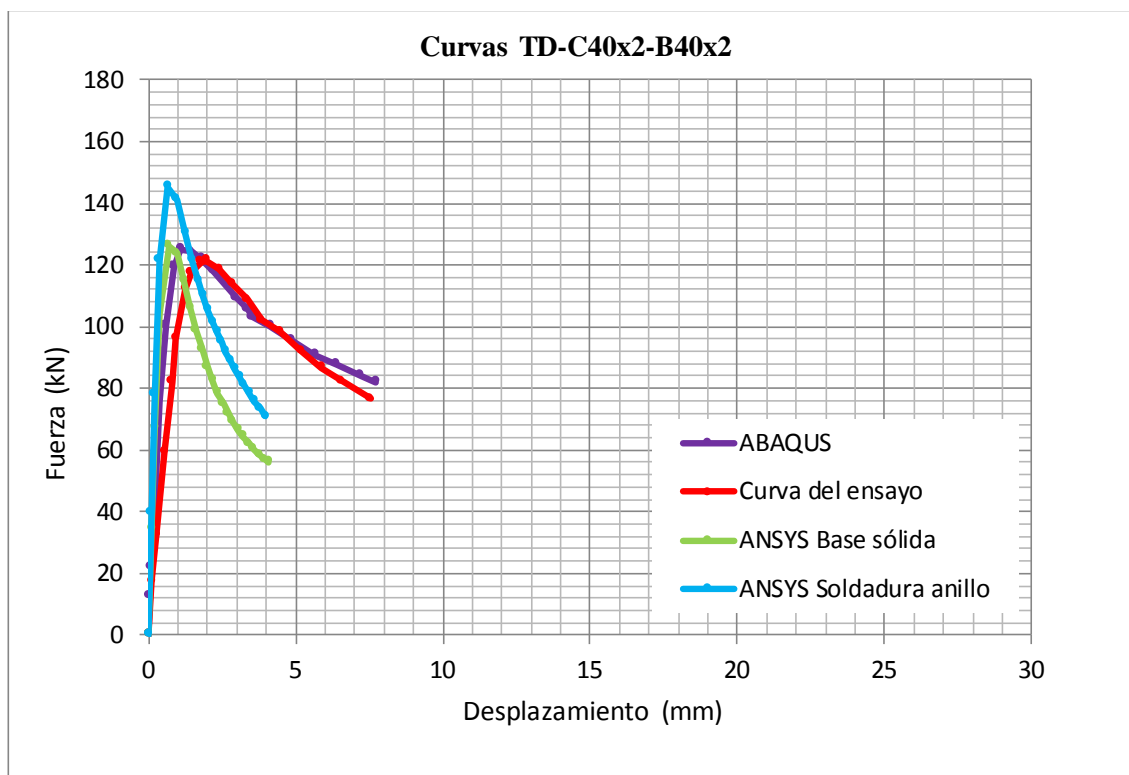


Fig. 5.71. Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento con diferentes soldaduras

Puede concluirse por tanto, que la modelización de esta soldadura no mejora la respuesta en comparación a la que se tenía con la soldadura previa y en consecuencia a la curva dada por ABAQUS, por lo que se va a estudiar la influencia del medidor de deflexión axial (u), y se Modelo 3 con la modelización de la primera soldadura propuesta y la inclusión de un plato rígido en la base que permita el levantamiento de la chapa inferior de la unión en T.

5.5.3.5 Influencia de los medidores

Al modelizar el Modelo 2, se realizó la curva fuerza-desplazamiento situando el punto a desplazar a 20 mm de la cara del montante en el eje longitudinal del miembro cordón, tal y como se disponía la galga de medición en el ensayo experimental de Feng y Young [9] para medir el desplazamiento producido por la compresión (u). La importancia de la posición de la galga de medición en el eje longitudinal del cordón no era relevante, ya que la longitud del tubo L_0 es elevada. Sin embargo, en el ensayo correspondiente al Modelo 3 la longitud del cordón L_0 es 3,5 veces más pequeña que en el ensayo del Modelo 2, produciéndose un gran gradiente de deformación (en el sentido de la compresión) entre la posición de la galga y la cara del montante.

En la Fig. 5.72 se aprecia la colocación de una de estas galgas. Debido a la geometría y disposición es probable que esta no pueda colocarse exactamente a 20 mm de la cara del montante y la curva de respuesta del modelo varíe.



Fig. 5.72. Geometría y disposición de la galga de medición

Por ello, en la Fig. 5.73 se simula la influencia de la posición de la galga en puntos más cercanos a la cara del montante donde la curva de 20 mm corresponde a la curva obtenida en el Modelo 3 para la primera soldadura propuesta y sobre un plato rígido, y las curvas de 18,2 a 12,8 mm marcan la posición de la galga con respecto a la cara del montante.

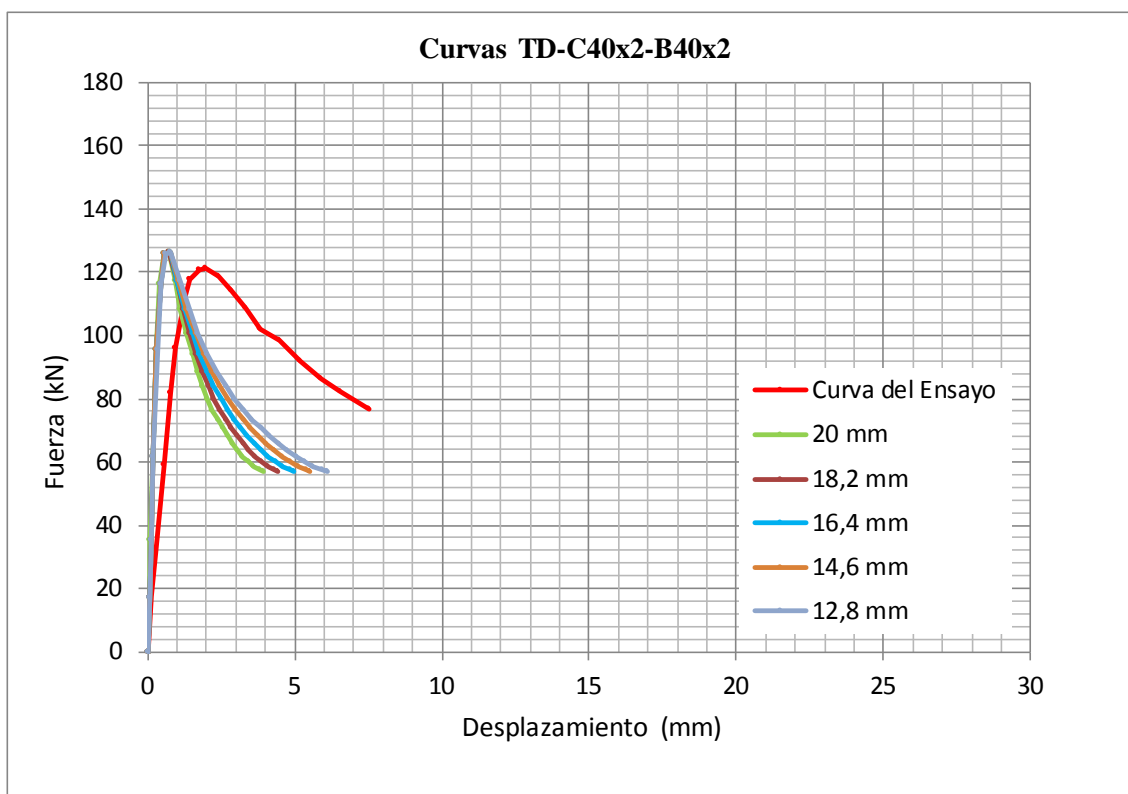


Fig. 5.73. Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento; influencia de la posición de la galga de desplazamiento

Se observa que el posicionamiento de la galga influye en la respuesta fuerza-desplazamiento del modelo, aumentando el endurecimiento en el tramo final tras alcanzar el punto de fuerza máxima. Pero esta variación, producida por el gradiente de deformación existente, no es influyente a la hora de obtener una respuesta cercana a la del ensayo experimental en esta zona.

Para asegurar que el modelo se ha efectuado correctamente y no existe un problema de diseño, se realiza una nueva curva fuerza-desplazamiento (Fig. 5.74). En esta curva el desplazamiento vendrá dado por la abolladura que experimenta el cordón en su plano medio respecto del eje Y y respecto del eje Z, es decir, un punto situado a una distancia $L_0/2$ y $h_0/2$, correspondiente al desplazamiento v que midieron las galgas en el ensayo experimental (Fig. 5.9).

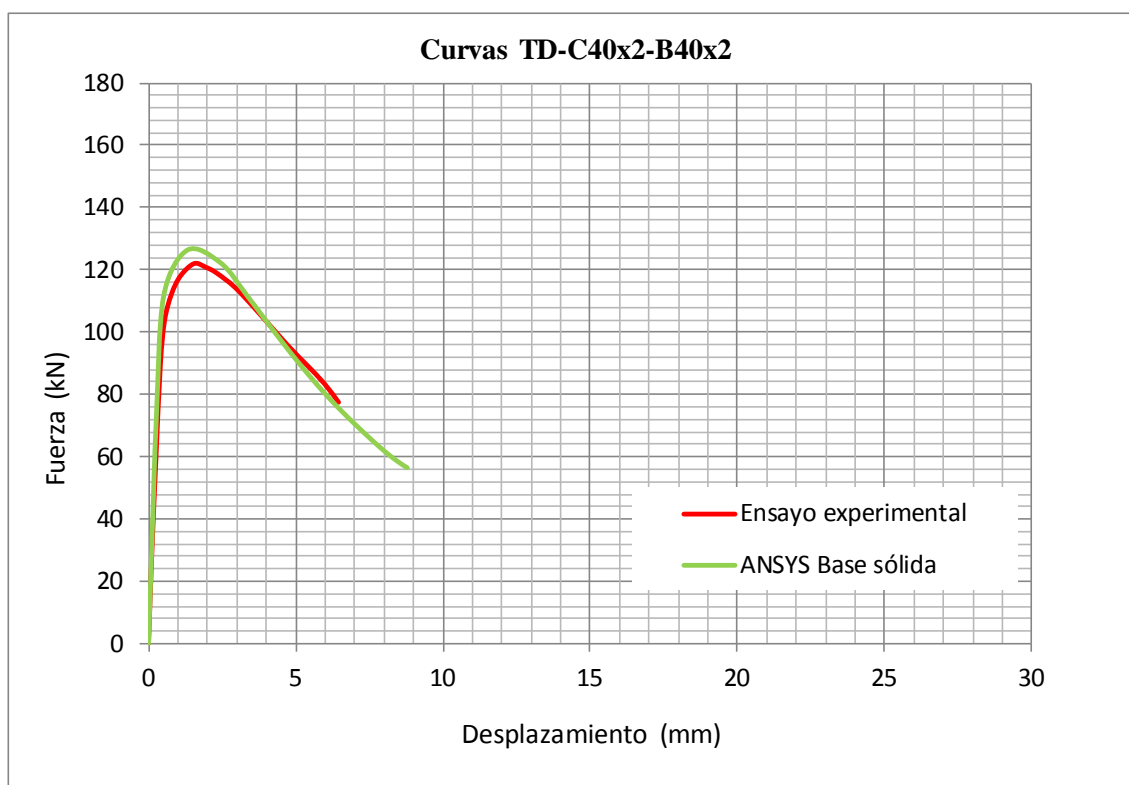


Fig. 5.74. Modelo 3. Curvas fuerza-desplazamiento; desplazamiento horizontal v

En esta curva fuerza-desplazamiento se observa que la respuesta del modelo desarrollado en ANSYS es igual a la del ensayo experimental en la zona lineal y en la zona no-lineal, y el pico de carga máxima es ligeramente superior como en la curva fuerza-desplazamiento u , por lo tanto puede tomarse este modelo como válido, ya que la fuerza de pico es prácticamente la misma y el modo de fallo que experimenta es el mismo, haciendo que el desplazamiento producido por la abolladura en la cara lateral del cordón tenga valores muy próximos a los que se obtuvieron en el ensayo experimental.

La variación entre las curvas fuerza-desplazamiento u y fuerza-desplazamiento v que se producen en el Modelo 3 puede ser consecuencia de un problema de medición en la cara del cordón y a la geometría de la unión en T, al producirse un modo de fallo distinto (Modo B del EC3, Fig. 3.4) del que se produce en el en Modelo 2 (Modo A del

EC3, Fig. 3.3). Resultando más certero verificar el modelo de elementos finitos midiendo la abolladura lateral del cordón en vez de la deflexión de la cara del cordón.

Puede concluirse por tanto, la validación del Modelo 2 con la modelización de la primera soldadura propuesta y la inclusión de un plato rígido en la base que permita el levantamiento de la chapa inferior de la unión en T.

5.5.4 Verificación de los modelos de elementos finitos

5.5.4.1 Introducción

Una vez validados los Modelos de elementos finitos (Modelos 2 y 3), hay que verificar que las fuerzas máximas permitidas antes de que ocurran los modos de fallo que experimenta la unión se corresponden numéricamente con los valores que se obtienen de las formulaciones del EC3 [1] y de CIDECT [3, 5]. Cotejando así, la capacidad a compresión que tiene la unión en T. Posteriormente se representará gráficamente los desplazamientos, tensiones y deformaciones que hay en todos los puntos de la unión, y los esquemas de convergencia proporcionados por la simulación de los modelos de elementos finitos desarrollados.

5.5.4.2 Modelo 2

5.5.4.2.1 Modo de fallo

El modo de fallo que se produce en el Modelo 2 corresponde a un fallo por rotura o agotamiento de la cara del cordón ya que $\beta = 0,5 \leq 0,8$ (Modo A del EC3). La curva fuerza-desplazamiento (Fig. 5.75) no proporciona un valor distinguido de la fuerza antes de que se produzca el fallo (N_f), por ello se emplea el Criterio de Deformación Límite que se desarrolló en el apartado 2.3. En este caso nos encontramos con que $\beta \leq 0,8$ y es de aplicación la Fig. 2.1.

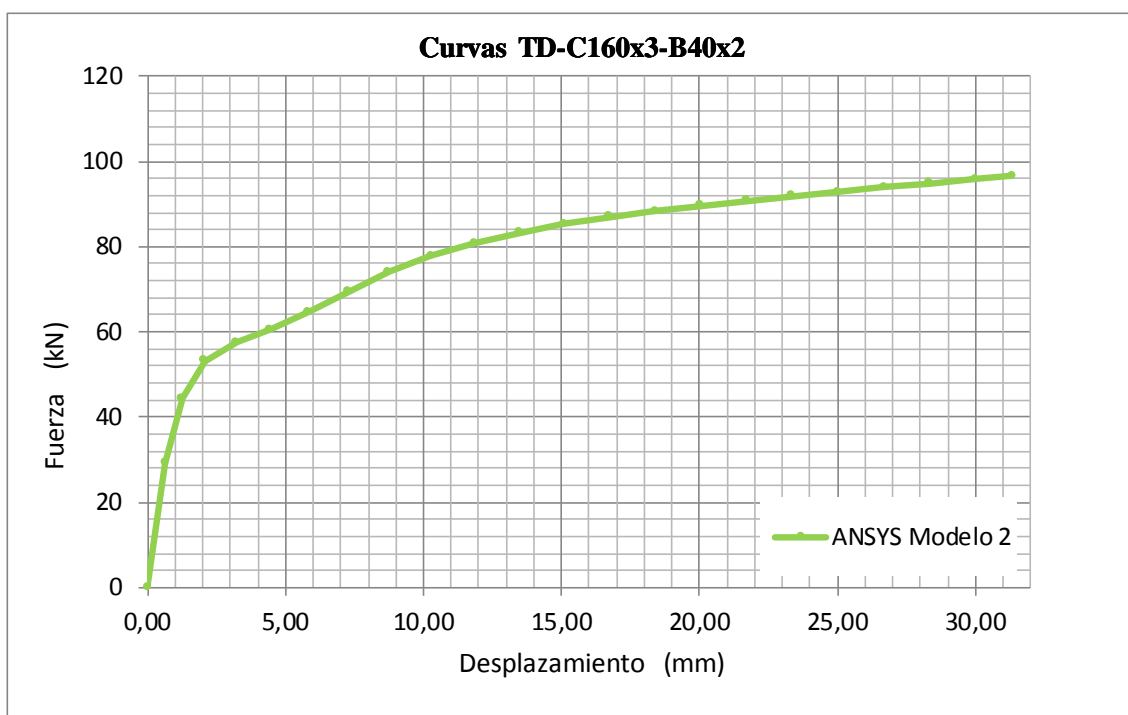


Fig. 5.75. Modelo 2. Curva fuerza-desplazamiento

Para aplicar el Criterio de Deformación Límite se emplea una curva fuerza-deformación ($N-\Delta$). En este caso la deformación corresponde al desplazamiento u medido a 20 mm de la cara del montante por lo que se emplea la Fig. 5.75 para obtener la fuerza máxima permitida en la unión antes de que se produzca el fallo N_f . Esta será 1,5 veces la fuerza obtenida para una deformación correspondiente al 1% b_0 ($1,5N_{1\%b_0}$) si es menor que la fuerza obtenida para una deformación correspondiente al 3% b_0 ($N_{3\%b_0}$), en caso contrario la fuerza máxima permitida en la unión antes del fallo será $N_{m\acute{a}x}=N_f=N_{3\%b_0}$ (Fig. 5.76).

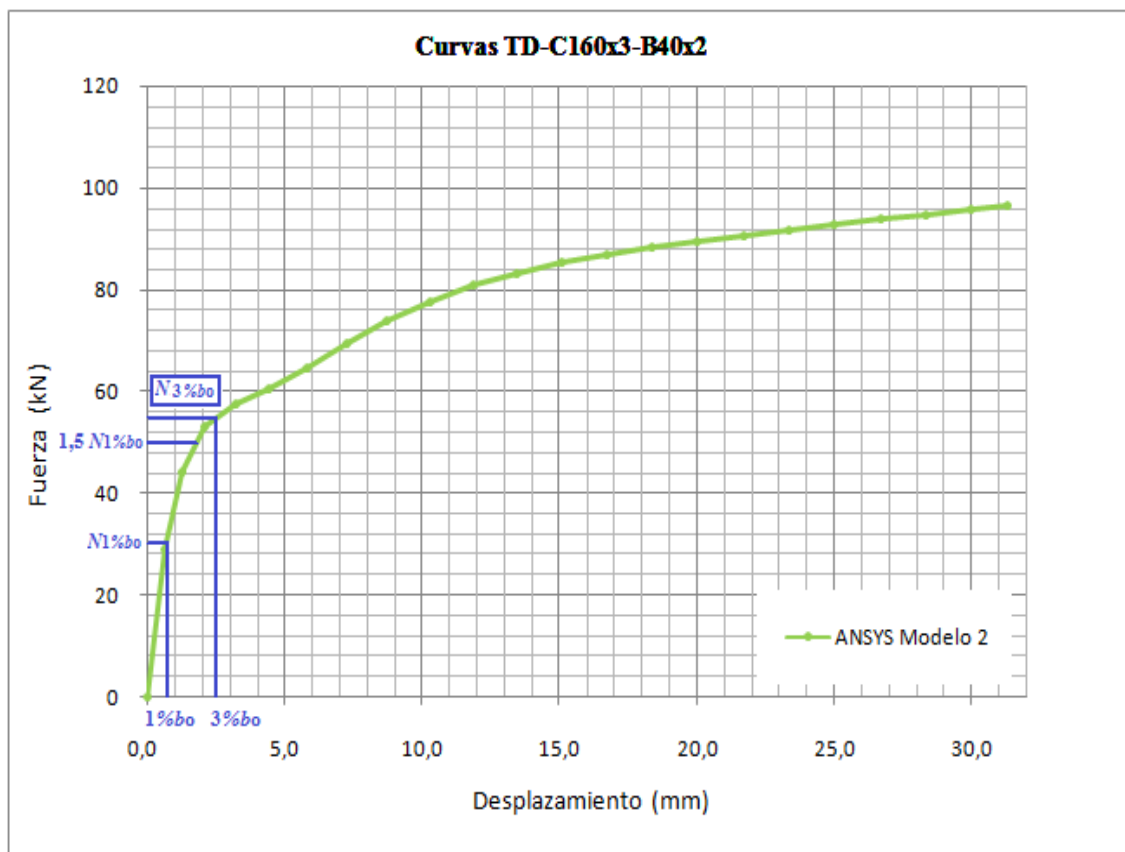


Fig. 5.76. Modelo 2. Curva fuerza-desplazamiento; Criterio de Deformación Límite

Al ser $b_0=80$ mm Se observa que $1,5N_{1\%b_0} < N_{3\%b_0}$ y por lo tanto el valor de N_f para el Modelo 2 de ANSYS es:

$$N_{f,ANSYS} = 1,5N_{1\%b_0} = 1,5 \cdot 31 = 46,5 \text{ kN.}$$

La formulación dada por el EC3 y CIDECT para determinar la el valor de la fuerza máxima permitida antes del fallo en la unión (resistencia de cálculo) $N_{i,Rd}=N_1^*$ corresponde a las ecuaciones 3.27 y 3.28. De ellas se resuelve que el valor de la resistencia de cálculo para una tensión nominal al 0,2% de la tensión de prueba es de 39,5 kN.

La fuerza máxima permitida antes del fallo en la unión (N_f) correspondiente al modelo de elementos finitos en ABAQUS de Feng y Young [11] tenía un valor de $N_{f,ABAQUS} = 30,8$ kN.

Si se analiza el ratio entre la fuerza antes de fallo de los modelos de elementos finitos ($N_{f,ANSYS}$ o $N_{f,ABAQUS}$) y la resistencia de cálculo que proporcionan las normativas europeas $N_{i,Rd}=N_1^*$ se obtiene que:

- Ratio para Modelo 2 (ANSYS) = 1,18.
- Ratio para el modelo de Feng y Young (ABAQUS) = 0,78.

Se concluye que el modelo de elementos finitos desarrollado en ANSYS para modelizar el ensayo TD-C160x3-B40x2 se ajusta más a las normativas europeas que el que desarrollaron Feng y Young en ABAQUS en 2011. Resultando las ecuaciones de cálculo de la fuerza antes del fallo más conservativas que el Criterio de deformación Límite aplicado al modelo de elementos finitos.

5.5.4.2.2 Resultados gráficos

La fuerza máxima permitida antes del fallo en el Modelo 2 dada por el Criterio de Deformación Límite corresponde a $N_{f,ANSYS} = 46,5$ kN. Este valor se obtiene cuando el desplazamiento introducido que simula la carga es de 1,7 mm. Para este estado de carga se representan los desplazamientos, tensiones y deformaciones elástica y plástica de todos los puntos del modelo (Fig. 5.78 a Fig. 5.86).

En la Fig. 5.77 se muestra un esquema de convergencia del análisis no lineal por el Método de Longitud de Arco. Se observa que en la primera zona, correspondiente al comportamiento elástico, se necesitan 20 *substeps* para alcanzar la primera convergencia, después esta se produce fácilmente en toda la zona plástica hasta alcanzar la compresión de la unión en T cuando se simula una carga por desplazamiento de 35 mm.

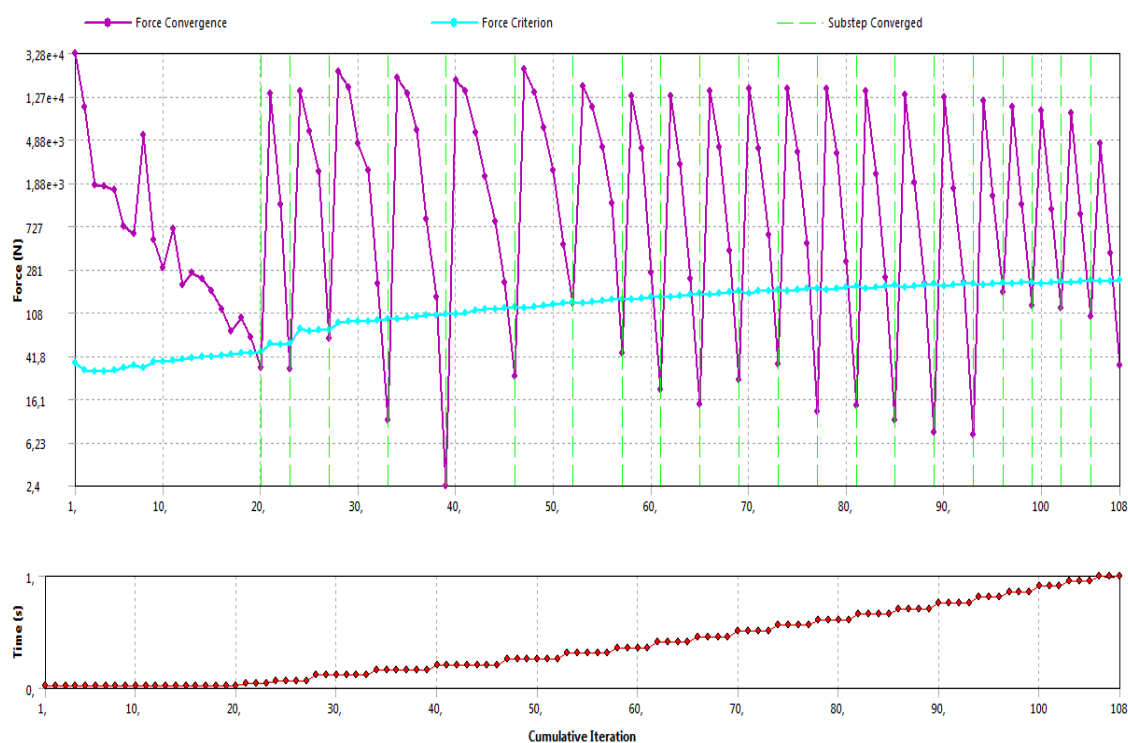


Fig. 5.77. Modelo 2. Convergencia en el análisis no lineal

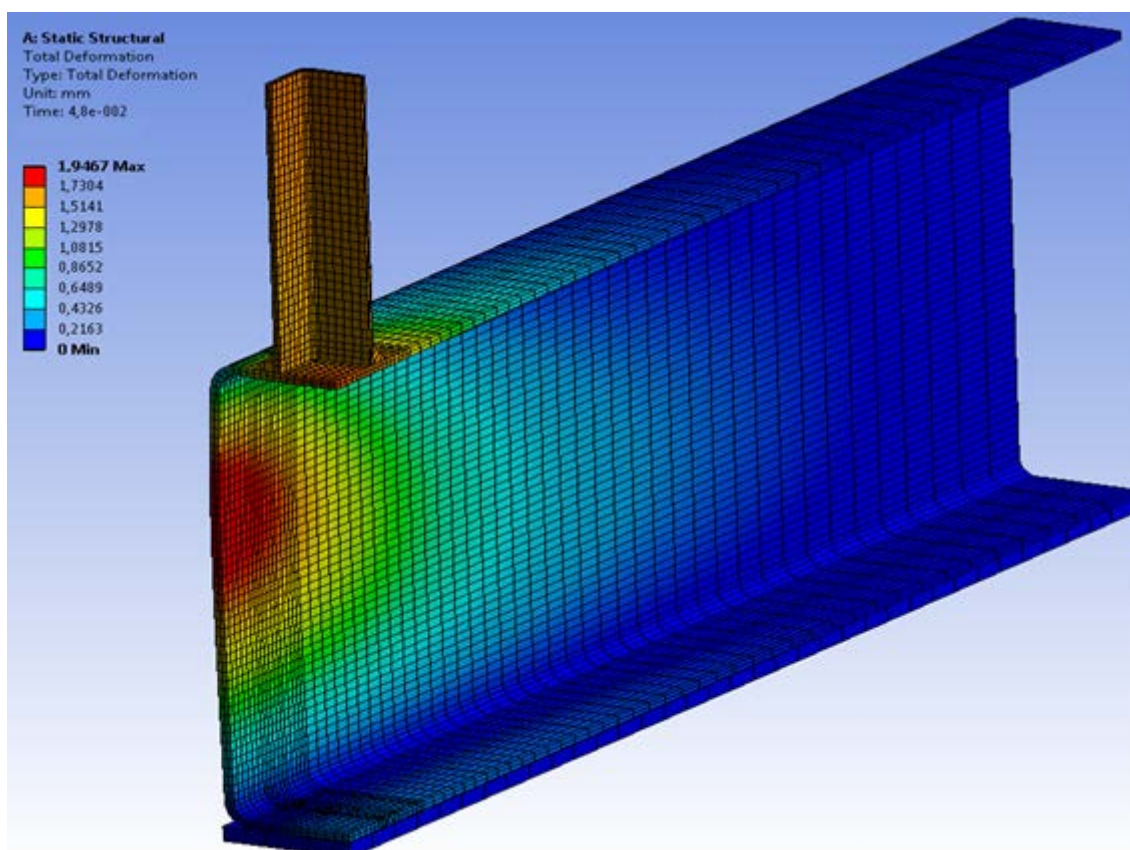


Fig. 5.78. Modelo 2. Estado de carga N_f . Desplazamiento total

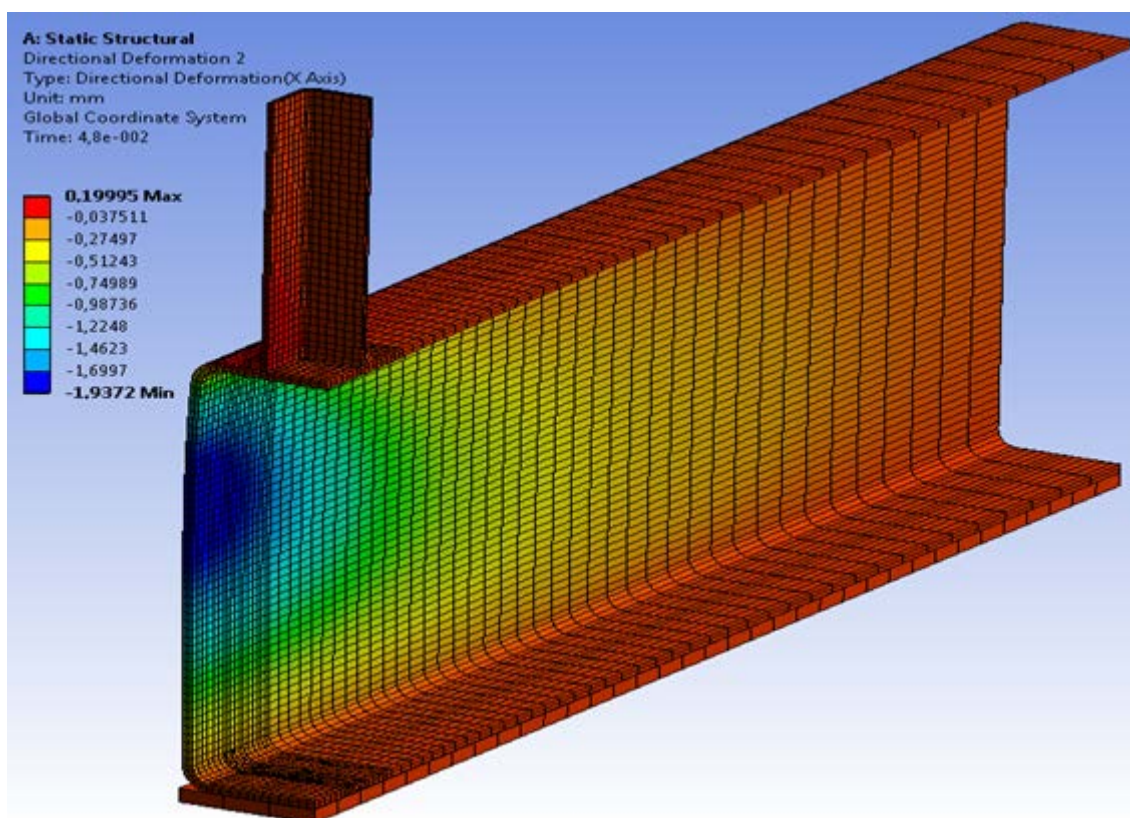


Fig. 5.79. Modelo 2. Estado de carga N_f . Desplazamiento direccional en el eje X

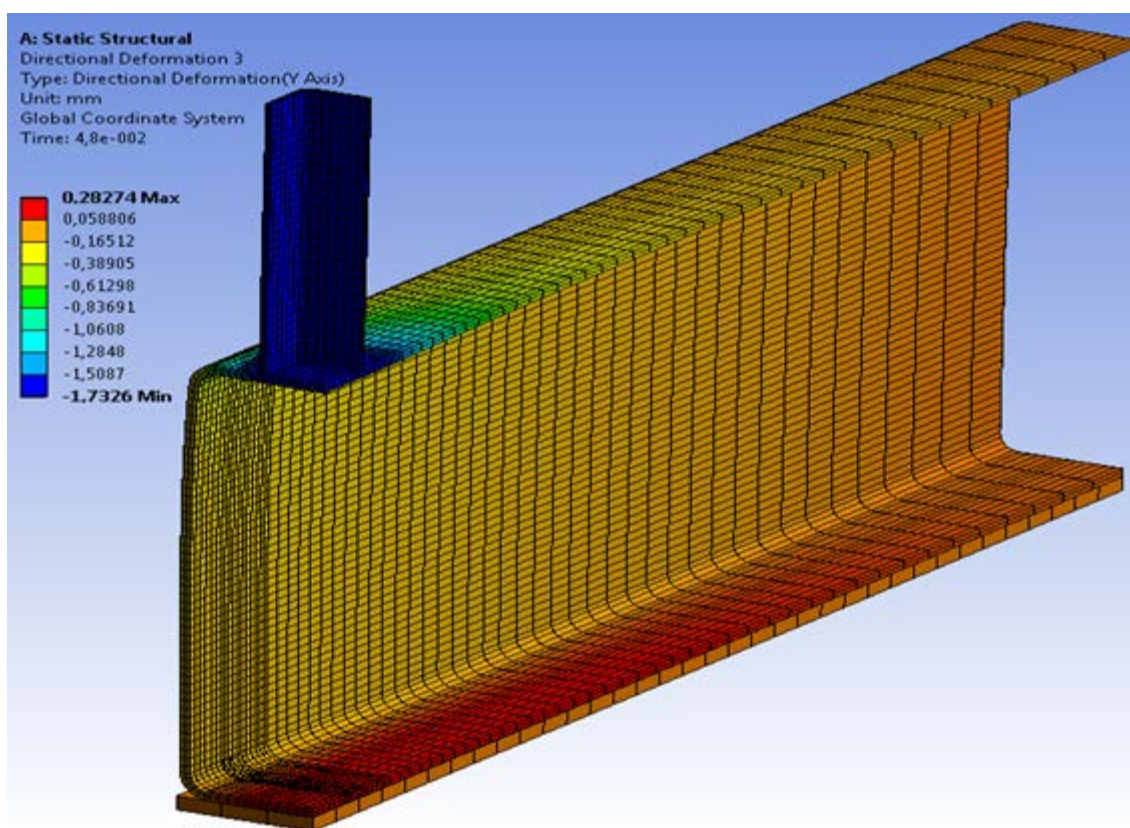


Fig. 5.80. Modelo 2. Estado de carga N_f . Desplazamiento direccional en el eje Y

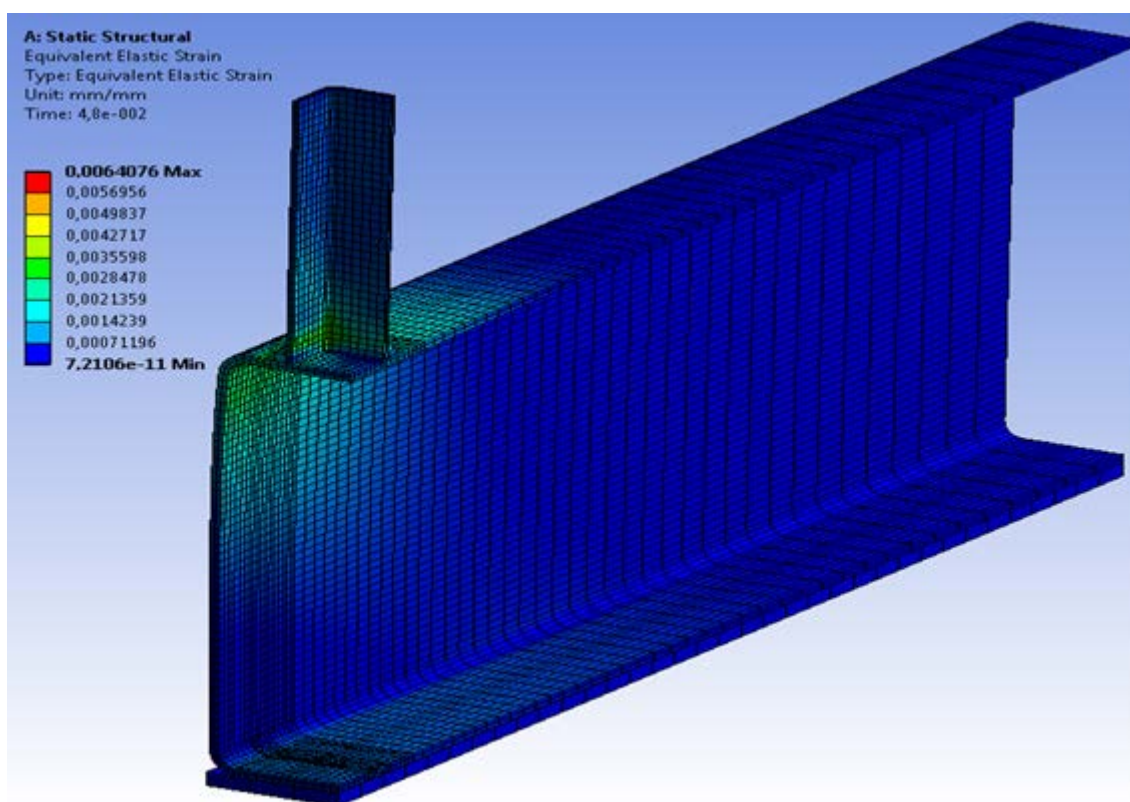
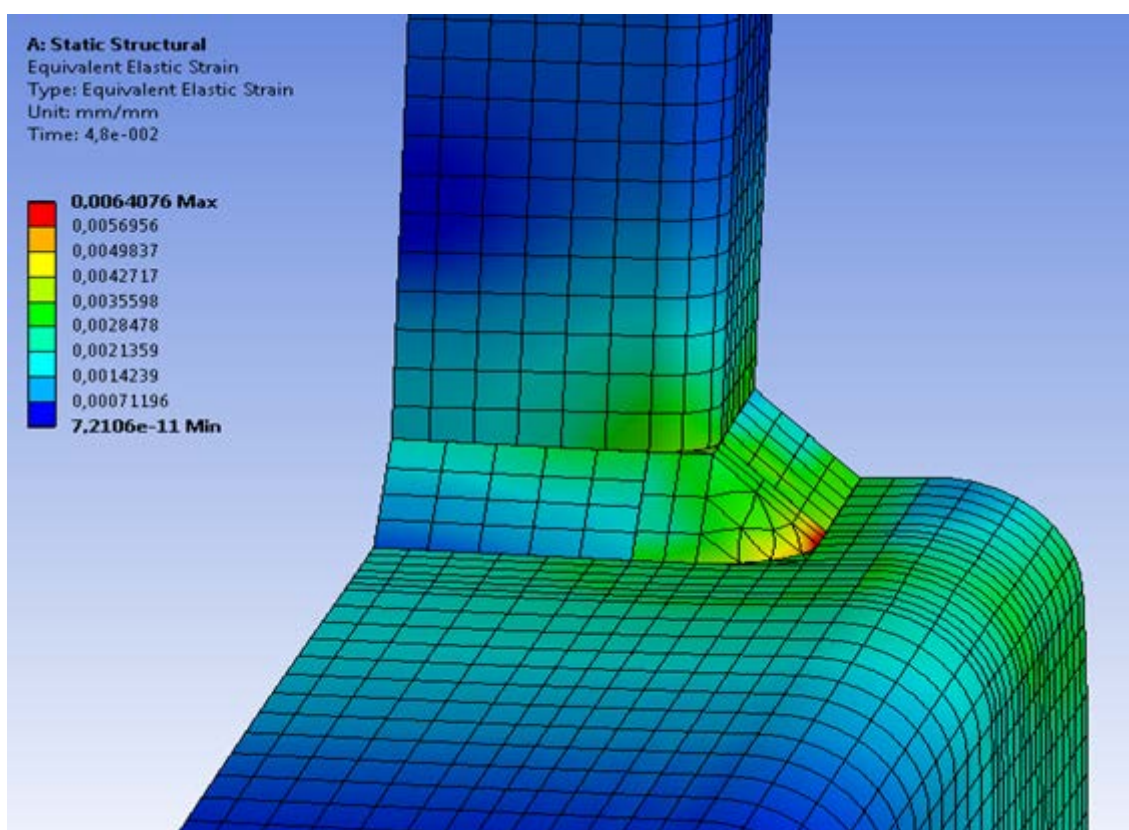
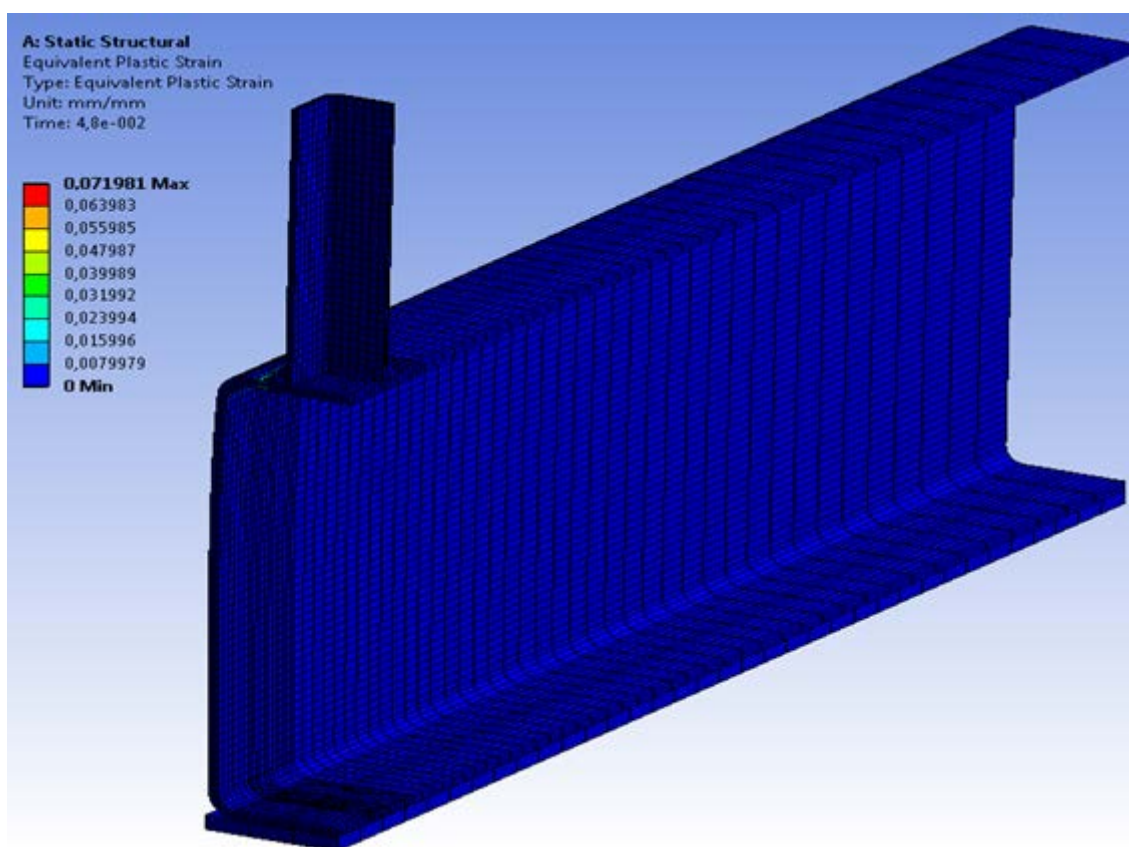
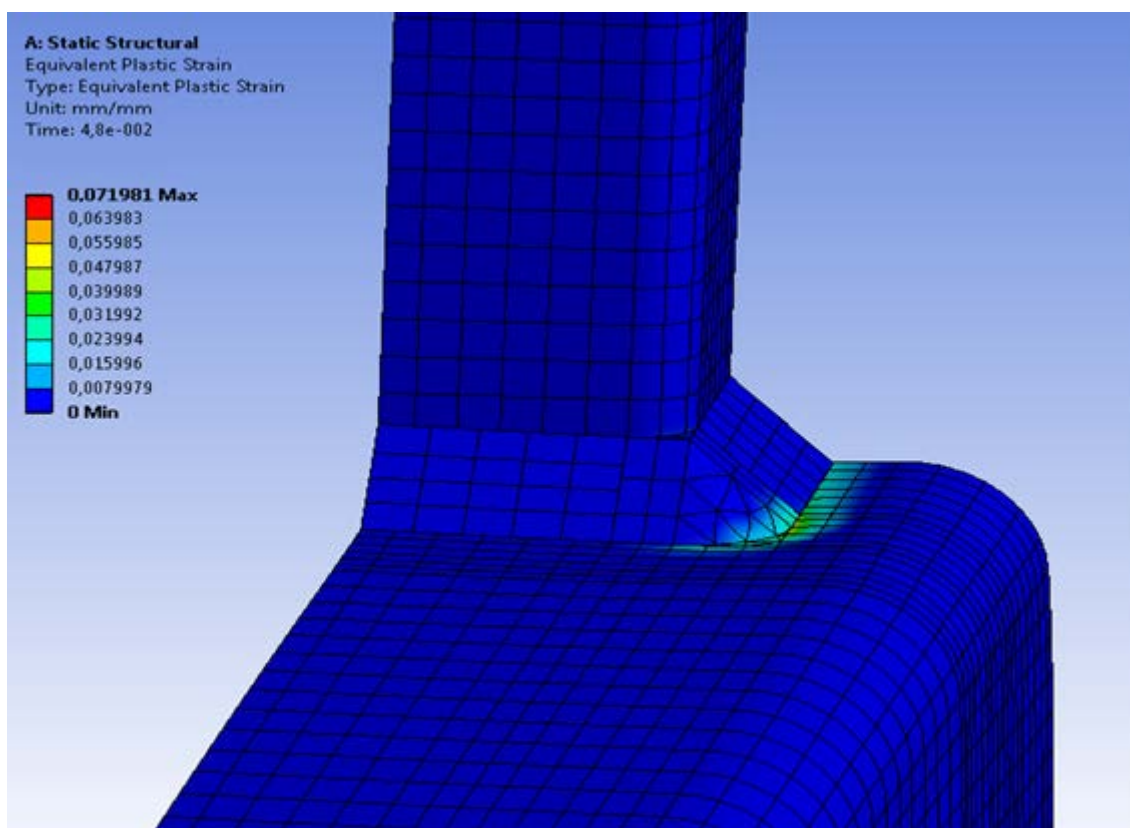
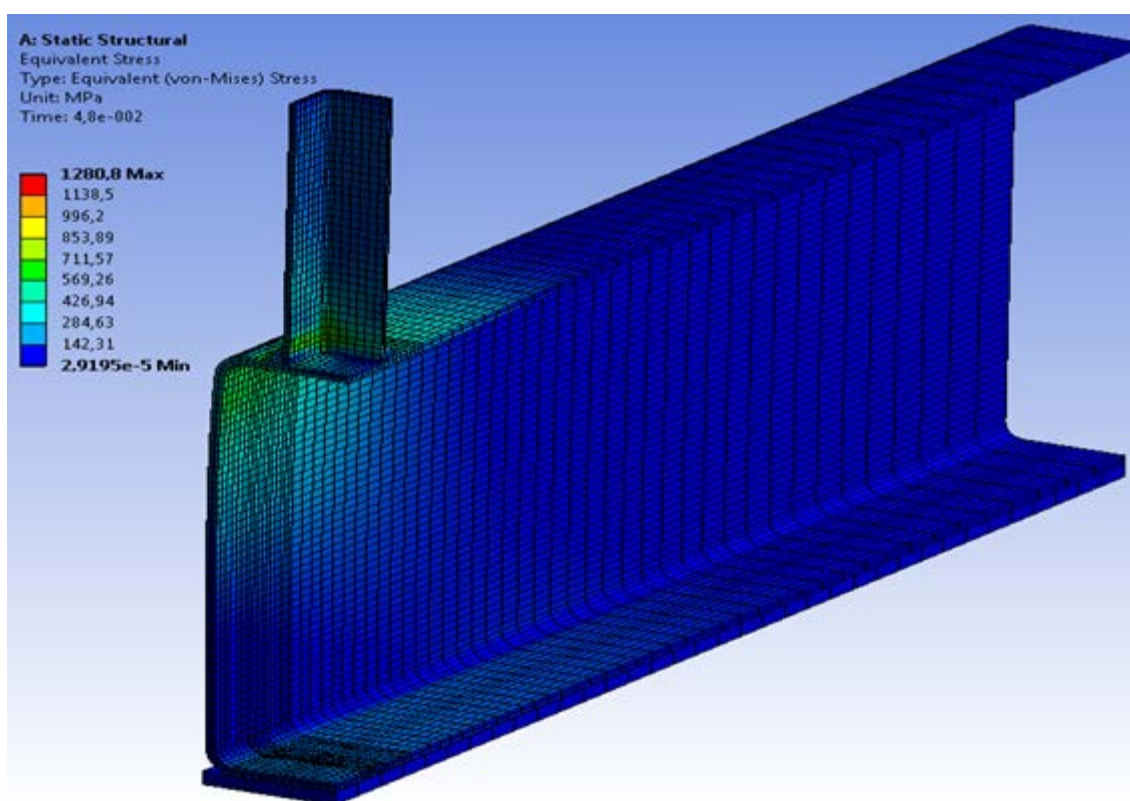


Fig. 5.81. Modelo 2. Estado de carga N_f . Deformación elástica

Fig. 5.82. Modelo 2. Estado de carga N_f . Detalle deformación elásticaFig. 5.83. Modelo 2. Estado de carga N_f . Deformación plástica

Fig. 5.84. Modelo 2. Estado de carga N_f . Detalle deformación plásticaFig. 5.85. Modelo 2. Estado de carga N_f . Tensión equivalente de Von-Mises

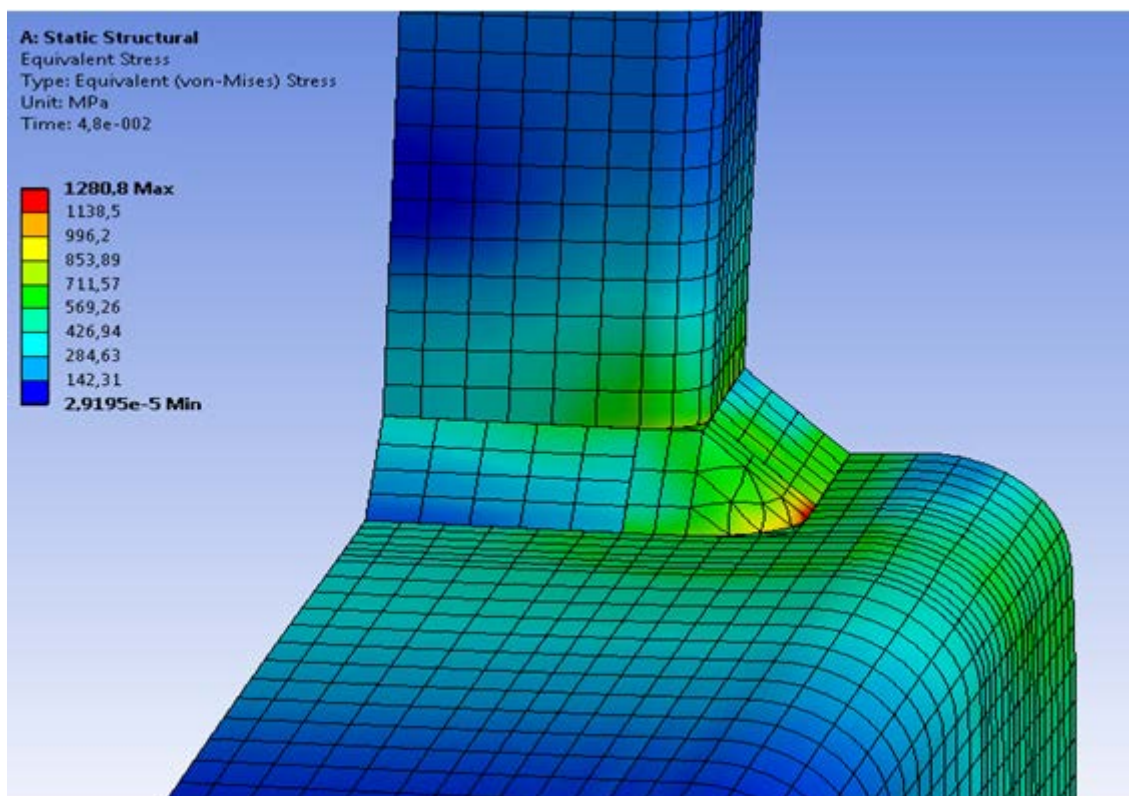


Fig. 5.86. Modelo 2. Estado de carga N_f . Detalle tensión equivalente de Von-Mises

Para este estado de carga, se aprecia que la deformación plástica sólo aparece en una pequeña región bajo el arco de la soldadura (Fig. 5.84), esto se debe a que es la región que soporta más tensiones (Fig. 5.86) y puede ser debido a la complejidad geométrica de esta soldadura. Se observa también que la deformación plástica no se extiende por ninguno de los tubos que conforman la unión en T (Fig. 5.82 a Fig. 5.83), validando de esta forma el Criterio de Deformación Límite, ya que no se produce plastificación ni fallo en la unión.

El desplazamiento máximo en el eje X (Fig. 5.79) se sitúa en la cara lateral del cordón. El desplazamiento máximo en el eje Y (Fig. 5.80) se sitúa en todo el montante y en la parte de chapa del cordón sobre la que se apoya, este desplazamiento provocará la abolladura en la cara del cordón (Modo A de EC3).

Al observar que el desplazamiento en el eje X de la cara lateral del cordón es mayor que el desplazamiento en el eje Y que experimenta la cara del cordón, sería intuitivo pensar en la posibilidad de que ocurra un fallo por abolladura de la cara lateral del cordón (Modo B del EC3) antes que un fallo en la cara del cordón (Modo A del EC3). Por ello, se representa la unión en T para el estado de carga último (Fig. 5.87 a Fig. 5.95), correspondiente a la compresión que sufre cuando se aplica un desplazamiento de 35 mm sobre el montante y en la dirección del eje Y. De esta forma ver los desplazamientos máximos y la tipología del fallo en la unión al rebasar notablemente la fuerza de fallo N_f .

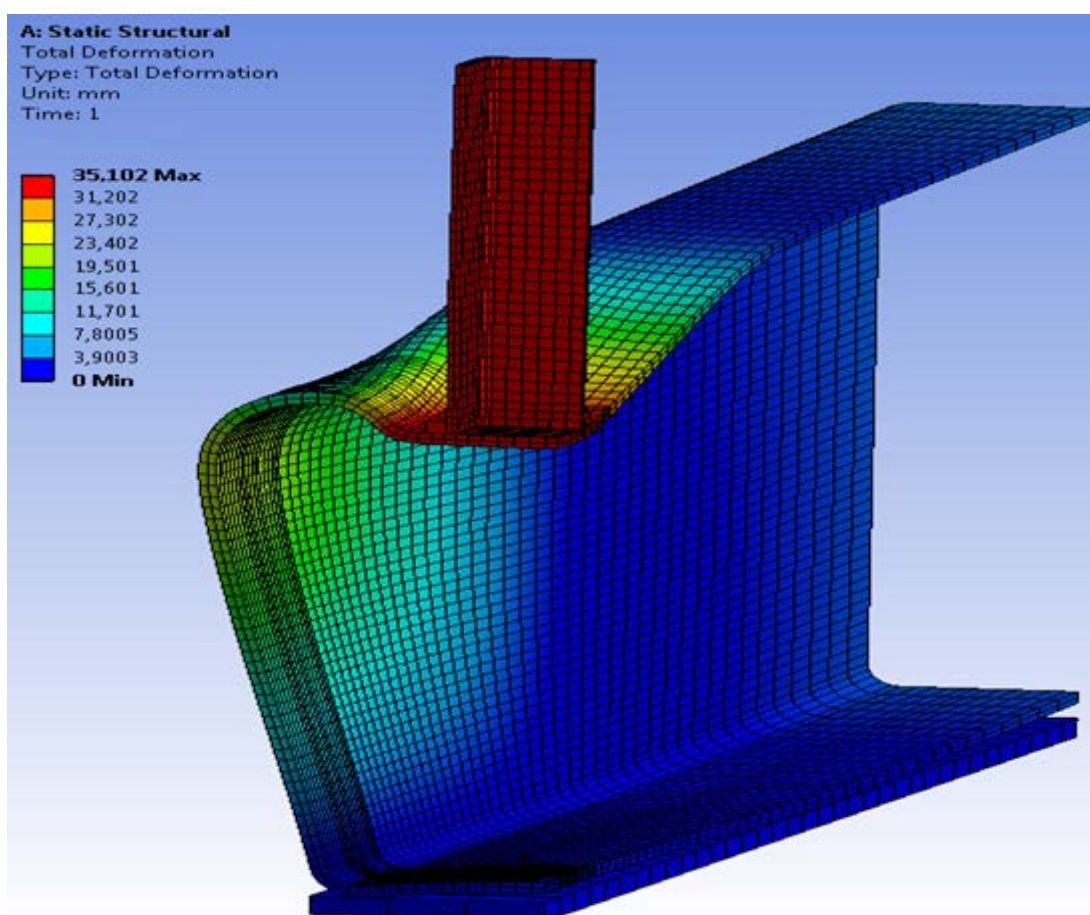


Fig. 5.87. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Desplazamiento total

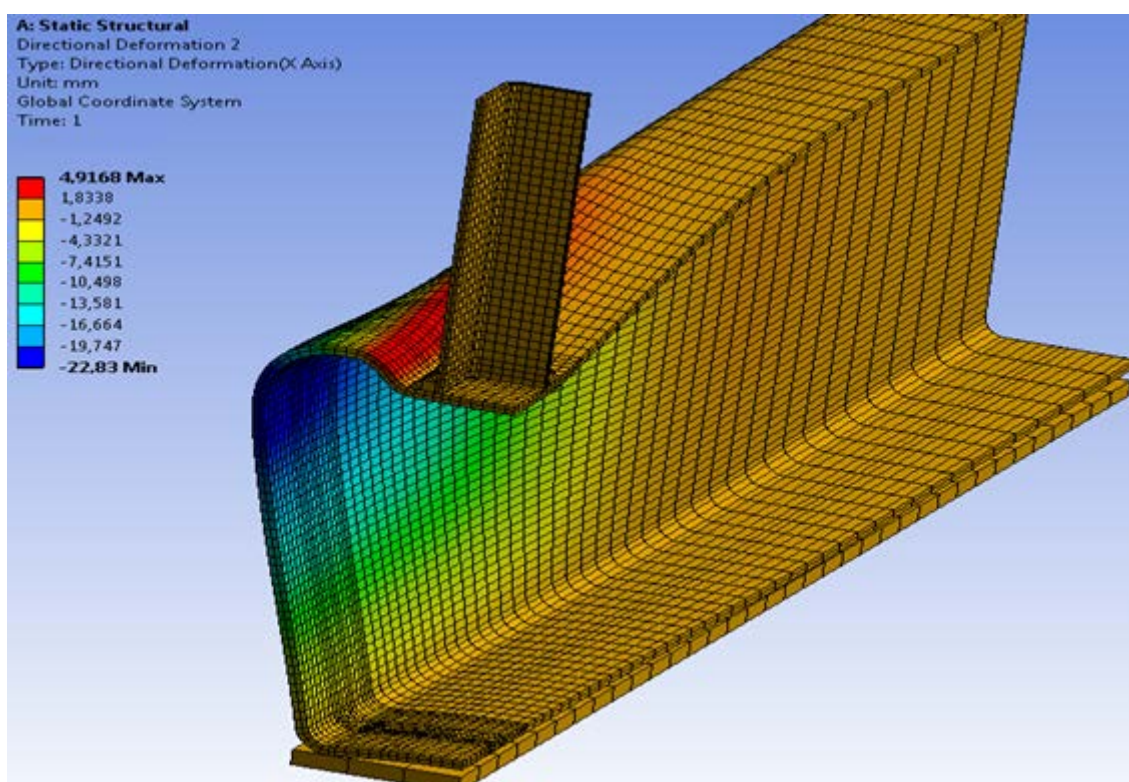


Fig. 5.88. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje X

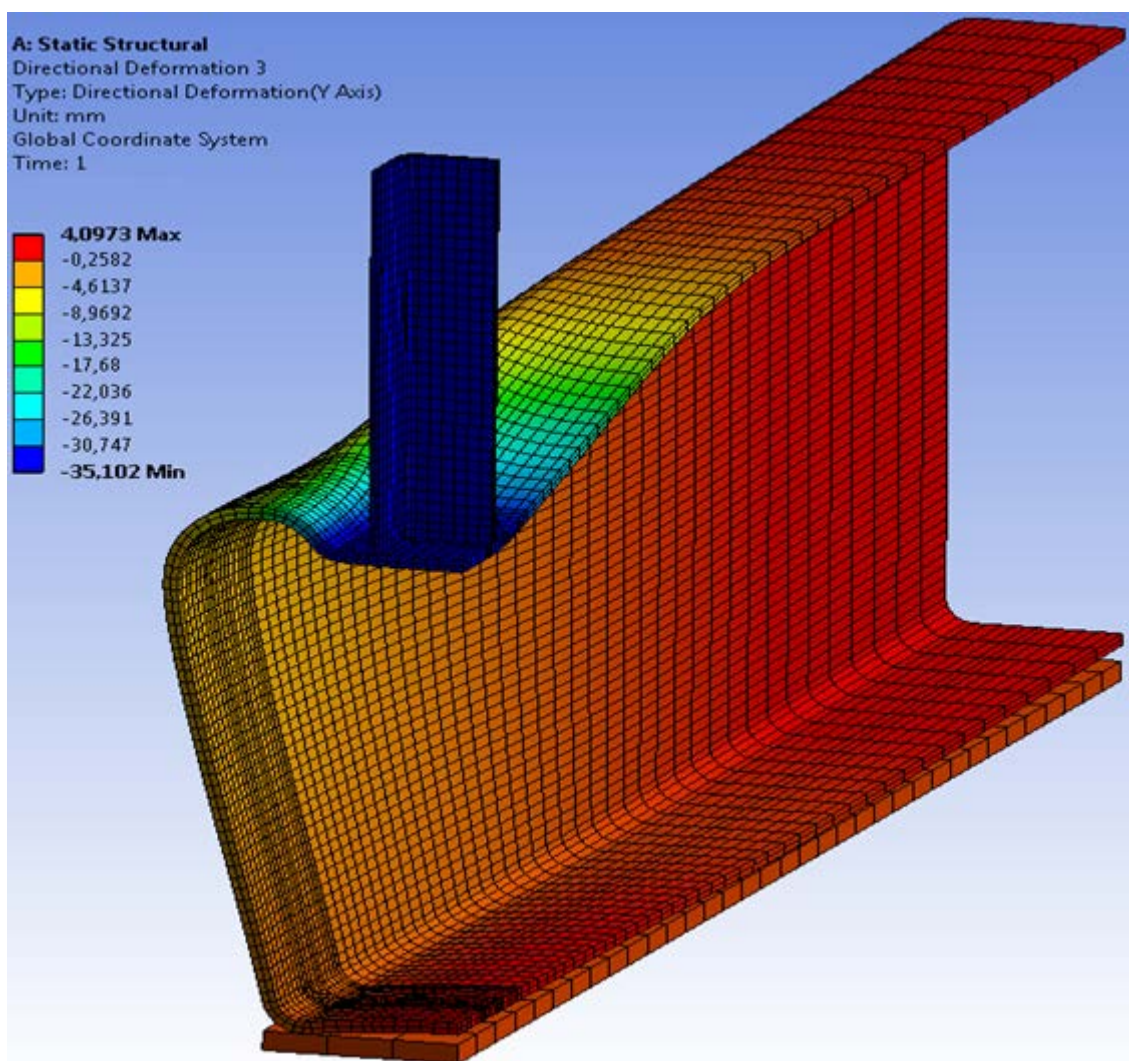


Fig. 5.89. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje Y

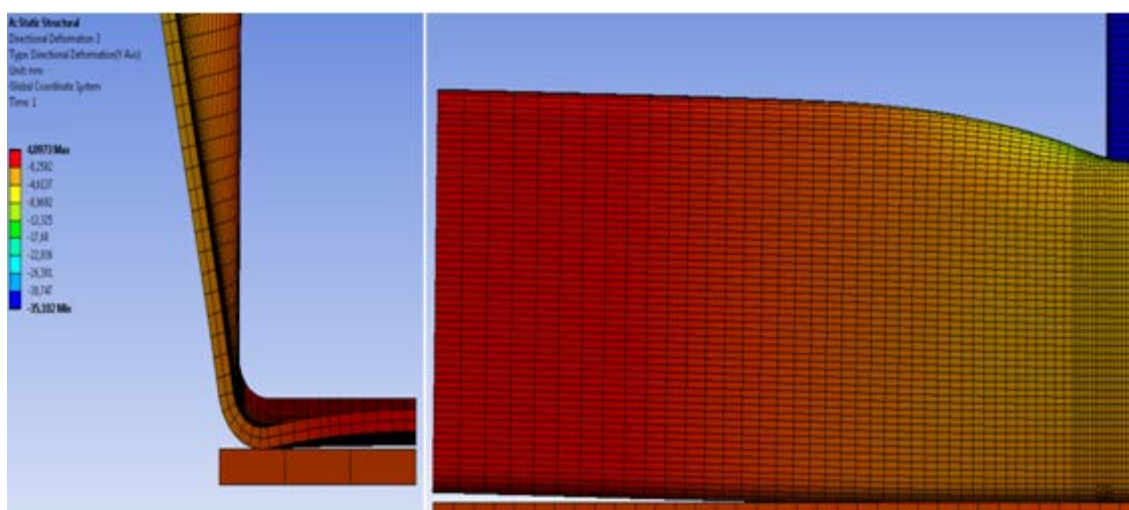


Fig. 5.90. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Detalle desplazamiento en el eje Y

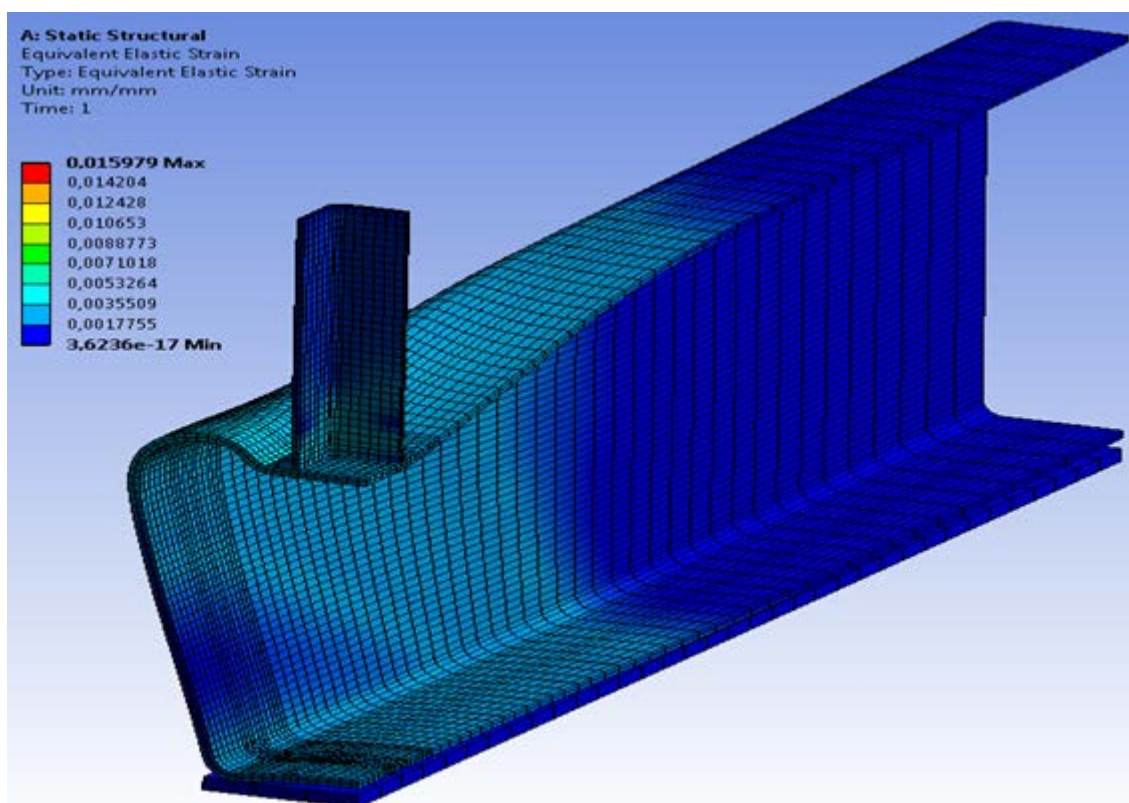


Fig. 5.91. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Deformación elástica

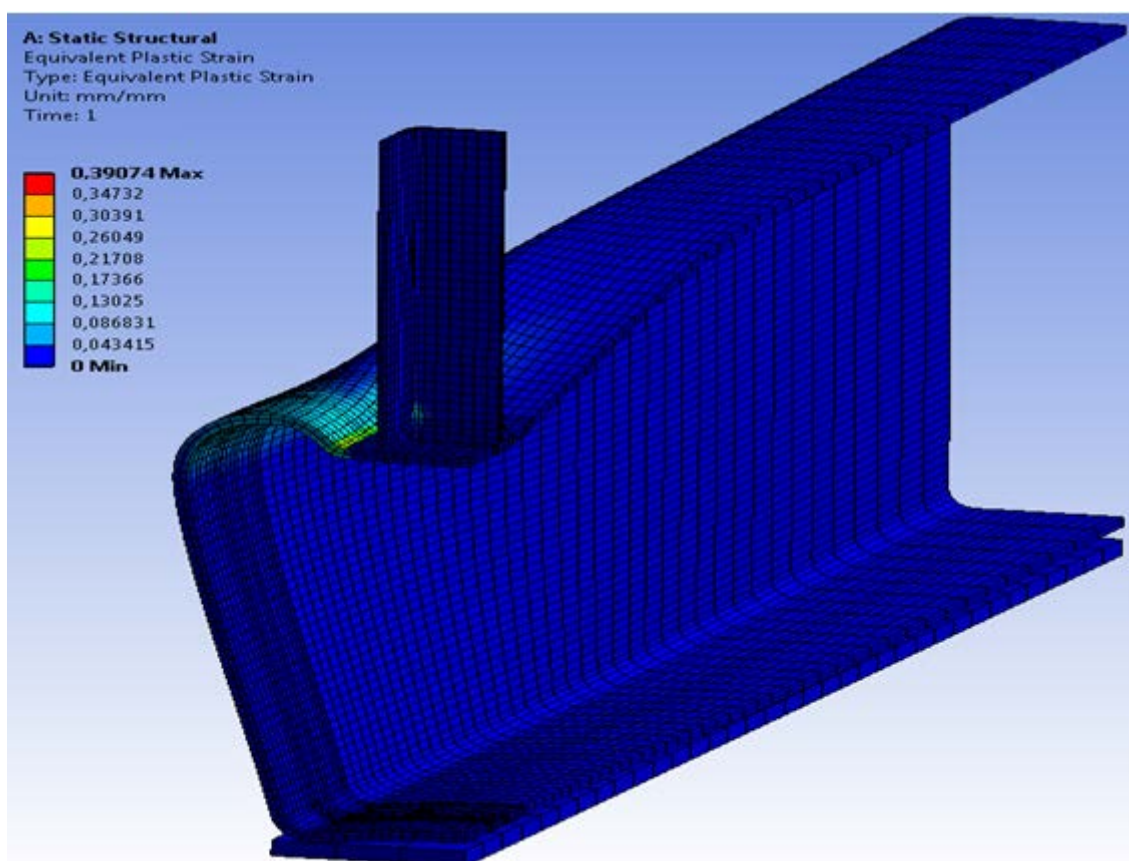


Fig. 5.92. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Deformación plástica

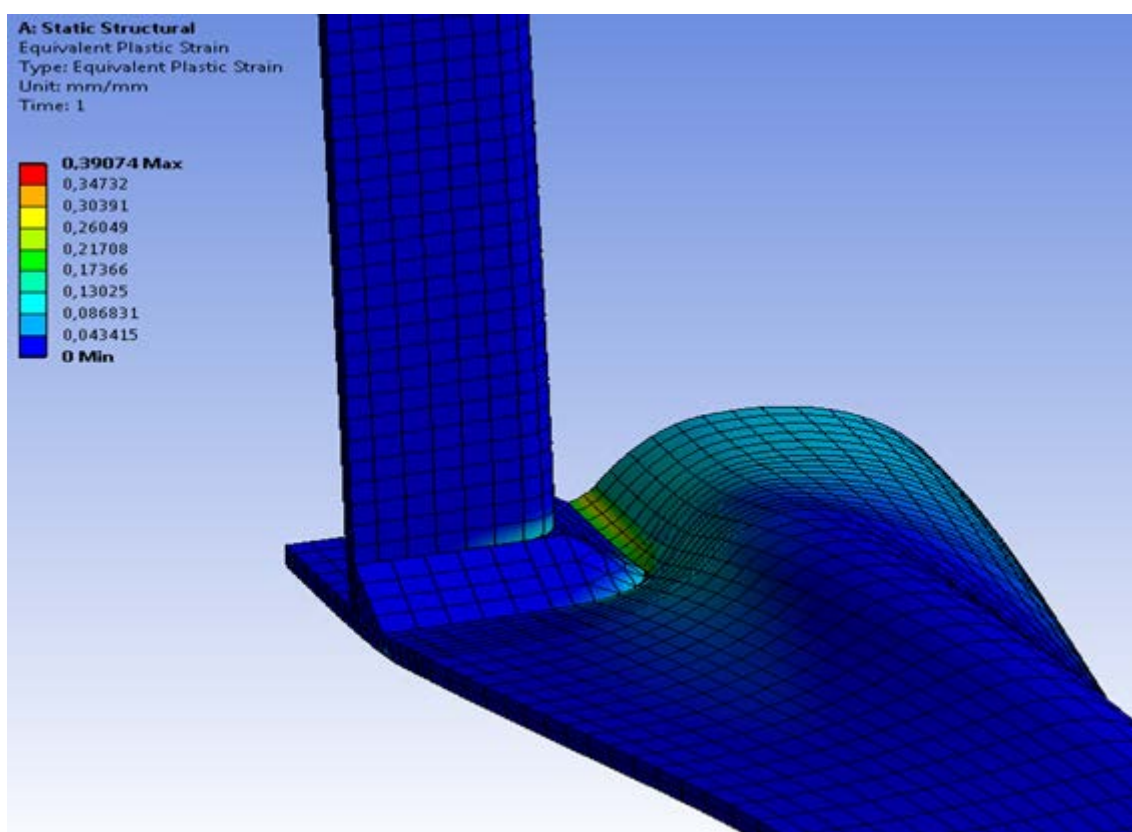


Fig. 5.93. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Detalle deformación plástica

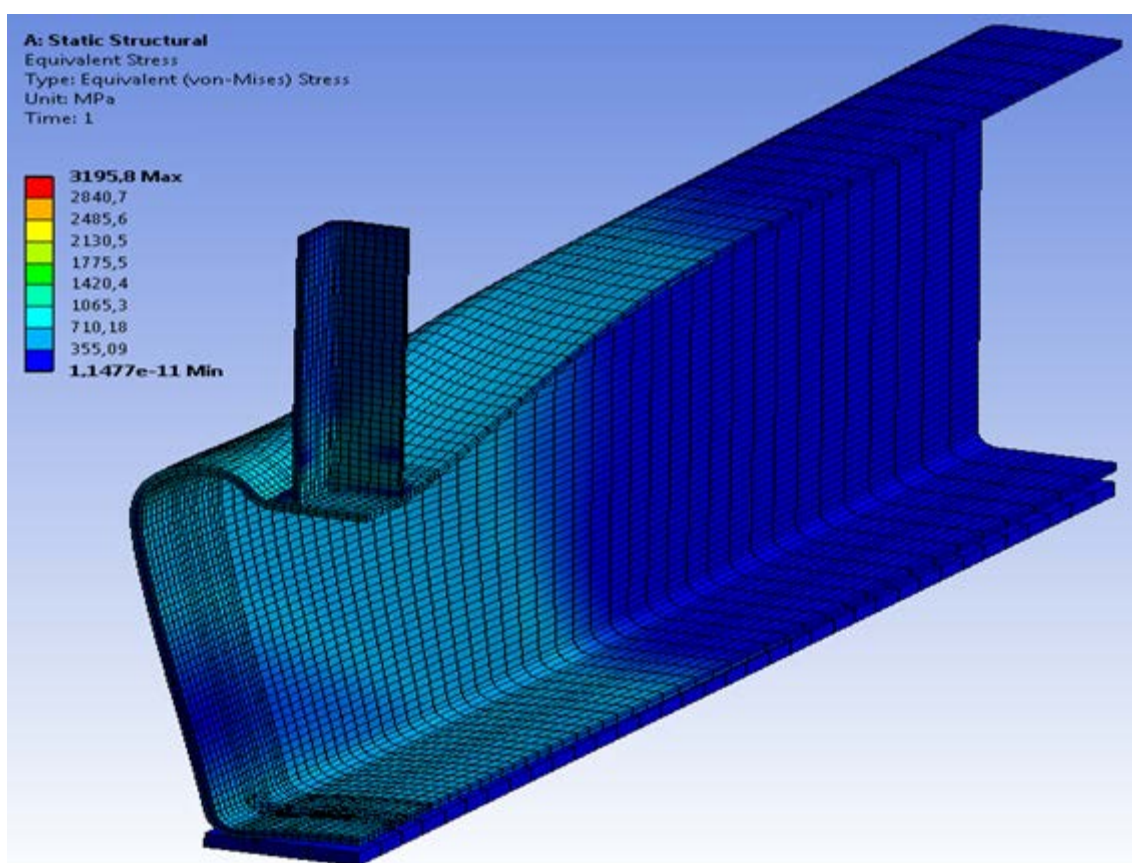


Fig. 5.94. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Tensión equivalente de Von-Mises

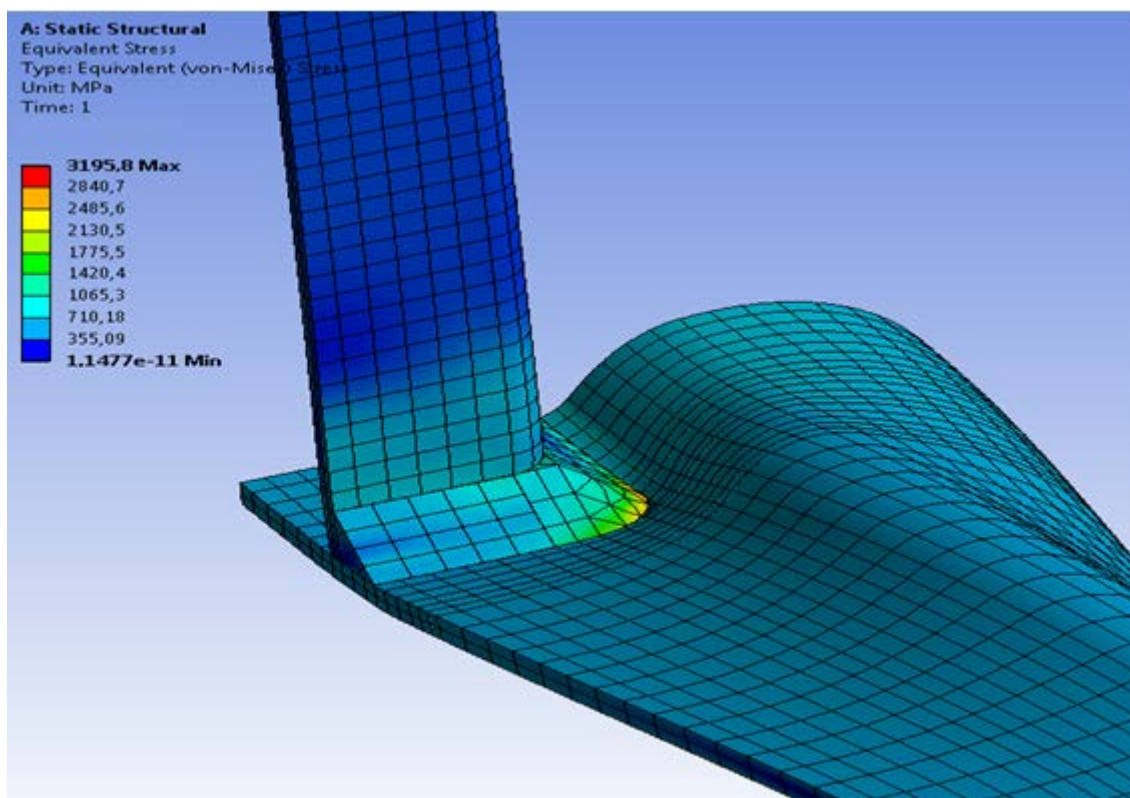


Fig. 5.95. Modelo 2. Fallo en la unión en T. Detalle tensión equivalente de Von-Mises

La Fig. 5.87 muestra el desplazamiento total del Modelo 2 cuando se ha producido el fallo. Se observa que se produce la abolladura de la cara del cordón, donde los desplazamientos son máximos (35 mm) y no de la cara lateral de este. De esta manera se coteja el fallo por rotura o agotamiento de la cara del cordón previsto por el EC3 (Modo A) cuando $\beta \leq 0,85$.

En la Fig. 5.89 y Fig. 5.90 se aprecia el levantamiento máximo que experimenta la chapa de la base del cordón sobre el plato rígido, siendo igual a unos 4 mm en la zona media interior del cordón, y a unos 4 mm en los extremos de este.

Cabe destacar que tanto el plato rígido situado en la base, como la parte media superior del montante, son las zonas que experimentan las tensiones equivalentes más bajas (Fig. 5.94). En los extremos del cordón también ocurre este hecho, por lo que el factor de crecimiento empleado para el mallado del miembro fue acertado y hubiese resultado un gasto inútil de tiempo computacional realizar todos los elementos iguales.

Como ocurría antes del fallo, la zona con más tensión es el arco de la soldadura (Fig. 5.95) y la máxima deformación plástica ocurre en la chapa del cordón situada debajo del arco de soldadura en el lado exterior y en una pequeña región del montante (Fig. 5.93).

5.5.4.3 Modelo 3

5.5.4.3.1 Modo de fallo

El modo de fallo que se produce en el Modelo 3 corresponde a un fallo por rotura o agotamiento de la cara lateral del cordón ya que $\beta = 1$ (Modo B del EC3). Para obtener la fuerza antes de que se produzca el fallo (N_f), habrá que aplicar el Criterio de Deformación Límite que se desarrolló en el apartado 2.3 (Fig. 2.2) sobre la curva fuerza-desplazamiento de la Fig. 5.96.

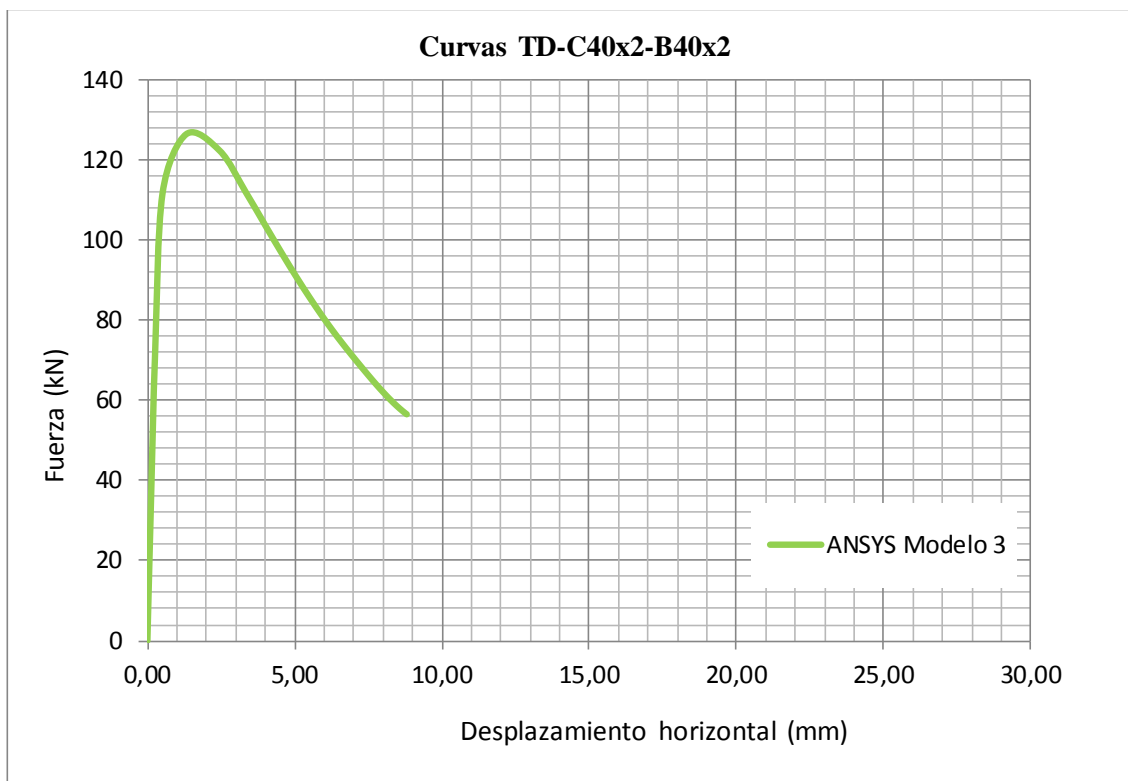


Fig. 5.96. Modelo 3. Curva fuerza-desplazamiento

Para aplicar el Criterio de Deformación Límite se emplea una curva fuerza-deformación ($N-\Delta$). En este caso la deformación corresponde al desplazamiento v medido a en el plano medio del cordón y se emplea la Fig. 5.96 para obtener la fuerza máxima permitida en la unión antes de que se produzca el fallo N_f .

La fuerza de fallo será la fuerza máxima en el ensayo ($N_{\text{máx}} = N_f$), si se corresponde a una deformación menor que el $3\%b_0$, en caso contrario se tomará la fuerza de fallo igual a la fuerza que produce la deformación del $3\%b_0$ (Fig. 2.2).

En la Fig. 5.97 se muestra la curva fuerza-desplazamiento con el Criterio de Deformación Límite aplicado.

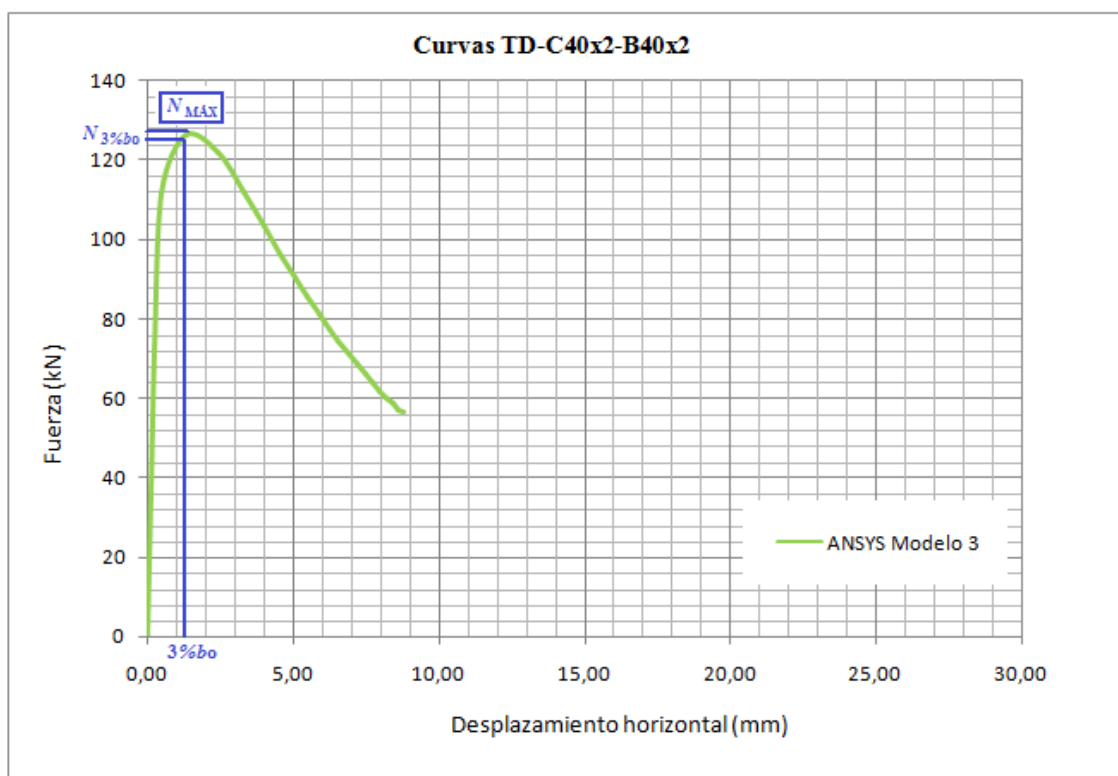


Fig. 5.97. Modelo 3. Curva fuerza-desplazamiento; Criterio de Deformación Límite

Al ser $b_0=40$ mm. Se observa que $N_{3\%b_0} < N_{\text{máx}}$ y por lo tanto el valor de N_f para el Modelo 3 de ANSYS es:

$$N_{f, \text{ANSYS}} = N_{3\%b_0} = 122,5 \text{ kN.}$$

La formulación dada por el EC3 y CIDECT para determinar la el valor de la fuerza máxima permitida antes del fallo en la unión (resistencia de cálculo) $N_{i, \text{Rd}} = N_1^*$ corresponde a las ecuaciones 3.31 y 3.37. De ellas se resuelve que el valor de la resistencia de cálculo para una tensión nominal al 0,2% de la tensión de prueba es de 91,1 kN.

La fuerza máxima permitida antes del fallo en la unión (N_f) correspondiente al modelo de elementos finitos en ABAQUS de Feng y Young [11] tenía un valor de $N_{f, \text{ABAQUS}} = 119,5$ kN.

Si se analiza el ratio entre la fuerza antes de fallo de los modelos de elementos finitos ($N_{f, \text{ANSYS}}$ o $N_{f, \text{ABAQUS}}$) y la resistencia de cálculo que proporcionan las normativas europeas $N_{i, \text{Rd}} = N_1^*$ se obtiene que:

- Ratio para Modelo 3 (ANSYS) = 1,36.
- Ratio para el modelo de Feng y Young (ABAQUS) = 1,31.

Se concluye que el modelo de elementos finitos desarrollado en ANSYS para modelizar el ensayo TD-C160x3-B40x2 se ajusta un poco menos a las normativas europeas que el que desarrollaron Feng y Young en ABAQUS en 2011. Resultando las ecuaciones de cálculo de la fuerza antes del fallo más conservativas que el Criterio de deformación Límite aplicado al modelo de elementos finitos.

5.5.4.3.2 Resultados gráficos

La fuerza máxima permitida antes del fallo en el Modelo 3 dada por el Criterio de Deformación Límite corresponde a $N_{f, \text{ANSYS}} = 122,5 \text{ kN}$. Este valor se obtiene cuando el desplazamiento introducido que simula la carga es de 0,85 mm. Para este estado de carga se representan los desplazamientos, tensiones y deformaciones elástica y plástica de todos los puntos del modelo (Fig. 5.99 a Fig. 5.108).

En la Fig. 5.98 se muestra un esquema de convergencia del análisis no lineal por el Método de Longitud de Arco. Se observa que en la primera zona, correspondiente al comportamiento elástico, se necesitan 13 *substeps* para alcanzar la primera convergencia, después esta se produce fácilmente en toda la zona plástica hasta alcanzar la compresión de la unión en T cuando se simula una carga por desplazamiento de 8 mm.

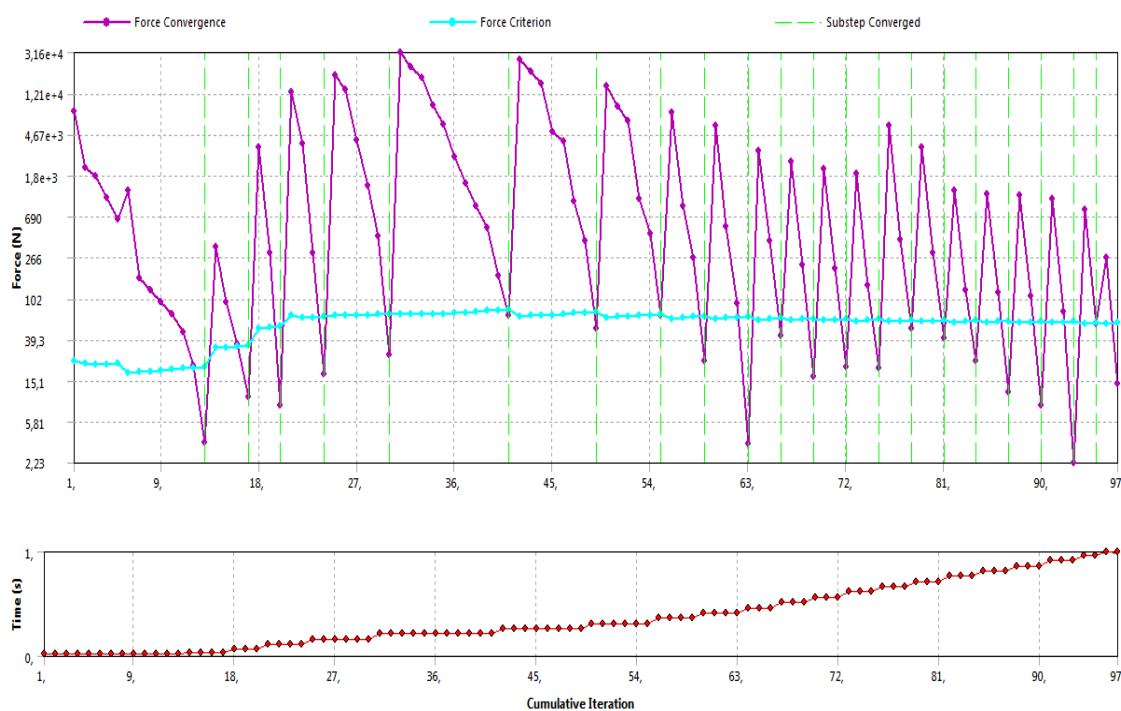
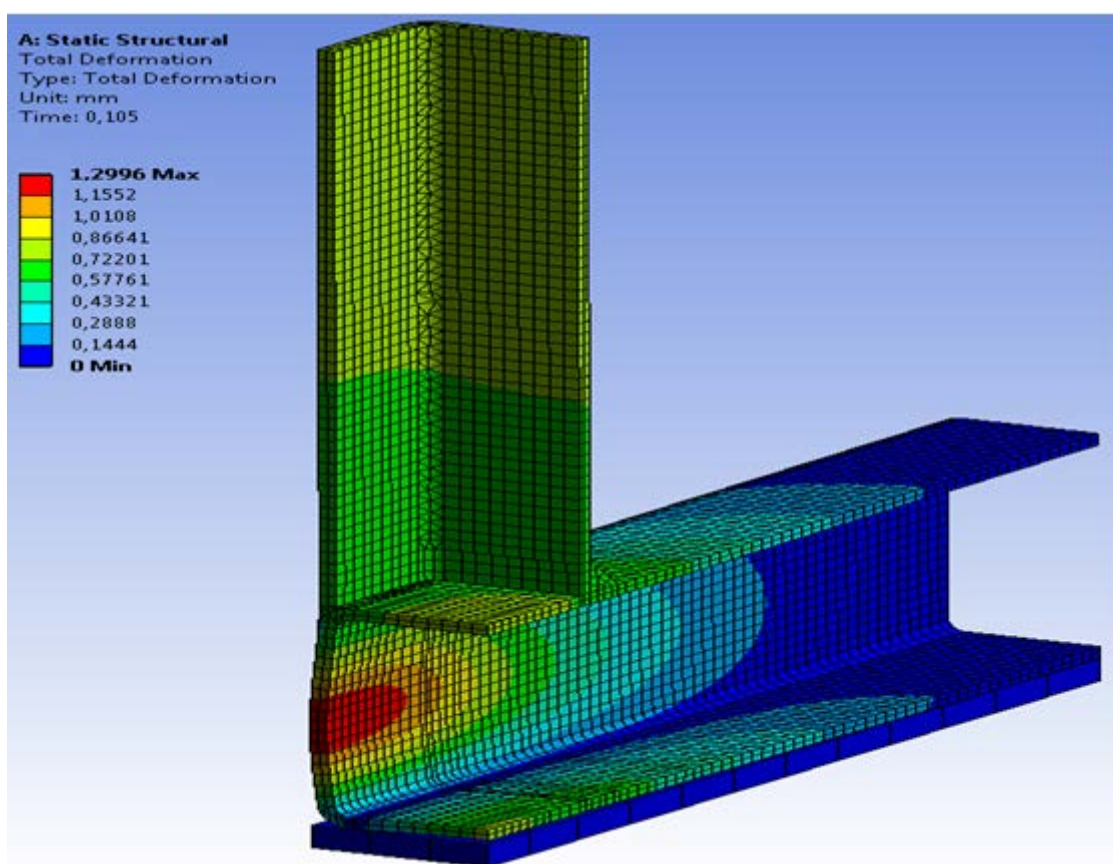
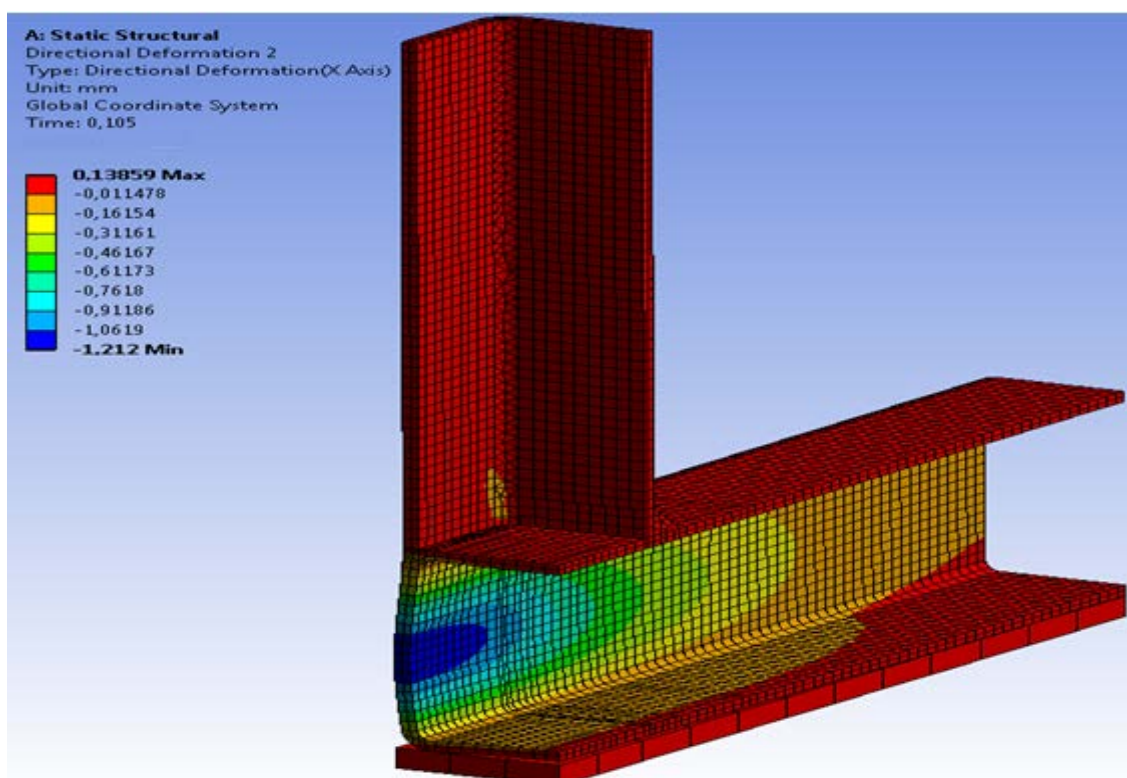
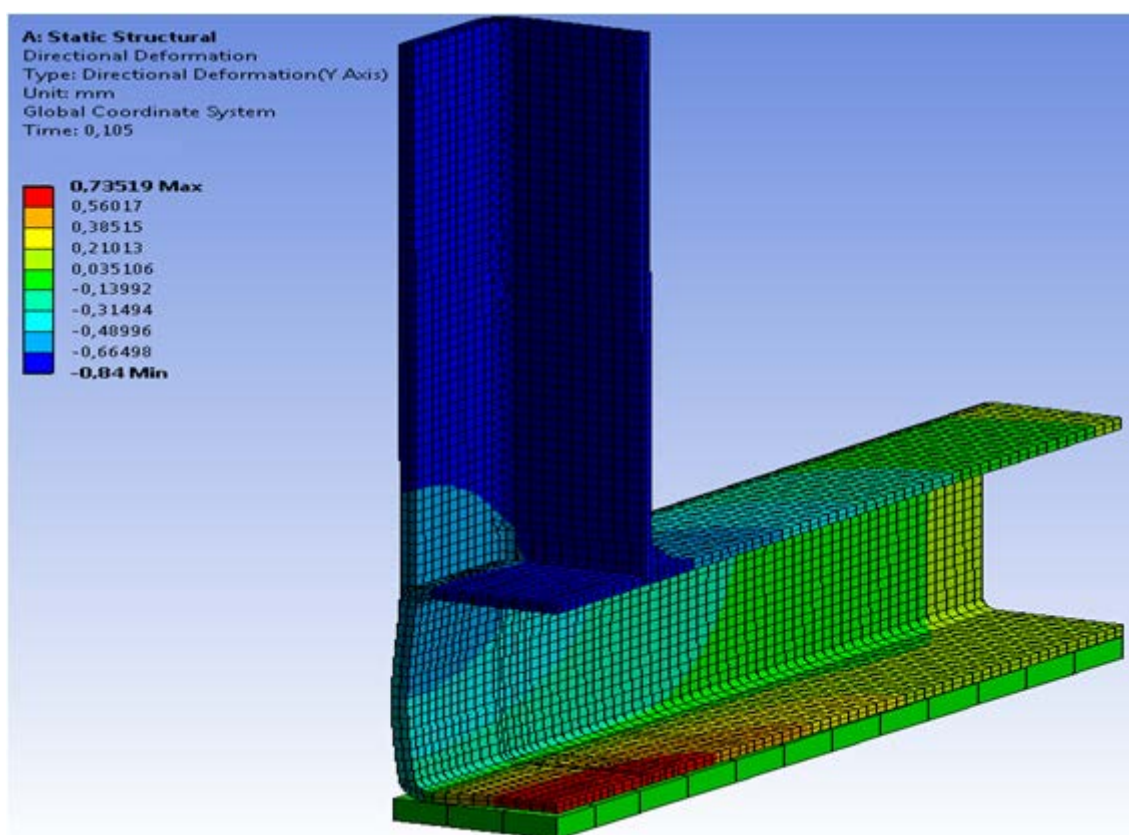
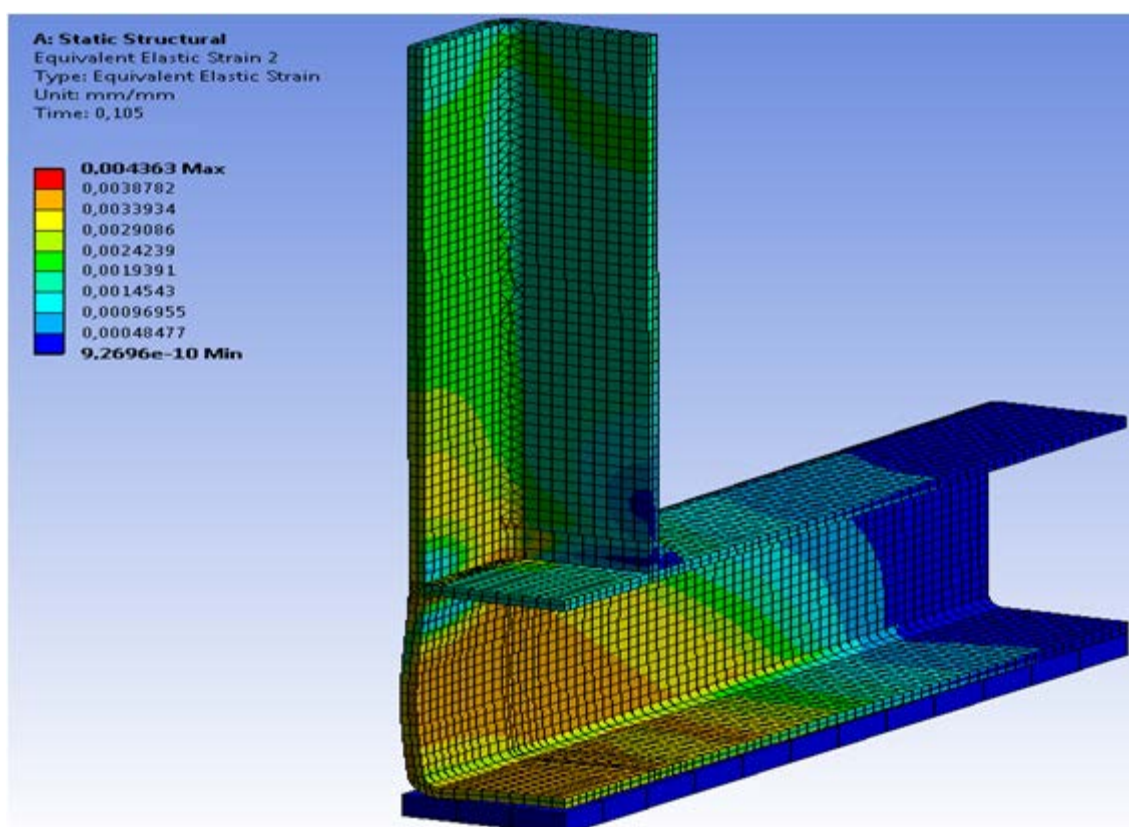


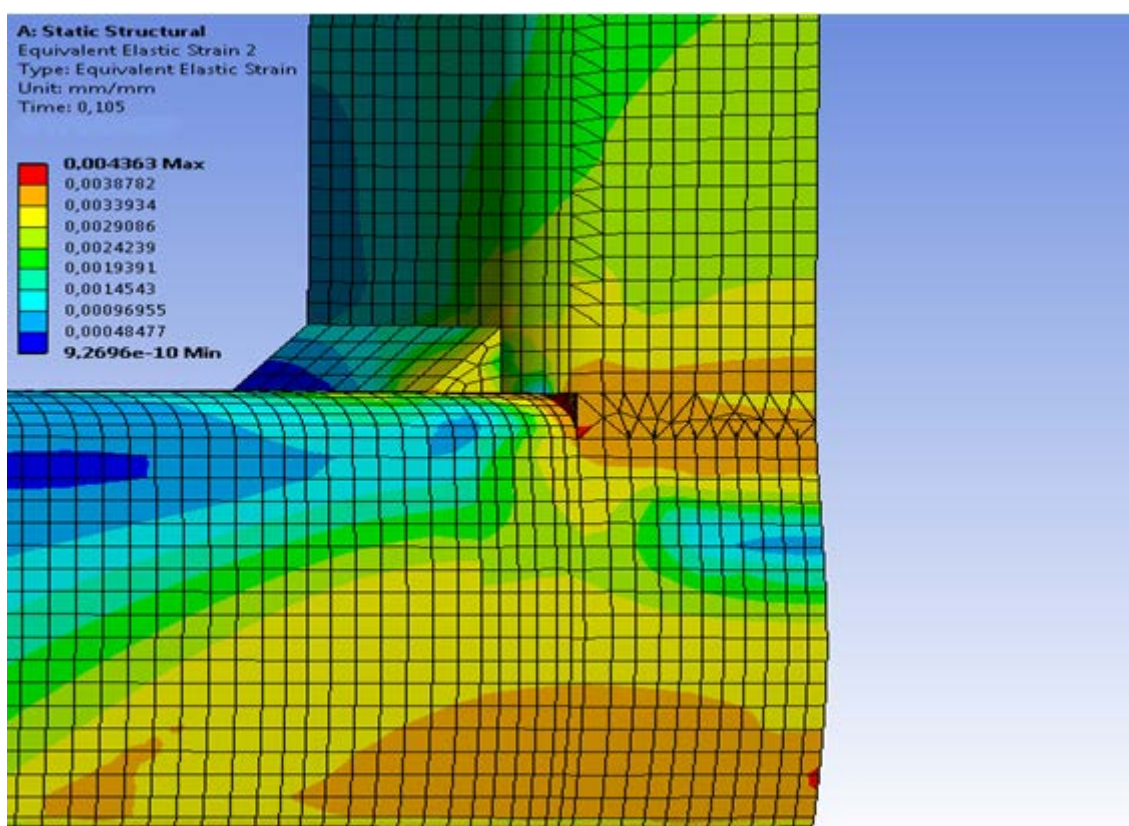
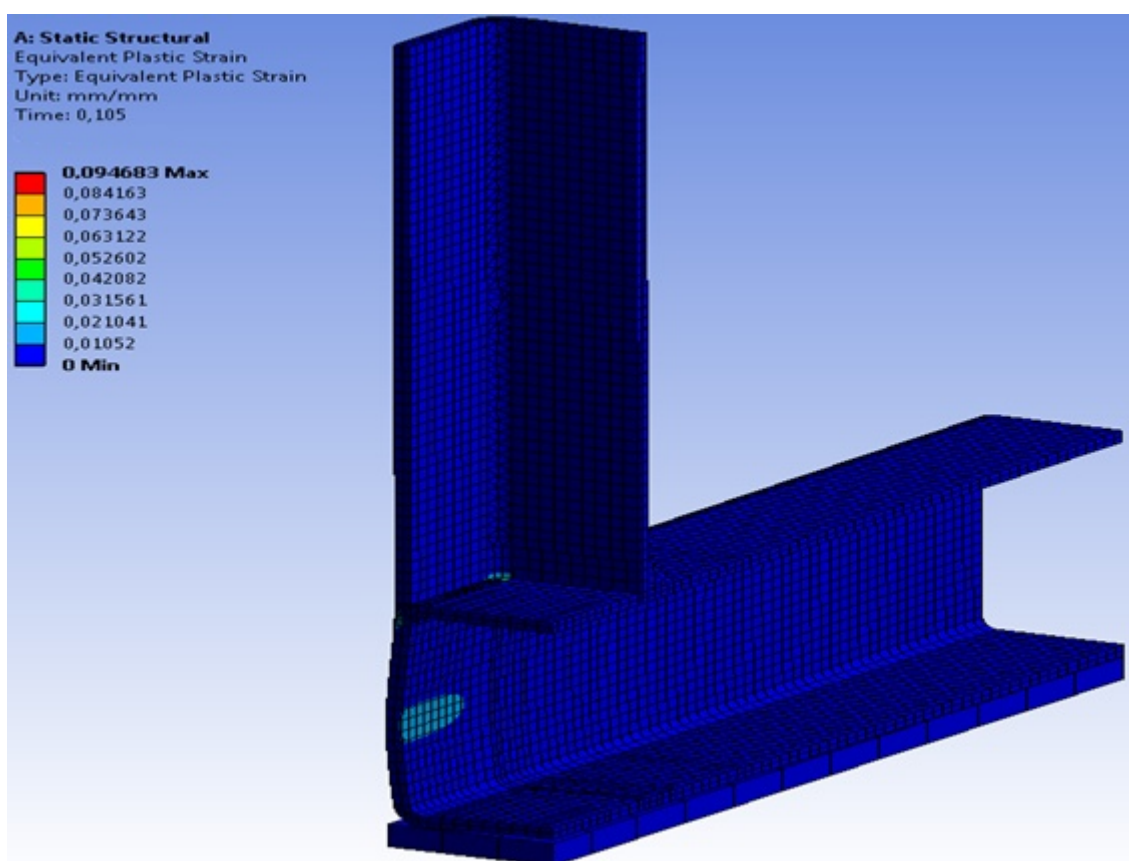
Fig. 5.98. Modelo 3. Convergencia en el análisis no lineal

En la Fig. 5.99 se observa que el desplazamiento máximo corresponde a la cara lateral del cordón a una altura de $h_0/2$ aproximadamente, este desplazamiento corresponde con el desplazamiento máximo en el eje X (Fig. 5.100) que provocará la abolladura en la cara del cordón (Modo B de EC3).

El desplazamiento máximo en el eje Y (Fig. 5.101) se sitúa en todo el montante a excepción de zona apoyada sobre la soldadura exterior, ya que debajo de esta zona la cara lateral del cordón empieza a abollarse. Este desplazamiento máximo en Y también se produce en la parte de chapa del cordón sobre la que se apoya el montante por el lado de la soldadura interior. Cabe destacar el levantamiento de la chapa inferior del cordón de 0,7 mm en la región interior que se sitúa bajo el montante (Fig. 5.108).

Fig. 5.99. Modelo 3. Estado de carga N_f . Desplazamiento totalFig. 5.100. Modelo 3. Estado de carga N_f . Desplazamiento en el eje X

Fig. 5.101. Modelo 3. Estado de carga N_f . Desplazamiento en el eje YFig. 5.102. Modelo 3. Estado de carga N_f . Deformación elástica

Fig. 5.103. Modelo 3. Estado de carga N_f . Detalle deformación elásticaFig. 5.104. Modelo 3. Estado de carga N_f . Deformación plástica

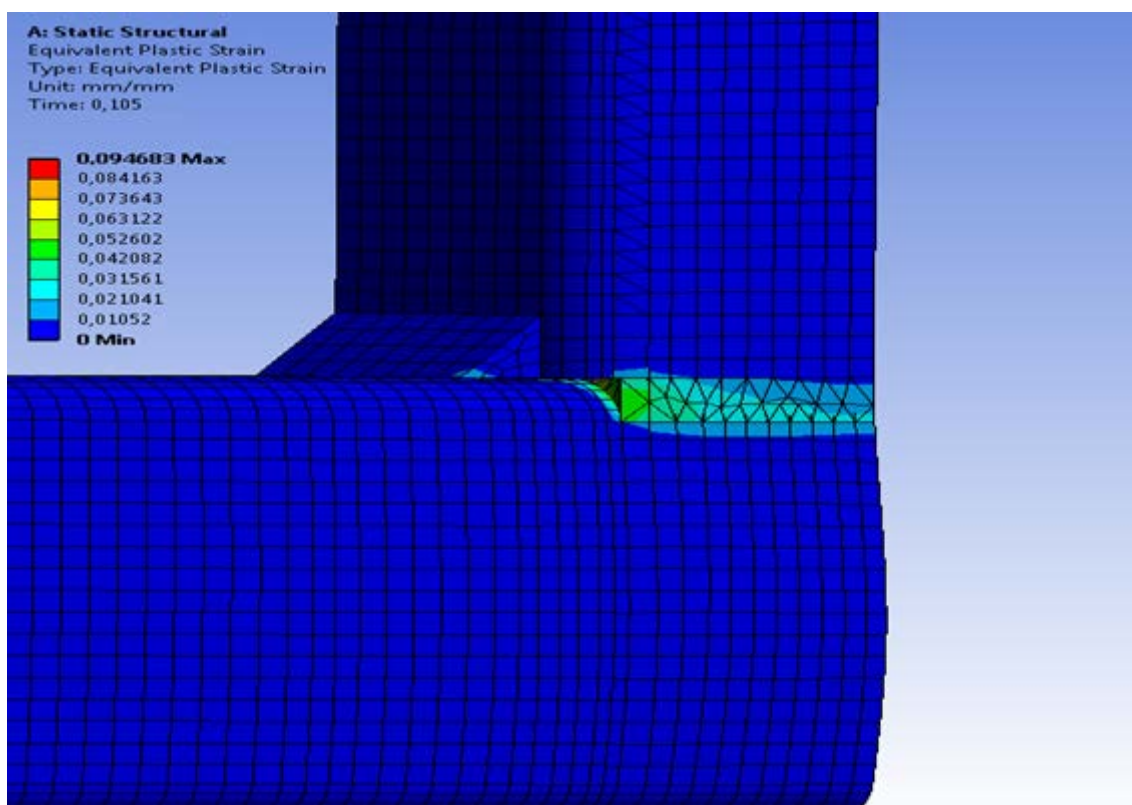


Fig. 5.105. Modelo 3. Estado de carga Nr. Detalle deformación plástica

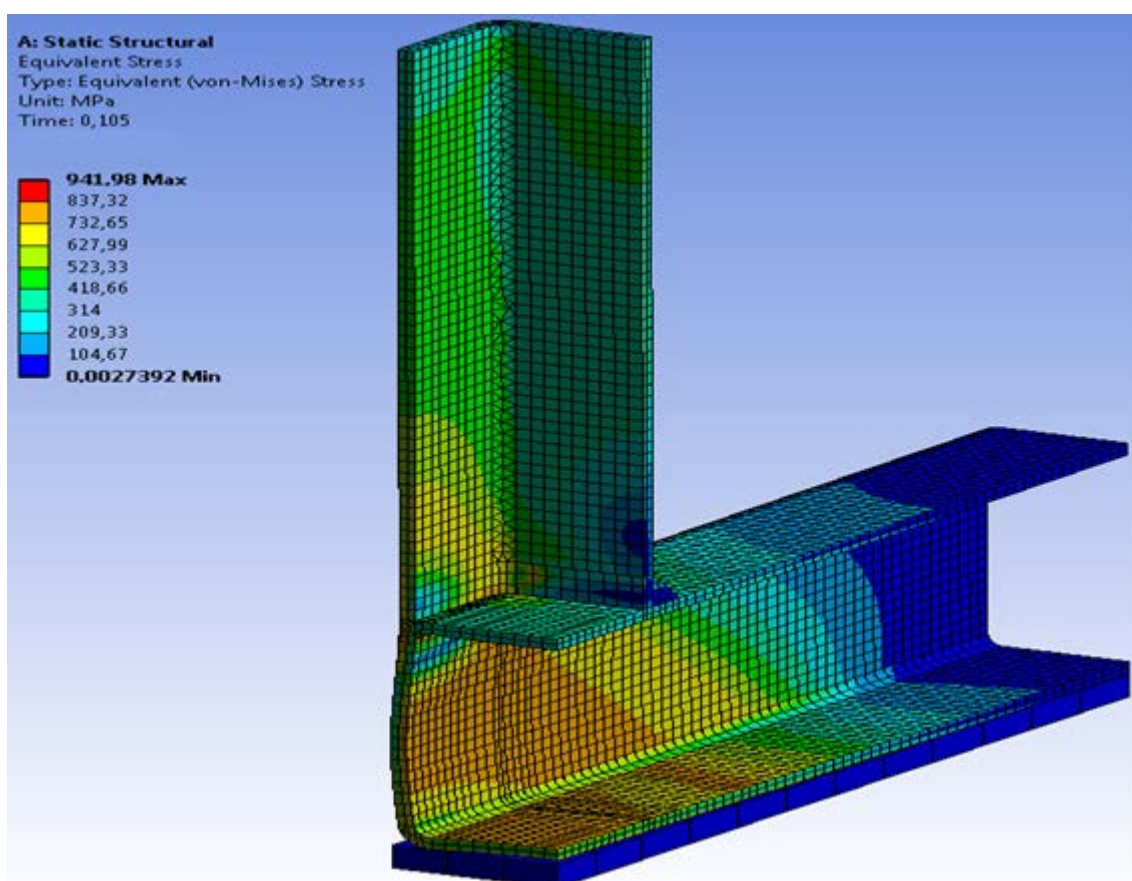


Fig. 5.106. Modelo 3. Estado de carga Nr. Tensión equivalente de Von-Mises (1)

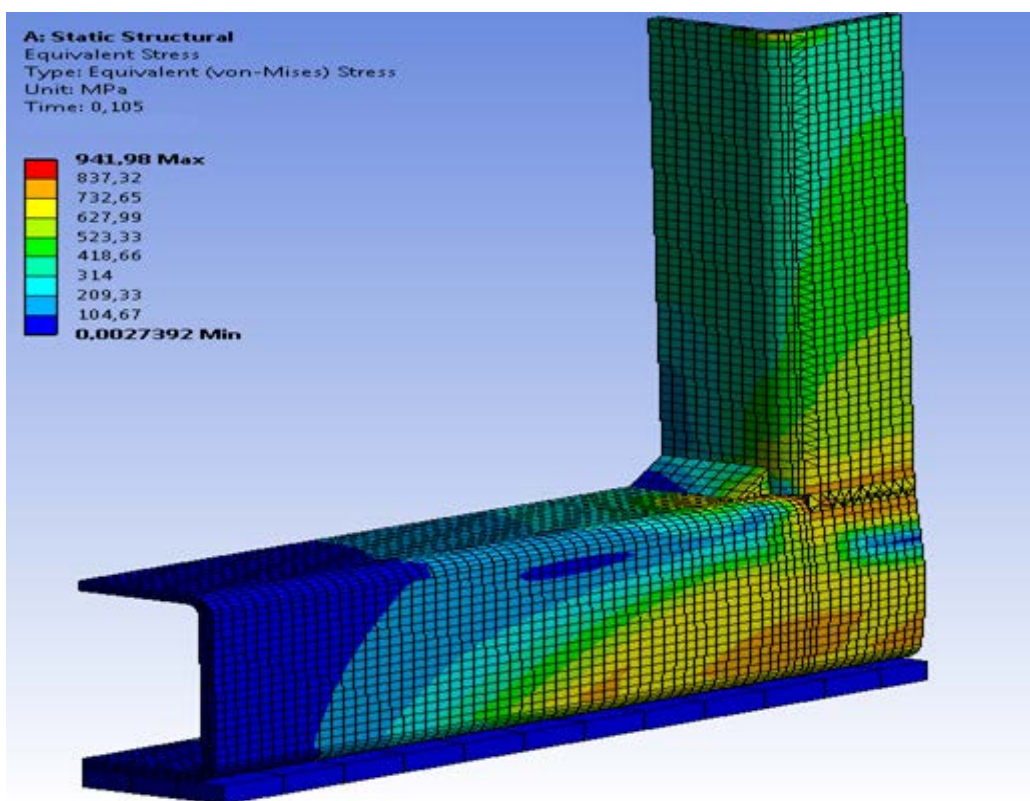


Fig. 5.107. Modelo 3. Estado de carga N_f . Tensión equivalente de Von-Mises (2)

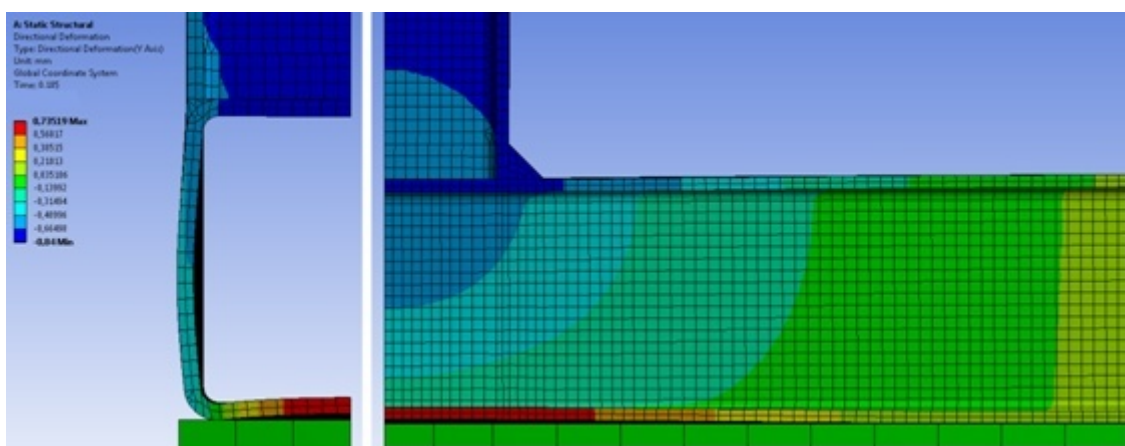


Fig. 5.108. Modelo 3. Estado de carga N_f . Detalle desplazamiento en el eje Y

Para este estado de carga, se aprecia que la deformación plástica aparece en la zona de la soldadura exterior y en una pequeña región en la soldadura interior (Fig. 5.105). También empieza a plastificar la cara lateral del cordón a una altura $h_0/2$ en su zona interior (Fig. 5.104). Esto es un indicativo de que el modo de fallo se producirá por agotamiento de esta cara. Además, es la zona donde se concentran más tensiones, junto a las zonas soldadas (Fig. 5.106 y Fig. 5.107).

Para observar el modo de fallo descrito por el EC3 (Modo B), se representa la unión en T para el estado de carga último (Fig. 5.109 a Fig. 5.116), correspondiente a la compresión que sufre cuando se aplica un desplazamiento de 8 mm sobre el montante y en la dirección del eje Y, equivalente a rebasar notablemente la fuerza de fallo N_f .

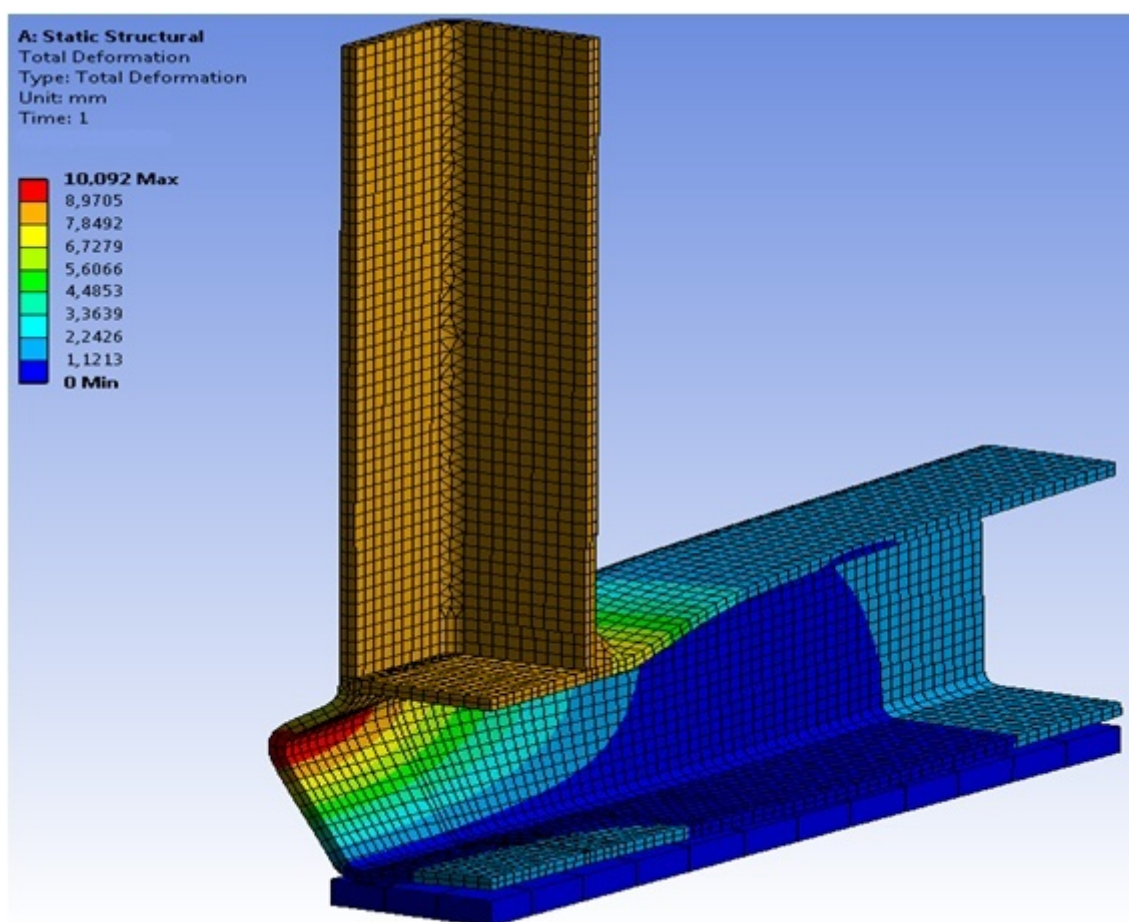


Fig. 5.109. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Desplazamiento total

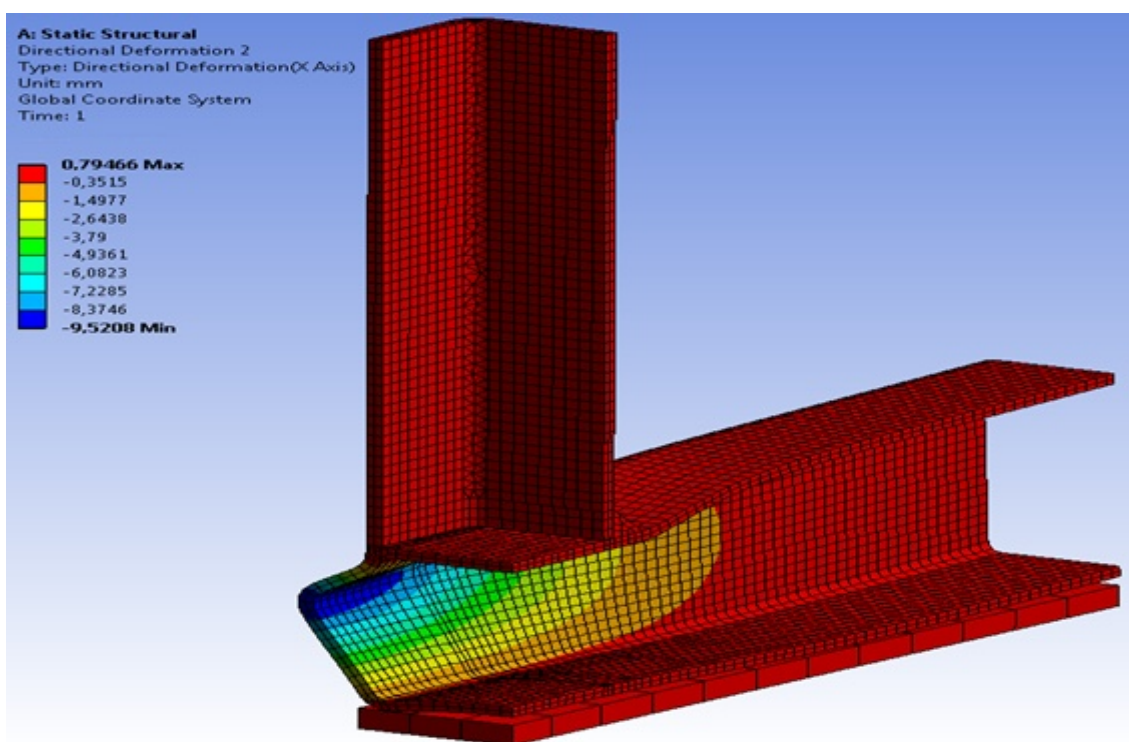


Fig. 5.110. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje X

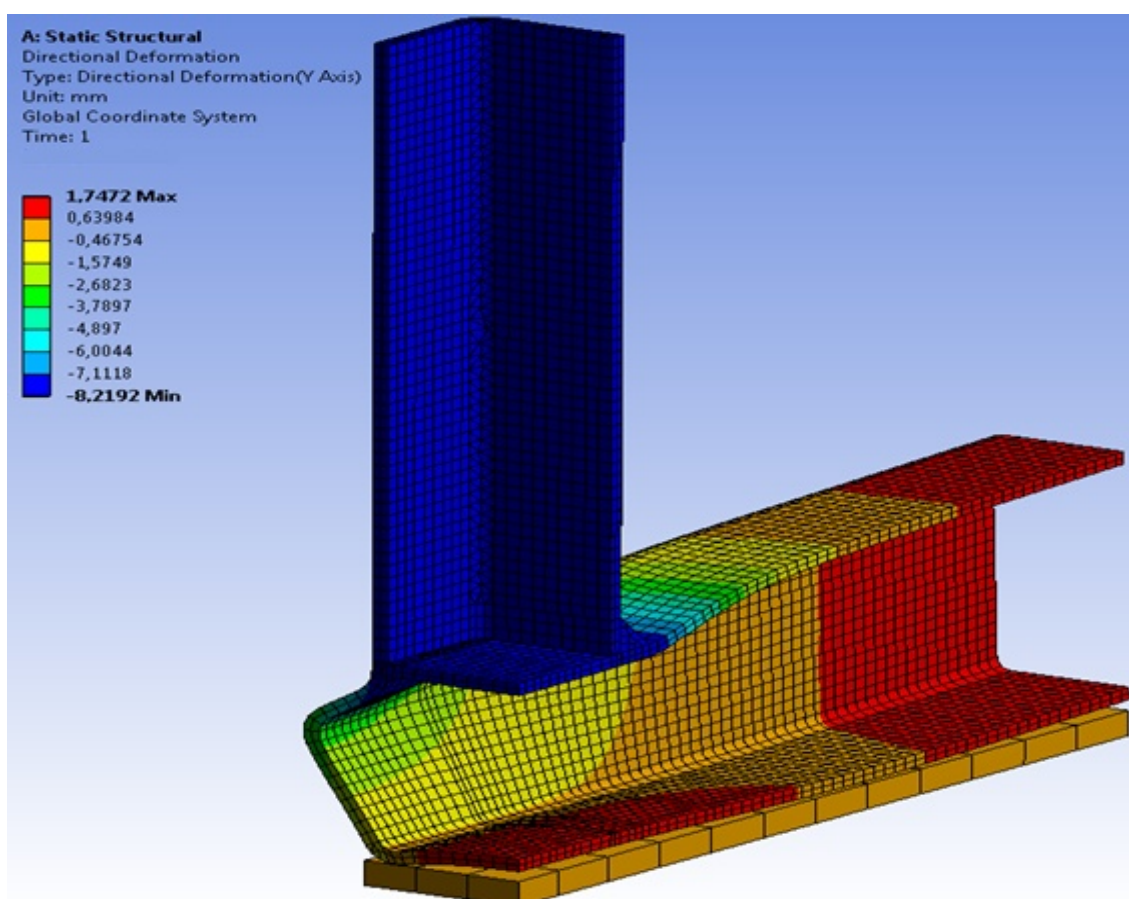


Fig. 5.111. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Desplazamiento en el eje Y

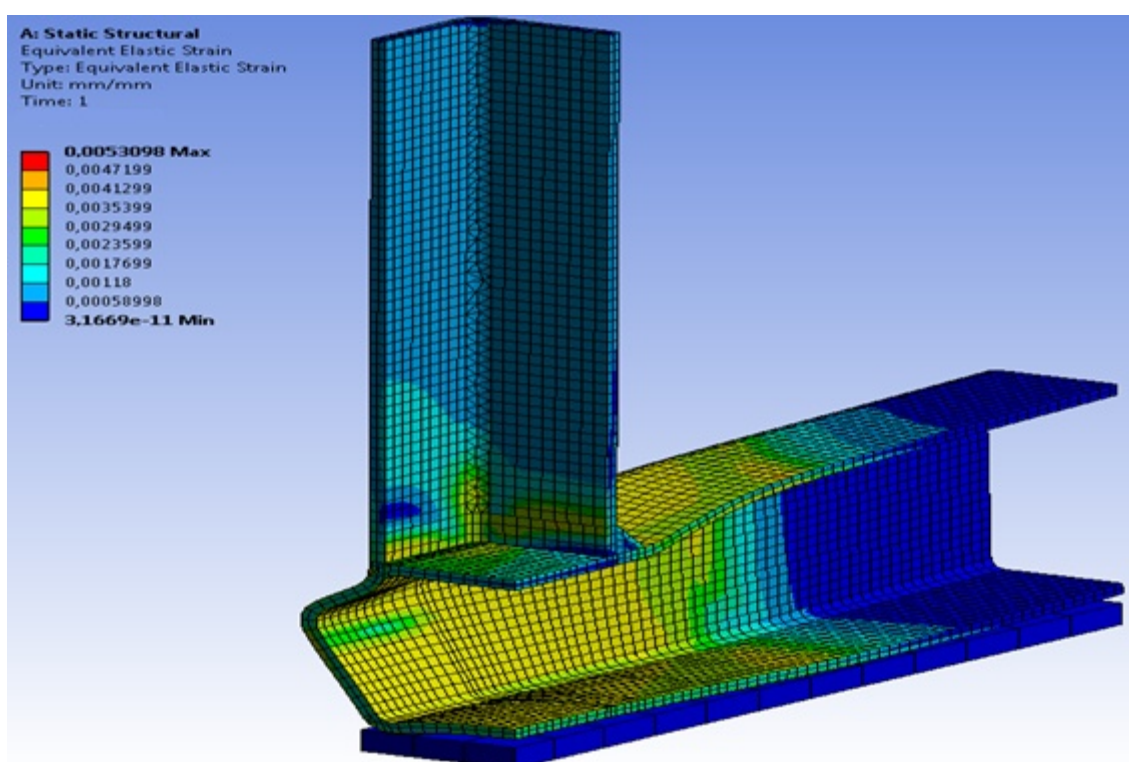


Fig. 5.112. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Deformación elástica

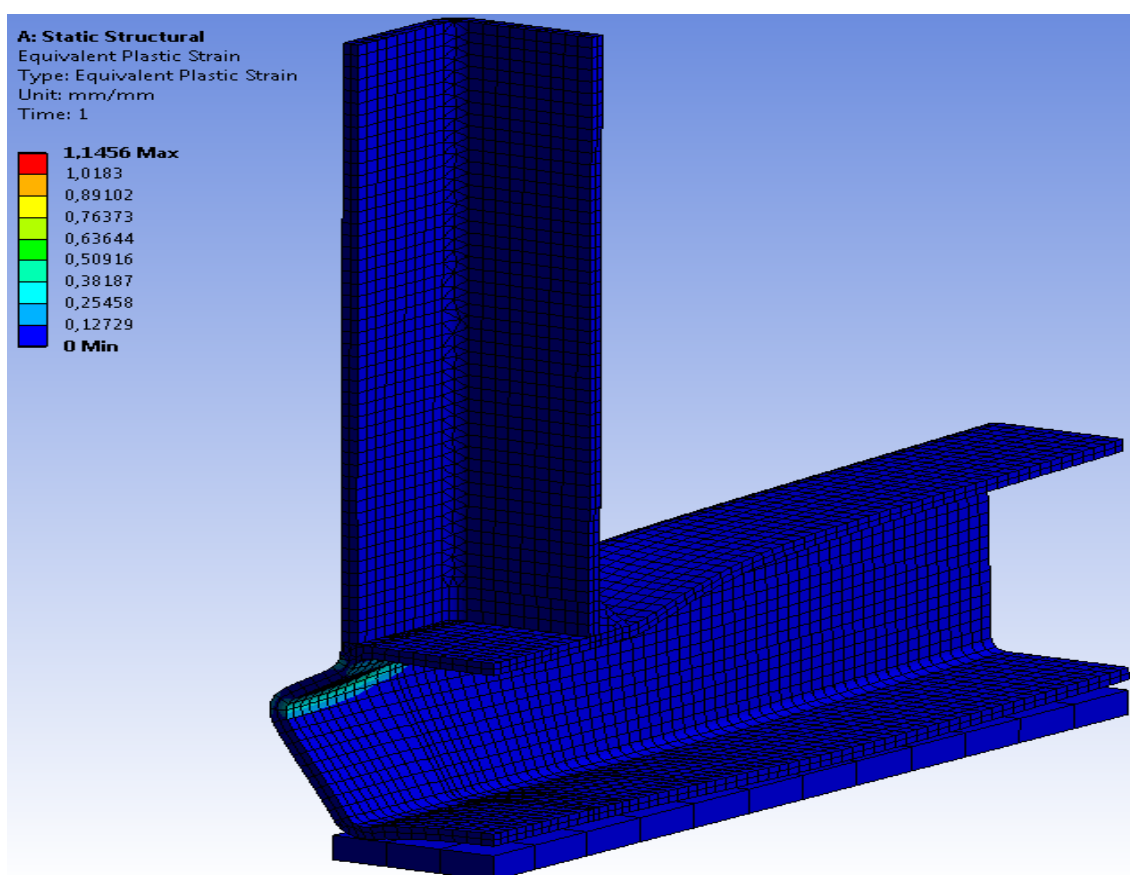


Fig. 5.113. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Deformación plástica

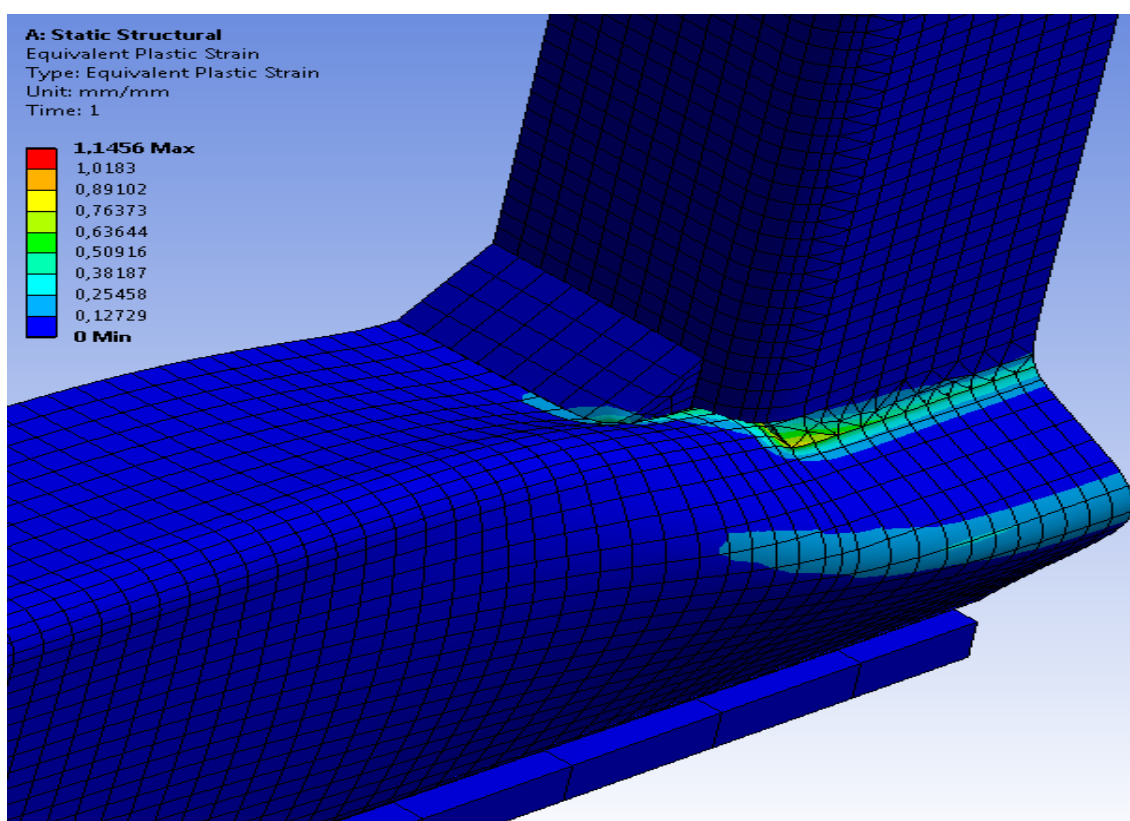


Fig. 5.114. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Detalle deformación plástica

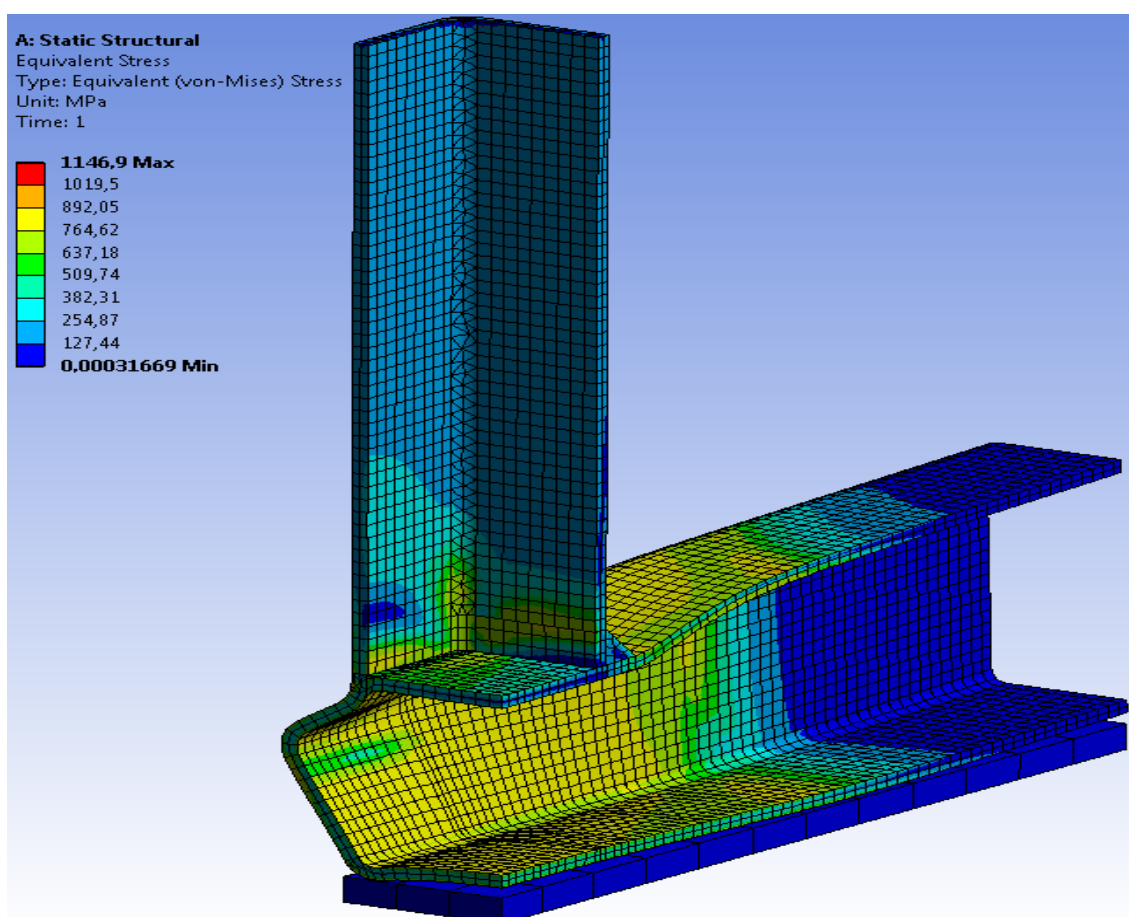


Fig. 5.115. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Tensiones equivalentes de Von-Mises

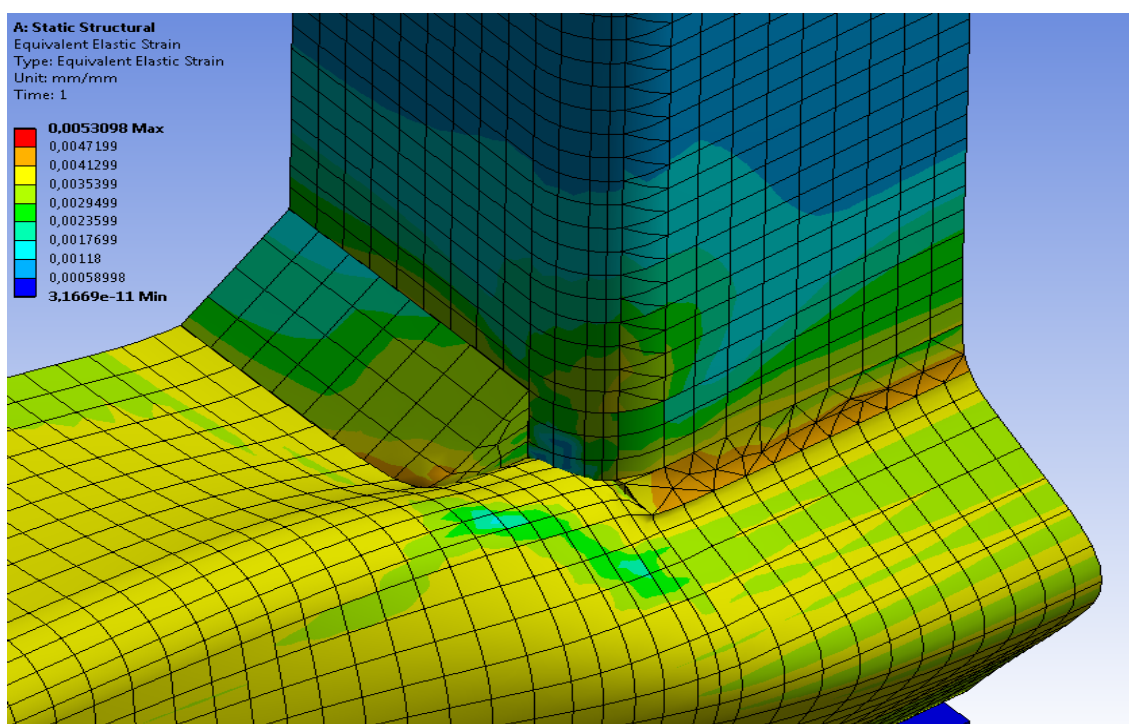


Fig. 5.116. Modelo 3. Fallo en la unión en T. Detalle tensiones equivalentes de Von-Mises

La Fig. 5.109 muestra el desplazamiento total del Modelo 3 cuando se ha producido el fallo. Se observa que se produce la abolladura de la cara lateral del cordón en el sentido del eje X, donde los desplazamientos son máximos (10 mm) mientras que el montante solo se desplaza 8 mm debido a la compresión en el eje Y. De esta manera se coteja el fallo por rotura o agotamiento de la cara lateral del cordón previsto por el EC3 (Modo B) cuando $\beta = 1$.

Debido a la rigidez del plato de elementos sólidos, no se aprecian deformaciones plásticas ni elásticas en él. Permitiendo en levantamiento de la chapa inferior del cordón y proporcionando una simulación realista. Cabe destacar que tanto el plato rígido situado en la base, como la parte media de los extremos del cordón, son las zonas que experimentan las tensiones equivalentes más bajas (Fig. 5.115). Como ocurría antes del fallo, las máximas deformaciones plásticas tienen lugar en la zona de la soldadura exterior y una pequeña zona de la soldadura interior, así como, en la abolladura de la cara lateral del cordón propia del modo de fallo existente (Fig. 5.114).

6 Conclusiones y trabajos futuros

6.1 INTRODUCCIÓN

En este último capítulo se recoge el trabajo realizado en el presente proyecto, proporcionando un resumen con las conclusiones más significativas del mismo y proponiendo una serie de trabajos futuros para continuar y ampliar los estudios realizados.

6.2 TRABAJOS REALIZADOS

En el presente proyecto se han realizado los siguientes trabajos:

- Se ha realizado una revisión bibliográfica para obtener los principales estudios y ensayos experimentales, basados en uniones con perfiles tubulares desarrollados en las últimas décadas. De manera que se tenga un ensayo experimental completo de una unión en T que se pueda modelizar.

- Se ha realizado el modelo de elementos finitos para una unión en T de perfiles tubulares para valores de $\beta \leq 1$ y otro para valores de $\beta = 1$ mediante el estudio de diversos factores.

- Se ha validado y calibrado el modelo de la unión en T a partir de los resultados experimentales realizados por Feng y Young [9]. Se ha modelizado la unión con una carga de compresión implementada mediante un desplazamiento y elementos rígidos en la base de la unión que permite el levantamiento de la chapa inferior del cordón. Además, se han modelizado varias soldaduras, determinando la que mejor se adapta a la respuesta en los ensayos reales.

- Se han comparado los modos de fallo existentes en la unión con los mostrados en los ensayos experimentales, y se han determinado las fuerzas de fallo N_f en la unión en T de los modelos numéricos mediante el Criterio de Deformación Límite. Posteriormente, se han comparado las fuerzas de fallo y los modos de fallo de los modelos con los propuestos en la formulación de las normativas europeas (EC3 [1] y CIDECT [3]).

6.3 CONCLUSIONES

A partir de los trabajos desarrollados a lo largo del presente proyecto se pone de manifiesto que la simulación mediante elementos finitos es una herramienta de gran utilidad a la hora de predecir el comportamiento de uniones en T con perfiles tubulares de acero inoxidable. La modelización por elementos finitos permite simular adecuadamente la respuesta (curva fuerza-desplazamiento) en este tipo de uniones en función de las variables geométricas de los perfiles.

La soldadura anillo propuesta para el Modelo 2 ($\beta \leq 1$) mejora la respuesta de este, mientras que para el Modelo 3 ($\beta=1$) este tipo de soldadura rigidiza mucho la unión en T y no se puede tomar como válida. La correcta modelización de las soldaduras es determinante, ya que en las soldaduras y regiones adyacentes es donde se alcanzan las mayores tensiones y comienza la plastificación.

La inclusión de elementos rígidos en la base de la unión en T, permite el levantamiento de la chapa inferior del miembro cordón, proporcionando una simulación realista con resultados similares a los de los ensayos experimentales.

El problema de rigidez inicial que presentan las curvas fuerza-desplazamiento de los ensayos experimentales no ha podido ser abordado. Tanto en el modelos en ANSYS como en los desarrollados en ABAQUS por Feng y Young [11], la rigidez inicial de la unión es mayor, esto puede deberse a un defecto de medición en las galgas o a un problema de carga inicial en la máquina del ensayo.

Los modos de fallo presentados en la simulación de los modelos numéricos, corresponden a los acontecidos en los ensayos experimentales y a los propuestos por las normativas europeas (EC3 [1] y CIDECT [3, 5]) en función del ratio β que presente la unión en T.

El Criterio de Deformación Límite presentado por Zhao en el año 2000 [34], permite dar una estimación correcta de la fuerza antes de que ocurra el fallo en la unión N_t , previniendo este y dando valores más elevados que los propuestos en las formulaciones de las normativas europeas. De esta manera, se comprueba la validez del empleo de este criterio cuando se usa acero conformado en frío, aunque el Criterio de Deformación Límite se diseñase con ensayos de perfiles laminados en caliente.

Se pone de manifiesto que las ecuaciones proporcionadas por las normativas europeas para obtener la resistencia de cálculo $N_{t,Rd}=N_t^*$ dan valores más bajos que los obtenidos en los modelos de elementos finitos y en los ensayos experimentales, (un 15% menos para valores de $\beta \leq 1$, y un 25% menos para valores de $\beta > 1$). De esta manera, se concluye que las normativas europeas proporcionan valores de fuerza de fallo más conservadores que los resultados obtenidos por elementos finitos. Por lo que, estas ecuaciones pueden ser utilizadas para determinar la resistencia de cálculo de uniones con perfiles tubulares cuando se emplea acero inoxidable aunque fuesen diseñadas para acero al carbono. Además, se pueden emplear en uniones con espesores de chapa de 2 mm, aunque fuesen diseñadas para espesores mayores de 2,5 mm. Esto supondría un gran ahorro económico a la hora de realizar pequeñas estructuras tubulares con perfiles RHS.

Todo ello abre un camino en la realización de posibles trabajos futuros tanto desde el punto de vista de posibles mejoras de los modelos de elementos finitos como la ampliación del estudio realizado en el presente proyecto.

6.4 TRABAJOS FUTUROS

Se propone como trabajos futuros los siguientes puntos:

- 1) Realizar un estudio paramétrico con el que se pueda obtener un mayor número de respuestas en uniones en T de perfiles tubulares RHS. De esta manera observar la influencia de otros modos de fallo que puedan aparecer (Modo D del EC3), y la respuesta al variar las dimensiones de los miembros o al cambiar el material de estos.
- 2) Utilizar los modelos desarrollados para obtener la respuesta de la unión en T cuando se ensaya a tracción y con otros tipos de solicitaciones.
- 3) Desarrollar y proponer una nueva formulación para obtener la carga de fallo N_f de una unión en T con perfiles tubulares de acero, que se aproxime más a los valores que proporcionan los ensayos experimentales y los modelos numéricos con la aplicación del Criterio de Deformación Límite, que los que ofrecen las normativas europeas.
- 4) Realizar estudios de optimización de las uniones en T de perfiles tubulares.
- 5) Desarrollar modelos numéricos de uniones en X con perfiles tubulares RHS y validarlos con los ensayos de Feng y Young [10].
- 6) Realizar ensayos experimentales de nuevas uniones y obtener modelos numéricos que proporcionen respuestas a casos como el de uniones en K de perfiles tubulares, uniones con refuerzo de chapa o empleo de rigidizadores, uniones realizadas con perfiles tubulares CHS o de uniones de perfiles tubulares realizadas mediante pernos.

Referencias Bibliográficas

- [1] UNE-EN 1993-1-8:2011 *Eurocódigo 3: Diseño de estructuras de acero. Parte 1-8: Diseño de uniones.*
- [2] UNE-EN 1993-1-1:2008 *Eurocódigo 3: Diseño de estructuras de acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación.*
- [3] J.A. Packer, J. Wardenier, X.L. Zhao, G.J. Van der Vegte, Y. Kurobane. *Design Guide for Rectangular Hollow Section (RHS) Joints Under Predominantly Static Loading* - 2nd Edition, CIDECT, 2009.
- [4] J.A. Packer, J. Wardenier, X.L. Zhao, G.J. Van der Vegte, Y. Kurobane. *Design Guide for Circular Hollow Section (CHS) Joints Under Predominantly Static Loading* - 2nd Edition, CIDECT, 2008.
- [5] J.A. Packer, J. Wardenier, X.L. Zhao, G.J. Van der Vegte. *Hollow Sections In Structural Applications.* CIDECT, 2010.
- [6] ISO/CD 13819-2: *Petroleum and natural gas industries-offshore structures-Part 2: fixed offshore structures*, 1999.
- [7] AWS D1.1/D1.1M: American National Standard. *Structural Welding Code-Steel*, 2004.
- [8] Y.S. Choo, X.D. Qian, J.Y.R. Liew, J.Wardenier. Static strength of thick-walled CHS X-joints. Part I. New approach in strength definition. *Journal of Constructional Steel Research*, 59, 1202-1228, 2003.
- [9] Ran Feng, Ben Young. Experimental investigation of cold-formed stainless steel tubular T-joints. *Thin Walled Structures*, 46, pp. 1183-9, 2008.
- [10] Ran Feng, Ben Young. Tests and behaviour of cold-formed stainless steel tubular X-joints. *Thin Walled Structures*, 48, pp. 921-34, 2010.
- [11] Ran Feng, Ben Young. Design of cold-formed stainless steel tubular T- and X-joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 67, pp. 421-436, 2011.

- [12] Ran Feng, Ben Young. *Finite Element Analysis and Design of Metal Structures*, 2013.
- [13] J.A. Packer. Parametric study of rectangular hollow section welded joints. *Proceedings of the 8th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials*, Newcastle, Australia, 29.1-29.6, 1982.
- [14] J.A. Packer, R.M. Korol, F.A. Mirza, P.K. Ostrowski. Finite element study of the flexibility of rectangular hollow section truss gapped K-joints. *Proceedings of the 9th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials*, Sydney, Australia, 268-272, 1984.
- [15] J.C. Gerdeen. A critical evaluation of plastic behavior data and a united definition of plastic loads for pressure components. New York: *Welding Research Council Bulletin*, 1980.
- [16] L.H. Lu, G.D. de Winkel, Y. Yu, J. Wardenier. Deformation limit for the ultimate strength of hollow section joints. In: *Proceedings of Sixth International Symposium on Tubular Structures*, Melbourne, 1994.
- [17] J.A. Yura, N. Zettlemoyer, I.F. Edwards. Ultimate capacity equations for tubular joints. In: *Proceedings of Offshore Technology Conference*. vol. I. OTC 3690, 1980.
- [18] G.J. Van der Vegte, C.H.M. de Koning, R.S. Puthli, J. Wardenier. Numerical simulation of experiments on multiplanar tubular steel X-joints. *International Journal of Offshore and Polar Engineering* 1, pp.200-7, 1991.
- [19] G.J. Van der Vegte, Y.S. Choo, J.X. Liang, N. Zettlemoyer, J.Y.R. Liew. Static strength of T-joints reinforced with doubler or collar plates. II: numerical simulations. *Journal of Structural Engineering*, 131 pp.129-38, 2005.
- [20] G.J. Van der Vegte, Y. Makino, J. Wardenier. The effect of chord load on the ultimate strength of CHS X-joints. *Proceedings of the 17th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Lisbon, Portugal, pp. 3387-3394, 2007.
- [21] G.J. Van der Vegte, R.S. Puthli, J. Wardenier. FE analysis for welded hollow-section joints and bolted joints. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings*, 163(6), pp. 427-437, 2010.
- [22] Shao, Y. B., Lie, S. T. and Chiew, S. P. Static strength of tubular T-joints with reinforced chord under axial compression. *Advances in Structural Engineering*, 13 (2), pp. 369-377, 2010.
- [23] Shao, Yong-Bo, Seng-Tjhen, Lie, Sing-Ping, Chiew, Yan-Qing, Cai. Hysteretic performance of circular hollow section tubular joints with collar-plate

- reinforcement. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 67. pp. 1936-1947, 2011.
- [24] Gho, W. M., e Yang, Y. Parametric equation for static strength of tubular circular hollow section joints with complete overlap of braces. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, pp. 393-401, 2008.
- [25] ANSYS user's manual, version 14.5.
- [26] UNE-EN 1993-1-5:2011 *Eurocódigo 3: Diseño de estructuras de acero. Parte 1-5: Estructuras de placas planas sin cargas transversales*.
- [27] ISBN 2-87997-207-8 (3ªEdición). Euro Inox y el Steel Construction Institute, 2006
- [28] F. Zhou, B. Young. Tests of cold-formed stainless steel tubular flexural members. *Thin-Walled Struct*, 43(9), pp.1325-37, 2005.
- [29] R.S. da Silva, L.R.O. de Lima, P.C.G. da Silva Vellasco, J.G.S. da Silva, A.M.S. Freitas, G.V. Nunes. Overview of tubular X-joints, new EC3 and CIDECT formulations, 2012.
- [30] Ivan Radíc, Damir Markulak, Miljana Mikolin. Design and FEM modelling of steel truss guirder joints, 2010.
- [31] R. Moazed, R. Fotouhi, W. Szyszkowski, D. Bitner. Welded T-joint connections of square thin-walled tubes under a multi-axial state of stress. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 45, pp.629-646, 2010.
- [32] R. Puthli, J. Wardenier, A. Lipp, T. Ummenhofer. Thin walled structural hollow section joints. *Steel Construction* 6, pp.34-38, 2013.
- [33] IIW: *Static design procedure for welded hollow sections joints-recommendations*, 2008. Doc. XV-1281-08
- [34] X-L. Zhao. Deformation limit and ultimate strength of welded T-joints in cold-formed RHS sections, *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 53, pp. 149-165, 2000.
- [35] Kato B, Nishiyama I. T-joints made of rectangular tubes. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Cold-Formed Steel Structures*, St. Louis (MI, USA), 1980.
- [36] X-L. Zhao, G.J. Hancock. T-joints in rectangular hollow sections subject to combined actions. *Journal of Structural Engineering*, ASCE: 117(8), pp. 2258-77, 1991.
- [37] X-L. Zhao, G.J. Hancock. Plastic mechanism analysis of T-joints in RHS under concentrated force. *Journal of Singapore Struct. Steel Soc.* 2(1), pp. 31-44, 1991.

- [38] A.D. Christitsas, D.T. Pachoumis, C.N. Kalfas, E.G. Galoussis. FEM analysis of conventional and square bird-beak SHS joint subject to in-plane bending moment. *Journal of Constructional Steel Research* 63, pp. 1361-1372, 2007.
- [39] J.J del Coz Diaz, P.J. García Nieto, M. Fernández Rico, J.L. Suarez Sierra. Non-linear analysis of tubular 'heart' joint by FEM and experimental validation. *Journal of Constructional Steel Research* 63, pp. 1077-1090, 2007.
- [40] American Society for Testing and Material. *Standard test methods for testing of metallic materials E (M-97)*, West Conshohocken, 1997.
- [41] Australian Standard. *Methods for tensile testing of metal*. AS 1391. Standards Association of Australia, Sydney, 1991.
- [42] W. Ramberg, W.R. Osgood. Technical Note No. 902. *Description of stress-strain curves by three parameters*. Washington, D.C., USA: National Advisory Committee for Aeronautics, 1943.
- [43] H.N. Hill. Technical Note No. 927. *Determination of stress-strain relations from "offset" yield strength values*. Washington, D.C., USA: National Advisory Committee for Aeronautics, 1944.
- [44] Standards Australia & Standards New Zeland Australian/New Zeland Standard: *Cold-formed stainless steel structures*. Sydney Australia: ISBN 0 7337 3979 2, 2001.
- [45] UNE-EN 1993-1-8:2006 *Eurocódigo 3: Diseño de estructuras de acero. Parte 1-4: Estructuras de acero inoxidable*.
- [46] American Society of Civil Engineers & Structural Engineering Institute. *Specification for the Design of Cold-Formed Stainless Steel Structural Members*. Reston, Virginia. ISBN 0-7844-0556-5, 2002.
- [47] E. Mirambell, E. Real. On the calculation of deflections in structural stainless steel beams: an experimental and numerical investigation. *Journal of Constructional Steel Research* 4 (54), No. 1, pp. 109-133, 2000.
- [48] L. Gardner, M. Ashraf. Structural design for non-linear metallic materials. *Engineering Structures* 5 (28), No. 6, pp. 926-934, 2006.
- [49] EN 10088-2. *Aceros inoxidables. Parte 2: Condiciones técnicas de suministro para chapas y bandas de acero resistentes a la corrosión para usos generales*.
- [50] A. H. Barbat, J. Miquel Canet. *Estructuras sometidas a acciones sísmicas*, segunda edición, 1994.
- [51] Melosh, R. J. Basis for derivation of matrices for the direct stiffness method, *AIAAJ* , 1(7), pp.1631-1637, 1964.

- [52] Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K. The finite element method for the analysis of elastic isotropic and orthotropic slabs, *Proc. Inst. Civil Engng.* 28, pp. 471-488, 1963.
- [53] Bogner, F. K., Fox, R. L. and. Schmit, L. A. The generation of interelement compatible stiffness and mass matrices by the use of interpolation formulas. *Proceedings of the Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics*, Wright Patterson A.F.B. Ohio, 1965.
- [54] Adini, A. and. Clough, R.W. Analysis of plate bending by the finite element method, NSF Report G. 7337, 1961.
- [55] Clough, R.W. and Tocher, J. L. Finite element stiffness matrices for analysis of plates in bending, in: *Proceedings of the Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics*, AFFDL-TR-68-150, Wright-Patterson, A.F.B., Ohio, pp.515-545, 1965.
- [56] Harvey, J.W. and Kelsey, S. Triangular plate bending elements with enforced compatibility, *Journal AIAA*, 9, pp.1023-1029, 1971.
- [57] Bazeley, G. P., Cheung, Y. K., Irons, B. M. and Zienkiewicz, O. C. Triangular Elements in Plate Bending, Conforming and Nonconforming Solutions, *Proc. 1st Conf on Matrix Methods in Structural Mechanics*, pp.547-576, AFFDLTR-CC-80, Wright-Patterson AF Base, Ohio, 1966.
- [58] Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K. Finite Element Method of Analysis for Arch Dam Shells and Comparison with Finite Difference Procedures. *Proc. Symp. on Theory of Arch Dams*, Univ. Southampton. (Theory of Arch Dams, pp.123-139, Pergamon Press, 1964.
- [59] Specht, B. Modified shape functions for the three-node plate bending element passing the patch test, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 26, pp.705-715, 1988.
- [60] Morley, L.S.D. The triangular equilibrium element in the solution of plate problems, *Aero Quart.*, 19, pp.149-168, 1968.
- [61] Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K. Plate and Shell Problems, Finite Element displacement approach, *Symp. on Digital Computers in Struct. Eng.*, Newcastle University, 1966.
- [62] Irons, B. M. Structural eigenvalue problem: elimination of unwanted variables, *AIAAJ*, 3, pp.961-962, 1965.
- [63] Fraeijns de Veubeke, O.C. Zienkiewicz, G.S. Holister. A conforming finite element for plate bending, (Eds.), *Stress Analysis*, Wiley, New York, pp.145-197, 1965.

- [64] Clough R., and Felippa, C. A reformed quadrilateral element for analysis of plate bending, Proc. 1st. Conf. on Matrix Methods in Struct. Mech. Air Force Inst. of Techn, Wright Patterson A. F. Base, Ohio, 1968.
- [65] G. R. Cowper, E. Kosko, G. M. Lindberg, M. D. Olson. A high precision triangular plate-bending element. Aeronautical Report, LR-514 NRCC. 1968.
- [66] Desai, C. S., Abek, J. F. Introduction to The Finite Element Method, Van Nostrand-Reinhold, New York, 1972.
- [67] Teh L. H, Rasmussen K.J.R. Pre-qualification of groove welded connections between equal-width RHS. In: Proceedings of the 10th international symposium on tubulares structures, pp. 235-43, Spain, 2003.
- [68] L. Itsatso, E. Real. Comportamiento estructural de vigas de acero inoxidable. UPC, 2011.
- [69] <http://www.taringa.net/posts/imagenes/16819507/Firth-of-Forth.html>.
- [70] Vallourec & Mannesmann Tubes. Structural Hollow Sections (MSH): circular, square and rectangular. Nominal dimensions, sectional properties and materials. Technical Information, 2010 Edition.
- [71] <http://www.cidect.org>.